

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему “Нестандартні задачі комбінаторної геометрії”

Виконала:

магістрантка II курсу, групи СОМ(М)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Андріїв Х. Д.

Керівник к. фіз-мат. н., доц. Казмерчук А. І.

Рецензент к. е. н., доц. Никифорчин І. В.

Івано-Франківськ – 2023 р.

АНОТАЦІЯ

Магістерська робота присвячена вивченню питань пов'язаних з комбінаторною геометрією та її нестандартними задачами для шкільного курсу математики.

Предмет роботи – нестандартні задачі комбінаторної геометрії.

Мета роботи – виокремити та систематизувати необхідні питання та завдання в поглибленому курсі базової школи, провести аналіз наукової літератури.

Дана робота викладена на сторінках, містить 2 розділи, рисунки, таблиці та 19 джерел в списку використаної літератури.

Перший розділ присвячений вивченню питань, пов'язаних з психолого-педагогічними засадами формування математичних знань школярів на уроках геометрії. Розказано про зміст, завдання та методи роботи з формування математичної компетентності на уроках геометрії в ЗЗСО.

У другому розділі розглянуто такі питання як: шляхи формування математичних знань школярів за допомогою вирішення нестандартних комбінаторної геометрії. Представлено важливе практичне застосування нестандартних комбінаторних задач на факультативних заняттях, а також при підготовці до олімпіад.

Ключові слова: комбінаторна геометрія, опуклість, многокутники, інтерактивні технології, уроки математики, круг, нестандартні задачі, площа, площина, фігура, комбінації тіл.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ ШКОЛЯРІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ.....	7
1.1 Математична компетентність як важлива педагогічна проблема сучасності.....	7
1.2 Психолого-педагогічні та вікові особливості учнів основного етапу ЗЗСО	11
1.3 Зміст, завдання та методи роботи з формування математичної компетентності на уроках геометрії в ЗЗСО	24
Висновки до розділу 1	27
РОЗДІЛ 2. ШЛЯХИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ ШКОЛЯРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИРІШЕННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ГЕОМЕТРІЇ.....	28
2.1 Основні форми викладання геометрії на основному етапі навчання в ЗЗСО	28
2.2 Методика вивчення комбінаторної геометрії за допомогою нестандартних задач	37
2.3 Експериментальна перевірка ефективності методики вивчення комбінаторної геометрії за допомогою нестандартних задач	45
Висновки до розділу 2	51
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	52
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	55

ВСТУП

Актуальність теми: розв'язання з дітьми математичних задач та вправ з використанням знайомих дітям ключових слів та ситуацій формує у них навички розуміння завдання та його вирішення. Тому вивчення тем має базуватись не тільки на математичному понятійному апараті, але й на практичних прикладах, знайомих та зрозумілих дітям, що викличе більший інтерес дітей до заглиблення в тему, а також більш практичне розуміння використання математичних понять у повсякденному житті.

Проте особливості формування математичної компетентності шляхом інтерактивних методик з застосуванням нестандартних задач комбінаторної геометрії не знайшли значного відображення в сучасних педагогічних дослідженнях, що обумовлює потребу в такому дослідженні та обґрунтовує його актуальність.

Комбінаторна геометрія, її основні результати, методи та проблематика з'явилися, відносно, нещодавно - кінець XX ст. Спектр завдань, що відносяться до сучасної комбінаторної геометрії, дуже широкий і, поки що, не є чітко окресленим. Звичайно, можна сказати, що йдеться про геометричні задачі, пов'язані з різними «комбінаціями» множин та їх взаємним розташуванням, проте такий опис є надто невизначеним. Тому дослідження даної теми є дуже актуальним. Виникає потреба впровадження нестандартного підходу в теорії і практиці підготовки учнів середньої та старшої школи під час вивчення математики, що і обумовило мету даного дослідження.

Метою роботи є розробка методики формування математичних компетентностей школярів основного етапу ЗЗСО за допомогою використання нестандартних задач комбінаторної геометрії.

Виходячи з мети, перед нами постають наступні завдання:

- оглянути психолого-педагогічні засади формування математичних знань учнів на уроках геометрії;
- розробити шляхи формування математичних знань учнів за допомогою вирішення нестандартних задач комбінаторної геометрії;
- сформулювати висновки по результатах дослідження.

Предмет дослідження – нестандартні задачі комбінаторної геометрії та методика навчання геометрії в старших класах ЗЗСО.

Об'єкт дослідження – формування математичної компетенції у учнів старших класів за допомогою використання інноваційних методик.

Гіпотеза дослідження: інноваційний підхід на базі використання нестандартних задач комбінаторної геометрії під час вивчення математики в старших класах ЗЗСО є складовою навчально-виховного процесу у загальноосвітніх закладах, має специфічні риси педагогічної майстерності та сприяє ефективному здійсненню навчального процесу в умовах закладів загальної середньої освіти.

Методи дослідження: теоретичні (аналіз, синтез, порівняння) емпіричні методи (тестування, робота з навчальною документацією, експеримент). А також були використані методи: науково-історичний, статистичні та інші наукові методи.

Зокрема, для вирішення окремих задач застосовано такі методи:

- загальнотеоретичний метод для дослідження понятійного апарату;
- аналітичний метод для аналізу психологічних та вікових особливостей учнів старших класів;
- синтетичний метод для узагальнення отриманих результатів;
- спеціальні методи для розгляду практичних прикладів застосування нестандартних задач комбінаторної геометрії на уроках в профільних класах старшої школи.

Практичне значення дослідження. Дане дослідження має стати базовим для розробки нестандартних методик викладання математики в старших класах ЗЗСО України.

Інформаційною базою дослідження є література в галузі педагогіки, психології математики, публікації в профільних виданнях, посібники та підручники з математики для старших класів ЗЗСО, закладів вищої освіти та математичних олімпіад. **Структура:** робота складається з вступу, двох розділів з підрозділами, висновків та переліку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

1.1 Математична компетентність як важлива педагогічна проблема сучасності

Математична компетентність займає важливе місце в системі освіти, оскільки є наріжним каменем для отримання знань з різних предметів. Оскільки математика є фундаментальним інструментом у багатьох наукових галузях, вона відіграє життєво важливу роль у формуванні фундаменту майбутнього розуміння. Оскільки суспільство перейшло до ринково-орієнтованих відносин, стало обов'язковим прийняти новий погляд на освітню роль загальноосвітніх шкіл і покращити загальний досвід навчання.

Проблема методів навчання має важливе значення в педагогічній науці та сфері шкільної освіти. Це пов'язано насамперед з тим, що методи навчання служать основним інструментом, за допомогою якого педагоги закладають основу різних предметів для своїх учнів. Крім того, ці методи сприяють розширенню пізнавальних здібностей студентів, сприяють загальному розвитку їхньої особистості та сприяють формуванню наукового світогляду.

Посилення зв'язку між навчанням і реальним життєвим досвідом у поєднанні зі змістовною роботою піднімає питання посилення освітнього впливу методів навчання, наголошуючи на взаємозв'язку та гармонії між освітою та практичним застосуванням. Отже, це вимагає вдосконалення існуючих освітніх підходів, а також створення інноваційних, більш ефективних методологій.

Одним із ключових пріоритетів модернізації вітчизняної освіти є активне впровадження технологій персоналізованого навчання в школі. Хоча загальні цілі освіти є соціально детермінованими, вони в кінцевому підсумку реалізуються через індивідуальний психологічний розвиток членів

суспільства. Добре освічена людина повинна володіти певними якостями, які цінує суспільство, такими як креативність, оригінальність і самоповага. Тому вкрай важливо ретельно вивчити і зрозуміти механізми формування психологічної структури особистості людини, особливо в підлітковому віці. Цей аналіз може дати розуміння того, як вплинути на формування та виховання бажаних якостей в особистості дитини.

Загальноосвітньою метою є формування в учнів системи елементарних математичних уявлень (про натуральне число, величину, послідовність, послідовності натуральних чисел, нулів, геометричних фігур, іменних чисел тощо) та на їх основі розробити:

- навички: просторові виміри, нанесення геометричних фігур, усні та письмові обчислення;
- здатність виконувати чотири арифметичні дії над цілими числами і дробами, розв'язувати прості та складні (три-чотири дії) арифметичні завдання, на практиці використовувати знання метричної системи мір, мір часу, орієнтуватися в середовищі, заснованому на кількісному та часовому розвитку та просторових уявленнях ;
- уявлення про основні величини (довжину, масу, площу, об'єм, час тощо), про міри та їх співвідношення, про плоскі та тривимірні фігури та геометричні тверді тіла.

Формування первинних математичних навичок дітей старшого дошкільного та молодшого шкільного віку відбувається при використанні словесних, ігрових, практичних, наочних методів.

Вивчення математики має здатність покращувати навички пам'яті дитини. На початку своєї математичної освіти багато дітей можуть мати проблеми з логічними міркуваннями та запам'ятовуванням. Однак у процесі вивчення різноманітних правил, формул, геометричних властивостей і взаємозалежностей вони поступово покращують свою пам'ять. Кожна нова концепція будується на розумінні та спогаді попередніх. Отже, математика

сприяє розвитку як механічної, так і логічної пам'яті, а також здібностей короткочасної та довготривалої пам'яті.

У наведених закономірностях інноваційного навчання математиці простежується стійка залежність загальноосвітнього розвитку учнів, зокрема й формування математичної компетентності, від розроблення й використання змісту, методів і засобів навчання математиці з урахуванням індивідуально-вікових особливостей учнів старших класів.

Заняття навчально-пізнавальною діяльністю можна назвати одним із найскладніших видів діяльності. Що виділяє його окремо, так це його унікальний характер переплетення суб'єкта та об'єкта, де зміни в суб'єкті є прямим результатом самої діяльності. Ступінь успіху дітей у навчальній подорожі значною мірою залежить від їхнього розуміння мети навчання та мотивів, які ними керують. Значну роль у навчанні відіграють як соціальні, так і пізнавальні мотиви: перша ґрунтується на усвідомленні важливості та актуальності знань у житті та роботі, а друга — на ставленні людини до змісту знань та рівні інтересу до нього. це. Отже, навчання та особистісний розвиток за своєю суттю взаємопов'язані. Коли дитина навчається, вона також зазнає особистісного зростання, поступово вирішуючи складніші завдання.

Активізація таких психічних функцій, як розумова діяльність, увага, сприйняття, пам'ять, уява, має вирішальне значення в становленні особистості. Ефективність і структура навчально-пізнавальної діяльності залежать від рівня самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів. У процесі навчання і вчитель, і учні відіграють важливу роль і працюють разом для досягнення спільної мети. Кожна особа, яка бере участь у навчальному процесі, включаючи вчителя та учнів, виражає себе через свої стосунки з іншими, свої обов'язки та взаємодію зі світом. Тому спілкування є неминучим аспектом навчання, оскільки воно відображає фундаментальні характеристики психіки вчителя та унікальні риси кожного учня.

Зміст психологічної культури вчителя математики визначається його знаннями та вміннями.

Знання, вміння:

- психологічні механізми навчально-пізнавальної діяльності людини;
- психологічні інтерпретації загальної розумової діяльності та способів розумової діяльності;
- психологічні принципи розвивального навчання;
- основні психологічні принципи взаємодії вчителя та учня;
- психолого-педагогічні детермінанти мотивації та активізації пізнавальної діяльності людини;
- основні зв'язки між інформаційними та психологічними явищами;
- рекомендації психологічних теорій щодо вироблення ідей, розвитку ідей та мислення людини, її пізнавальної діяльності;
- психологічні аспекти теорії проблемного навчання та інших теорій активного навчання;
- психологічні особливості, вік та окремі вихованці;
- Основні психологічні публікації, пов'язані з професійною діяльністю викладачів.

Навички:

- застосовувати психологічні закономірності навчально-пізнавальної діяльності людини у навчальному процесі;
- використання у навчальному процесі психологічної сутності загальної розумової діяльності та методів розумової діяльності;
- враховувати основні психологічні принципи розвивального навчання;
- побудова навчального процесу на основі психологічних принципів організації взаємодії вчителя та учня;
- створення психолого-педагогічних умов для активізації пізнавальної діяльності учнів; розкриття дітям відповідних психологічних механізмів, що сприяють досягненню високих результатів навчання;

- враховувати взаємозв'язок інформаційних та психологічних явищ;
- застосовувати рекомендації психологічних теорій щодо формування ідей, розвитку ідей та мислення;
- враховувати психологічні аспекти теорії проблемного навчання та інших теорій активного навчання;
- враховувати психологічні, вікові та індивідуальні особливості учнів;
- систематично працювати над психологічною літературою та використовувати нові ідеї у навчальному процесі.

1.2 Психолого-педагогічні та вікові особливості учнів основного етапу ЗЗСО

Виховний процес відіграє вирішальну роль у загальному розвитку особистості, що відповідає вимогам сучасного суспільства. Для успішного досягнення цієї мети необхідно ефективно реалізувати три фундаментальні функції освіти, розвитку та навчання. Ці функції здійснюються через спеціальні освітні процеси, в першу чергу керуючись принципами та теоріями психології [4, с. 112].

Навчальна функція спрямована на повне засвоєння учнями системи наукових знань, розвиток умінь і навичок. Це передбачає вивчення фундаментальних термінів і понять, необхідних для розуміння будь-якого тексту чи висловлювання. Це також включає отримання знань про повсякденні факти та наукові принципи, які є вирішальними для розуміння законів науки, формулювання переконань та захисту ідей. Крім того, учні повинні вивчити основні закони науки, які розкривають зв'язки та кореляції між різними об'єктами та явищами в реальному світі. Вивчення теорій також є важливим, оскільки вони забезпечують комплексну структуру наукових знань про певний набір об'єктів і пропонують методи пояснення та прогнозування явищ у певній тематичній області. Крім того, студенти

повинні отримати знання про оперативні методи, когнітивні техніки та історію отримання знань (методологічні знання). Нарешті, учні повинні розуміти норми і цінності, пов'язані з різними життєвими явищами (оціночні знання).

Математичні поняття відіграють вирішальну роль у набутті більш глибоких математичних знань і застосуванні математичних операцій до інших предметів загальної освіти. Розвиток основних математичних уявлень у дітей шкільного віку життєво важливий для загального розвитку їх особистості. Це пояснюється тим, що діти повинні вивчати абстрактні поняття та досягати конкретні знання, пов'язані з математикою, на цьому ранньому етапі. Ефективність засвоєння математичного матеріалу залежить від урахування когнітивних процесів кожної дитини та її участі в класній та повсякденній діяльності. У шкільному віці мислення дітей проходить етап трансформації, коли їхні уявлення розширюються, а розумові здібності розширюються, що призводить до перебудови їх розумової діяльності [4, с. 112].

Серед знань, які діти мають засвоїти в процесі навчання, особливу роль відіграють ті, хто визначає способи роботи та застосовує їх на практиці. Вони алгоритмічні (наприклад, знання психологічних процесів та властивостей). У предметах вони розроблені як правила.

За роки шкільної освіти кожен учень повинен оволодіти такими загальними навичками:

- 1) спостерігати за явищами навколишнього світу;
- 2) думати - порівнювати, порівнювати, протиставляти, знаходити незрозумілим, дивуватися;
- 3) висловлення думок щодо того, що дитина бачить, спостерігає, робить і думає;
- 4) читати вільно, виразно та усвідомлено;
- 5) писати вільно, швидко і правильно;

- 6) призначати в читанні логічно завершені частини, встановлювати взаємні зв'язки та взаємозалежність між ними;
- 7) знайти цікаву книгу;
- 8) знайти цікавий матеріал у книзі;
- 9) зробити попередній логічний аналіз тексту під час читання;
- 10) слухати вчителя і одночасно коротко записувати зміст його розповіді;
- 11) читати текст і одночасно слухати вказівки вчителя щодо роботи над текстом, використовуючи логічні елементи.

Функція розвитку передбачає розвиток учнів у процесі навчання. Розвиваюче навчання сприяє розвитку мислення, формування волі, емоційної сфери, інтересів, мотивів та навчальних здібностей. Перш за все, мислення учнів повинно розвиватися на основі загальної розумової діяльності та операцій. Діти мають навчитися: структурувати, систематизувати, конкретизувати, диференціювати, доводити, робити висновки, пояснення, класифікацію, аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення.

В процесі навчального процесу вчитель сприяє розвитку волі та наполегливості учнів (розглядає проблемні ситуації, завдання, теми для обговорення тощо); розвиває свої емоції - здивування, радість, допитливість, парадокс, переживання (думає про те, коли і як створити необхідні ситуації).

Виховна функція. У процесі вивчення явищ, процесів та психологічних знань діти отримують освіту шляхом навчання. Виховний характер виховання - об'єктивна закономірність, яка проявлялася в усі епохи. Процес навчання в першу чергу сприяє формуванню наукового світогляду учнів на основі оволодіння системою наукових знань про природу, суспільство та людину, правильного виховання, ставлення до життя та себе.

Розвиток наукового бачення світу є фундаментальною опорою у формуванні моральних, трудових, естетичних і фізичних якостей особистості. У процесі навчання прищеплюються різноманітні моральні

чесноти, включаючи глибоке почуття обов'язку та відповідальності, виховання дружби та сприяння колективізму, втілення доброти та гуманізму, прийняття активного та зацікавленого підходу як до наукової діяльності, так і до життя в цілому. Крім того, культивуються основні якості, необхідні майбутнім професіоналам у всіх галузях, такі як здатність ефективно планувати та організовувати свою роботу, приймати обґрунтовані рішення щодо методів її виконання, проявляти самодисципліну та ефективно використовувати час.

Заохочуючи та мотивуючи учнів до навчання, важливо пам'ятати та враховувати конкретні моделі, що лежать в основі ефективного навчання:

1. Метод навчання повинен зменшувати труднощі в навчанні учнів, не викликати в учнів невдоволення і не викликати огиди на наступних уроках. (Коменський. Вибрані педагогічні праці, т. 2).

2. Швидкість та сила засвоєння навчального змісту пропорційні зацікавленості учнів у їх навчальній діяльності. (М. Я. Лернер "Процес навчання та його закономірності").

Велика група специфічних закономірностей стосується психічних процесів: сприйняття, розуміння, запам'ятовування, засвоєння та відтворення знань дітьми. Ці закономірності та порядок організації пізнавальної діяльності учнів важливі для оптимізації процесу навчання. На жаль, на практиці деякі з цих закономірностей просто «випадають» з поля зору вчителів.

Вибираючи методи навчання, вчитель повинен враховувати психологічні аспекти, такі як:

- 1) вік учнів, тобто вік сприйняття, пам'яті, уваги та формування процесів мислення;
- 2) можливості навчання учнів, тобто індивідуальні особливості типу пам'яті, уваги, темпераменту;

Варто пам'ятати, що деякі класичні психолого-педагогічні закономірності, що становлять кістяк навчального процесу в класі, були сформульовані відомими вченими, викладачами та психологами:

1) Знання починаються з чуттєвого сприйняття, переходять у пам'ять за допомогою ідей, а потім за допомогою узагальнення одиничного формується загальне розуміння. (А. В. Коменський, вибрані педагогічні твори).

2) Процес навчання є найефективнішим лише при переході загальних знань у спосіб мислення, перетворенні навчання в самоосвіту, як перехід через навчання дитини із зони поточного розвитку в зону найближчого розвитку. (Л.С. Виготський)

3) Психічний розвиток визначається не тільки зовні, але і внутрішньо і залежить від рівня вікового розвитку та індивідуально-психологічних особливостей дитини. (Н.А. Менчинська. Психологія навчання в школі).

Тому під час вивчення будь-якої теми (матеріалу) з математики на окремих заняттях слід звертати увагу на мобілізацію уваги та раціональне використання наочних прикладів.

Вивчення психологічної складової в рамках уроку передбачає ретельне дослідження та оцінку того, як організація, зміст навчання та педагогічні методи сприяють зростанню та прогресу учнів. Це також передбачає визначення загальної ефективності та злагодженості навчального процесу, а також стимулювання та залучення навчально-пізнавальних здібностей студентів. Філософська концепція взаємозв'язку свідомості та особистості є основою методології навчально-пізнавальної діяльності.

На психологічні аспекти особистості дитини впливають біологічні аспекти, які керують функціонуванням її розуму [1, с.186]. Психологи розрізняють два основних чинники, що впливають на динаміку психічних процесів і поведінку - активність і емоційність. Активність означає швидкість та інтенсивність, з якою відбуваються розумові процеси, тоді як поведінка

людини формується її темпераментом, на який переважно впливають вроджені характеристики, а не її переконання, погляди чи інтереси.

Удосконалення фундаментальних когнітивних процесів відбувається до старшого шкільного віку, що робить цей вік найкращим часом для подальшого розвитку. У старшокласників виражені мотиви до стійкої уваги, що проявляється не тільки під час викладу навчального матеріалу, але й під час його пояснення, під час вирішення теоретичних питань. У той час як спосіб подання навчального контенту має вирішальне значення для молодших і середніх школярів, щоб зберегти зосередженість, старшокласники надають більшого значення самому змісту.

Постійний розвиток і зрілість абстрактного та логічного мислення глибоко впливають на старшокласників, що призводить до їхньої схильності до філософських міркувань і бажання брати участь у розмовах і дебатах, що обертаються навколо абстрактних понять. Для значної кількості цих студентів сфера абстрактних можливостей має більшу привабливість і значення, ніж сама реальність.

У підлітковому віці, зокрема між 15 і 16 роками, спостерігається помітне зниження ригідності мислення, що призводить до значного збільшення гнучкості. Коли люди наближаються до 18 років, їхні когнітивні здібності розвиваються далі, що дозволяє їм покращити свої навички прогнозування. Це включає в себе здатність встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, брати участь в ефективному плануванні, пропонувати та аналізувати гіпотези, а також оновлювати та реконструювати минулий досвід.

Поліпшення навичок пам'яті у старшокласників можна пояснити засвоєнням ними мнемонічних прийомів, які допомагають запам'ятовувати академічну інформацію. Ці методи включають використання асоціацій, розробку заздалегідь визначених планів і вибір відповідних довідкових

матеріалів. Отже, на розвиток пам'яті в учнів впливають як їхні вроджені здібності, так і здатність отримувати ефективні стратегії навчання.

На ранніх етапах молодості одним із основних соціальних обов'язків, з якими стикається людина, є вибір кар'єри, а також досягнення соціального та особистого самопізнання. Коли молоді люди закінчують своє навчання в школі, їм важливо бути психічно підготовленими до дорослого життя. Одним із ключових аспектів цієї підготовки є розвиток потреби в ефективній комунікації та набуття необхідних навичок для участі в ній. Крім того, це також передбачає розвиток теоретичного мислення та здатність орієнтуватися в різних формах знання, таких як наукове, мистецьке, етичне, юридичне тощо, що сприяє формуванню всебічного наукового та громадянського світогляду. Крім того, розвиток рефлексії відіграє вирішальну роль у цьому процесі, оскільки це сприяє свідомому та критичному підходу до себе, що зрештою призводить до готовності до викликів та відповідальності робочої сили.

Якщо молода людина володіє цими якостями, вона заклала істотну психологічну основу для самовизначення - вирішального аспекту раннього розвитку молодості. Ця основа ґрунтується на бажанні прийняти доросле мислення, визнати себе цінним членом суспільства та створити почуття ідентичності через розуміння своїх здібностей, позиції та мети в житті. На цьому етапі освітні та професійні заняття відіграють важливу роль у формуванні траєкторії. Важливо визнати, що соціальна динаміка, яка постійно змінюється, і перехідний статус ранньої молодості також сприяють відмінним психічним характеристикам, які спостерігаються у молодих людей.

Самовизначення не досягло свого кінцевого стану виконання та сталості, оскільки воно залишається неперевіреном випробуваннями та викликами життя. Як наслідок, період молодості зазвичай визначається як

початкова фаза дорослого життя осіб віком від 18 до 23 років, яку зазвичай називають початковою фазою дорослого життя.

Одним із ключових викликів, з якими стикаються підлітки, є процес побудови та відновлення стосунків з дорослими, і це питання продовжує бути важливим навіть на ранніх етапах юності.

На шляху до незалежності старшокласники прагнуть звільнитися від пильних очей і владного керівництва як своїх батьків, так і вчителів. Крім того, вони прагнуть звільнитися від обмежень, які накладають на них встановлені правила та норми. Важливо зазначити, що існує чітка різниця між їхнім прагненням до поведінкової автономії, що передбачає необхідність і право робити незалежний вибір відповідно до їхніх особистих уподобань, і нормативною автономією, яка охоплює потребу та право розвивати та приймати власні набір цінностей і переконань.

Досягнення незалежності, особливо в аспекті дозвілля, є завданням, яке можна легко виконати. У наш час і хлопчики, і дівчатка присвячують більше свого вільного часу заходам, які відбуваються за межами дому та школи. Отже, вони схильні брати участь у колективному дозвіллі разом зі своїми друзями та однолітками.

На ранніх етапах підліткового віку освіта залишається основним центром уваги для старшокласників. У цьому віці учнів можна розділити на дві групи: з різними інтересами та з сильною пристрастю до певної дисципліни. На різницю у ставленні до навчання впливають глибинні мотиви, які спонукають їхні навчальні пошуки. Переважають мотиви, пов'язані з їхніми майбутніми життєвими планами, прагненнями, особистими переконаннями та самопізнанням. Мотиви старшокласників характеризуються наявністю домінуючих спонукань, що мають особистісно-ціннісну цінність. Коли студенти дорослішають, вони все більше приймають свідомо поставлені цілі та розвивають бажання поглибити свої знання в конкретних галузях, сприяючи нововиявленому ентузіазму до самоосвіти.

Старший шкільний вік - це етап, на якому люди проходять завершальні етапи статевого дозрівання і відчують перші ознаки фізичної зрілості. Протягом цього часу старшокласники, як правило, готові долати фізичні та розумові труднощі. Фізичний ріст і розвиток, які відбуваються в цей період, не тільки сприяють набуттю різноманітних навичок і навичок, необхідних для роботи та спорту, але й відкривають безліч можливостей для кар'єрного росту. Крім того, фізичний розвиток відіграє значну роль у формуванні певних рис особистості. Наприклад, усвідомлення своєї фізичної сили, здоров'я та привабливості може значно вплинути на розвиток високої самооцінки, впевненості в собі та позитивного погляду на життя. Навпаки, люди, які усвідомлюють свої фізичні недоліки, іноді проявляють замкнуту поведінку, не вірять у власні здібності та, як правило, мають більш песимістичний погляд.

Коли старший учень готується до переходу в самостійне життя, він опиняється в новій соціальній ситуації, яка вимагає особистісного зростання та розвитку. Акт самовизначення та вибору життєвого шляху стає для цих студентів надважливим завданням. Крім того, ця нова соціальна позиція змінює значення освіти, її цілі та зміст. Старші учні оцінюють навчальний процес, виходячи з його здатності підготувати їх до майбутнього. У старших класах учні заглиблюються в теоретико-методологічні основи різноманітних навчальних дисциплін. Навчальний процес характеризується організацією знань з різних предметів і встановленням зв'язків між ними.

Вражають пізнавальні здібності старших школярів, які впевнено застосовують різноманітні розумові операції в навчальній роботі, логічно мислять, запам'ятовують інформацію з глибоким змістом. Однак важливо зазначити, що старшокласники мають свої власні відмінні когнітивні особливості. Цим старшим учням швидко стає нудно, якщо вони не зазнають інтелектуальних труднощів. Вони мають сильну схильність до дослідження, експериментів і створення нових і оригінальних речей. Крім того,

старшокласники виявляють неабиякий інтерес не тільки до теоретичних понять, а й до процесу аналізу та методів доведення. Їм особливо подобається, коли вчителі спонукають їх приймати рішення з різних точок зору і вимагають обґрунтування своїх тверджень. Насправді вони охоче беруть участь у суперечках і люто відстоюють свої позиції, знаходячи величезне задоволення в інтелектуальному дискурсі. Етичні та моральні дилеми часто обговорюються та пристрасно обговорюються серед старшокласників, оскільки вони прагнуть розкрити фундаментальну суть цих питань. Їхня цікавість виходить за рамки конкретних випадків; вони прагнуть зрозуміти основні принципи та концепції. У міру дорослішання старшокласники поступово долають властиву підліткам імпульсивність і спонтанність прояву емоцій. У них формується стійке емоційне ставлення до різних сторін життя, до друзів, дорослих. Крім того, зміни відбуваються в їхніх почуттях дружби, товариства та любові, коли вони долають виклики та труднощі старшого шкільного віку.

Одним із важливих аспектів дружби, що склалася між старшокласниками, є не лише спільні інтереси, а й узгодження переконань і поглядів. Дружба на цьому етапі життя глибоко особиста, де хороший друг стає незамінним супутником і довіреною особою, з якою можна поділитися найпотаємнішими думками. Саме в цей час дружба між хлопцями та дівчатами може перерости в романтичні стосунки. Естетичні почуття старшокласників зазнають помітних змін, що призводить до більшої здатності емоційно оцінювати та любити красу в навколишньому світі, будь то природа, мистецтво чи громадське життя. Такий розвиток естетичних почуттів також сприяє пом'якшенню більш яскраво виражених аспектів їх особистості, допомагаючи їм позбутися непривабливої поведінки та вульгарних звичок, одночасно виховуючи чутливість, м'якість і самообмеження. Значний вплив на ріст і розвиток старшокласника має вплив групи однолітків. Однак це не применшує важливості спілкування з

дорослими. Таким чином, мудрість і настанови дорослих стають безцінними. Великі надії на оточуючих і суворі оцінки себе свідчать про підвищену самосвідомість старшокласників, що в свою чергу спонукає їх до самоосвіти. На відміну від підлітків, старшокласники володіють нововиявленою рисою – самокритичністю, яка дозволяє їм більш жорстко і об'єктивно контролювати свою поведінку. Рання юність — час подальшого зміцнення волі, виховання таких якостей, як рішучість, наполегливість, ініціатива. Саме під час цієї фази відточуються витривалість і самоконтроль, що веде до кращої фізичної підготовки та контролю над рухами та жестами.

Отже, можна стверджувати, що визначальними ознаками молодості є ряд якостей, серед яких етичний максималізм, внутрішня свобода, схильність до естетичного та етичного ідеалізму, схильність сприймати дійсність через художньо-творчу призму, самовідданість у заняттях хобі, вроджена жага до пізнання та опрацювання дійсності, а також почуття благородства та надійності.

На розвиток учнів впливають різноманітні вікові фактори, які виражені в кожній особистості своєрідно. Це можна пояснити різноманітними природними здібностями та життєвими обставинами, якими володіють школярі, які переплітаються з біологічними та соціальними факторами. Отже, ріст і прогрес кожного учня демонструють чіткі індивідуальні варіації та характеристики, що вимагає врахування цих відмінностей в освітньому середовищі.

Формування сприйняття молоді – це багатогранна когнітивна подорож, на яку впливають минулий досвід, наявні знання та інтелектуальні можливості. Дозрівання уваги на цьому етапі життя є темою великих дискусій. З одного боку, здатність до уваги розширюється, дозволяючи підтримувати інтенсивність і здатність переключати фокус з одного об'єкта на інший. Однак, з іншого боку, вибірковість уваги та її залежність від особистих інтересів також розширюються, що призводить до труднощів у

концентрації та, здавалося б, постійного стану неуважності, який зазвичай спостерігається у багатьох молодих людей.

Здатність зміщувати фокус посилюється при переході між різними освітніми та практичними завданнями, а також при визначенні пріоритету довгострокових цілей над найближчими. Крім того, покращується здатність виконувати багато завдань і розподіляти увагу, що дозволяє людям виконувати кілька дій одночасно. Примітно, що навмисне запам'ятовування стає значно ефективнішим, ніж ненавмисне запам'ятовування, і пам'ять починає спеціалізуватися відповідно до переважаючих інтересів індивіда. Крім того, техніки запам'ятовування вдосконалюються шляхом свідомого вдосконалення раціональних методів.

На ефективність мимовільної пам'яті у старших школярів також впливає організація їх розумової діяльності. Крім того, його значення залишається незмінним і може бути ефективно використано за певних обставин. Мимовільна пам'ять запам'ятовує насамперед інформацію, яка пов'язана з інтересами, прагненнями і планами на майбутнє молодих людей, а також будь-які переживання, які викликають інтенсивні емоційні реакції.

У міру цього когнітивного розвитку люди також починають усвідомлювати важливість теоретичного обґрунтування для розуміння явищ реальності. Вони прагнуть вивести часткові зв'язки із загальних законів або виявити моделі та закономірності, які можуть допомогти пояснити та зрозуміти світ навколо них. Таким чином, процес когнітивного розвитку передбачає поступове формування системної системи знань, яка потім еволюціонує в когнітивну модель світу. Ця модель служить основою для формування власного унікального світогляду, водночас спонукаючи їх шукати теоретичні пояснення та встановлювати зв'язки між різними аспектами реальності. У міру того, як люди ростуть і розвивають свої когнітивні здібності, їх мислення стає все більш систематичним. Це означає, що їхні знання починають формувати цілісну систему, яка потім поступово

трансформується в когнітивну модель світу. Ця модель є основою для формування їхнього світогляду, формує те, як вони сприймають і розуміють дійсність.

У перші роки юності люди часто виявляють сильну схильність до участі в когнітивних функціях і демонстрації свого інтелекту. Це часто демонструється через їхню схильність до теоретизування, створення абстрактних теорій і демонстрацію глибокого захоплення філософськими міркуваннями.

Важливо відзначити, що молодь більше схильна до абстрактних міркувань щодо свого світогляду та філософії. Однак помічено, що дівчата, як правило, демонструють менш виражені та менш чіткі пізнавальні інтереси порівняно з ними. З іншого боку, дівчата відмінно справляються з практичними завданнями, а їхні інтереси до мистецької та гуманітарної сфери зазвичай перевершують інтереси до природничих наук.

Поєднання широкого кола інтелектуальних інтересів і недостатньої організованості та структурованості є загальною рисою серед студентів. Помічено, що студенти часто переоцінюють свої знання і особливо пізнавальні здібності.

Крім того, важливо підкреслити, що на ранніх етапах юності когнітивний ріст індивіда не визначається виключно набуттям нових здібностей або змінами в конкретних інтелектуальних рисах. Замість цього, це в першу чергу обертається навколо розвитку характерної манери розумового залучення, що називається індивідуалізованою моделлю когнітивної діяльності. Цей шаблон охоплює послідовний діапазон унікальних варіацій у техніках сприйняття, запам'ятовування та пізнання, пристосованих до різноманітних методів отримання, накопичення, маніпулювання та застосування знань.

На цьому етапі життя сні відіграють важливу роль у психічному стані людини, стаючи більш відчутними та впливовими. На відміну від

підліткового віку, люди розвивають більш проникливий погляд на власні творчі творіння, а також покращують свою здатність проявляти самоконтроль.

Таким чином, ми дослідили основні психолого-педагогічні характеристики досліджуваного вікового періоду і на їх основі можемо визначити вплив використання нестандартних задач комбінаторного типу на мотивацію вивчення геометрії.

1.3 Зміст, завдання та методи роботи з формування математичної компетентності на уроках геометрії в ЗЗСО

Геометричні задачі у шкільному курсі математики виконують важливі функції. Вони є дуже ефективним і часто незамінним засобом засвоєння учнями понять і методів шкільного курсу математики, розвитку мислення, формування умінь і навичок у практичному застосуванні.

Значення математичних задач: освітнє, практичне, значення у розвитку мислення, виховне. Участь у розв'язуванні математичних задач пропонує людям безліч цінних можливостей для навчання. Вони не тільки знайомляться з унікальними сценаріями, представленими в кожній задачі, але й отримують уявлення про практичне застосування математичної теорії для досягнення рішення. Крім того, розв'язування задач у математиці дозволяє людям досліджувати та застосовувати нові методи розв'язання або теоретичні підходи, які необхідні для подолання труднощів. По суті, процес розв'язування математичних задач слугує каталізатором для набуття математичних знань, підвищуючи кваліфікацію та досвід у розв'язуванні задач.

Щодо практичного значення, то варто зауважити про міжпредметні зв'язки з іншими галузями науки. Практичне застосування геометричних задач у шкільному курсі учні зустрічають у таких предметах: фізика, хімія,

біологія, географія, економіка та інші. Також при розв'язуванні задач, учні застосують математичні знання для різних практичних потреб (за допомогою задач учні можуть навчитись правильно розраховувати свій бюджет, з правильним підрахунком не буде проблем із витратами при купівлі продуктів, одягу, математика допомагає із режимом дня та навіть ремонтом). Задачі готують їх до практичної діяльності у майбутньому.

Розв'язування математичних задач привчає виділяти основне і другорядне. При розв'язанні геометричних задач в учнів формується власний стиль мислення: дотримання послідовності, своя схема міркування, хід думок та точність висловлювання.

Перш за все, задача виховує своєю послідовністю, текстовим змістом. У завданнях, які вирішують сучасні школярі, сюжетний зміст пов'язаний із практичним значенням. Виховує не тільки послідовність задач, виховує весь процес навчання їх розв'язання. Якщо правильно поставлено завдання, то в учнів виховується наполегливість та увага до розв'язку.

Крім того, що задачі є невід'едною складовою курсу геометрії в шкільному курсі математики, користі є багато. Як би не змінювався шкільний курс математики та кількість годин на її вивчення. Розв'язування геометричних задач є важливою складовою у навчанні школярів.

Задачі є першою формою застосування знань, отриманих школярами в процесі вивчення геометрії. Тому запропоновані задачі повинні відповідати підготовці учнів.

Завдання служать не тільки засобом закріплення розуміння теоретичних понять, а й мають значне навчальне значення. Займаючись розв'язуванням проблем, учні знайомляться з різними методами математичних міркувань, розширюючи таким чином свої знання з широкого кола предметів.

Готуючись до уроку, вчителю важливо приділити особливу увагу вибору вправ. Хоча підручник служить основним ресурсом для вибору

проблем, він не повинен бути єдиним джерелом. Оскільки одна книжка не може охопити достатню кількість різноманітних вправ для учнів з різним рівнем математичних знань, учитель також повинен включити додаткові геометричні задачі, особливо для тих учнів, які розглядають геометрію не лише як предмет, який викладають у школі, але й як щось, що охоплює їх оточення.

Такі задачі можна вибирати із збірників задач, що містять підбір різних вправ до окремих тем курсу, а також самим складати разом з учнями геометричні задачі, які будуть цікаві для них, та допоможуть більше заохотити їх до вивчення математики.

Існує кілька нестандартних методів викладання геометрії, які можуть зробити процес навчання цікавішим та ефективнішим для учнів. Деякі з них включають:

1. Використання віртуальної технології: використання комп'ютерних програм, віртуальних моделей та інтерактивних дошок може допомогти учням краще розуміти геометричні концепції. Вони можуть відтворювати просторові об'єкти, будувати і аналізувати фігури, розв'язувати задачі та проводити експерименти, що дозволяє учням "проживати" геометрію у віртуальному просторі.

2. Проблемне вивчення: замість нав'язування теорії учням, використовуйте проблемні ситуації, випадкові фігури та задачі з реального життя, щоб запровадити геометричні концепції. Цей підхід спонукає учнів досліджувати, аналізувати, дискутувати та розв'язувати проблеми, розвиваючи їх критичне мислення та творчий підхід.

3. Командна робота: робота в команді дозволяє учням співпрацювати, обмінюватися думками та розв'язувати задачі разом. Це сприяє взаємному навчанню, використанню різних підходів та змусить учнів активно включатися в процес навчання.

4. Застосування мультимедіа: використання відеоуроків, анімацій, візуалізацій та інтерактивних презентацій може допомогти учням краще усвідомити та запам'ятати геометричні правила та концепції. Вони можуть стати додатковим джерелом інформації, яке дозволяє учням бачити геометрію на практиці.

5. Застосування геометрії у реальному житті: показати учням, як геометрія застосовується у реальному житті, може допомогти їм зрозуміти значення та потенційні можливості цього предмета. Включіть приклади з архітектури, дизайну, конструювання, географії та інших областей, щоб показати важливість геометрії для розв'язання реальних проблем.

Ці цікаві методи можуть змінити звичний підхід до навчання геометрії, зробити його більш захопливим для учнів. Вони допоможуть розвинути їх творчість, критичне мислення та практичні навички, які можна застосовувати в реальному житті.

Висновки до розділу 1

Таким чином, математична компетентність є важливим елементом шкільного навчання і потребує педагогічної роботи для кращого засвоєння школярами базових понять та методів розв'язку задач. При цьому в старших класах на уроках геометрії розвиваються просторові уявлення школярів та закладаються основи вмінь розрахунків більш складних геометричних та стереометричних завдань. Використання нестандартних методів та задач в курсі геометрії розвиває математичну компетентність школярів і збільшує їх мотивацію до вивчення даного предмету.

РОЗДІЛ 2. ШЛЯХИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ ШКОЛЯРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИРІШЕННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

2.1 Основні форми викладання геометрії на основному етапі навчання в ЗЗСО

Математика відіграє вирішальну роль у формуванні інтелектуального розвитку особистості. У супровідному поясненні до навчальної програми з математики підкреслюється її глибокий вплив на учнів, оскільки вона розширює їхні перспективи та знайомить із різними когнітивними процесами, такими як індукція, дедукція, узагальнення, специфікація, аналіз, синтез, класифікація, систематизація, абстракція та аналогія. Отже, програма вимагає виховання інтелектуальної культури через вивчення математики. Основні цілі виховання інтелектуальної культури за допомогою математики охоплюють виховання логічного мислення, акцентування уваги на застосуванні логічних законів і правил і полегшення дедуктивного побудови математичних знань.

Включення математики як невід'ємної частини навчання відіграє вирішальну роль у формуванні інтелектуального зростання старшокласників. Цей предмет служить каталізатором у розвитку абстрактного та логічного мислення, вихованні різноманітних інтелектуальних якостей, відточенні навичок міркувати та обґрунтовувати судження, а також покращує адаптивність розумових здібностей.

У сфері математичної освіти є багато способів привернути увагу учнів і зацікавити їх. Однак головна мета цих уроків полягає в тому, щоб культивувати всебічний репертуар знань, компетенцій і навичок в учнів. Хоча вивчення обов'язкового матеріалу сприяє розвитку їхніх здібностей, педагогам важливо не обмежуватися лише встановленою навчальною програмою. На додаток до традиційних педагогічних підходів, нетрадиційні

методи навчання використовуються для розвитку здібностей студентів, поступово і систематично інтегруючи їх у самостійні пізнавальні зусилля, тим самим полегшуючи співпрацю між студентами та викладачами. Нетрадиційні уроки дають учням можливість уявити собі практичне застосування отриманих знань, оцінити власний прогрес, порівняти себе з однолітками та розкрити свій потенціал. Враховуючи зростання розумових вимог, під час цих уроків застосовуються різні техніки та методики, щоб підтримувати ентузіазм учнів до навчання, розвивати їхню пристрасть до математики та посилювати їхню участь у навчальному процесі.

Навчальна програма для 10-11 класів складається з курсів геометрії (зокрема, розділу «Стереометрія») та алгебри, а також основ аналізу. За широтою охоплення ці курси суттєво не відрізняються від загальноосвітніх, але спрямовані на реалізацію основного принципу математичної освіти. Для повної реалізації принципу моделювання професійної діяльності до навчального плану включено факультативні курси та індивідуальні завдання. Основна мета викладання математики в середньому навчальному закладі полягає в тому, щоб учні володіли необхідним рівнем математичних знань, щоб повноцінно брати участь у повсякденному житті, продовжувати освіту та досягати успіху на робочому місці. У основних профільних класах вивчення математики поглиблено шляхом введення додаткових завдань. Це робиться з метою виявлення та розвитку математичних здібностей студентів, виховання сильного інтересу до математики та професійної діяльності, а також належної підготовки їх до здобуття вищої освіти.

У порівнянні із загальноосвітніми класами рівень теоретичного вивчення навчального матеріалу значно підвищується. Особливо це помітно, якщо заглибитися в різні види трикутників, задачі про коло та і зокрема стереометрію. Протягом цих уроків послідовно наголошується на основних поняттях геометрії, розв'язків, еквівалентності, наслідків і ключових теорем. Крім того, підкреслюється важливість верифікації як вирішального

компонента процесу вирішення. Крім того, під час цих занять вводяться елементи комбінторної геометрії. Однак важливо зазначити, що ці теорії не є основною темою вивчення в середніх школах. Натомість вони слугують інструментами для вдосконалення та модернізації математичної мови учнів, розширення їхніх математичних знань та сприяння розвитку їхніх навичок критичного мислення. Впроваджуючи ці передові математичні поняття в навчальні програми, педагоги прагнуть виховати майбутніх математиків, сприяти національно-патріотичному вихованню школярів.

Навчальний матеріал повинен узгоджуватися з різними етапами знань: початковий етап починається з індивідуального розуміння, потім переходить до спеціальних знань і, зрештою, охоплює загальні знання. Другий етап просувається від загальних знань до логічних міркувань і, зрештою, до практичного застосування. В ідеалі, коли це можливо, матеріал повинен демонструвати практичне походження математичних фактів, а після їх перевірки демонструвати їх практичне застосування в майбутніх професійних починаннях і при вивченні інших предметів. Ці етапи мають бути невід'ємною частиною навчальної діяльності, оскільки сприяють розвитку творчості, активності та ініціативи учнів, навчають їх проводити невеликі дослідження, самостійно відкривати нові математичні факти. Тому вивчення математичних фактів, як правило, має ґрунтуватися на емпіричному досвіді школярів, включаючи відповідні приклади з реального життя та їхніх майбутніх професійних сфер, а також залучати факти з інших навчальних предметів. Крім того, моделі чи малюнки слід використовувати не лише для ілюстрації, а й для виконання евристичної функції, роблячи матеріал більш доступним. Такий підхід дозволяє учням виділяти істотні характеристики понять і властивостей математичних об'єктів і на основі цього розуміння самостійно формулювати відповідні твердження.

Наприклад, якщо потрібно визначити, чи є дві прямі паралельними у просторі, можна виконати певні дії: 1) перевірити, чи існує пряма, паралельна

кожній із заданих прямих, 2) оцінити, чи перетин даних прямих утворює третю площину, і 3) визначити, чи існує площина, перпендикулярна до кожної з даних прямих. Подібним чином, щоб знайти відстань між двома пересічними прямими, можна виконати такі кроки, як провести площину, паралельну другій прямій, через одну з прямих і обчислити відстань від будь-якої точки цієї прямої до паралельної площини. Іншим прикладом є процес вписування піраміди в сферу, який передбачає побудову перерізу сфери, паралельного її великому колу, малювання основи піраміди всередині кола поперечного перерізу та розміщення вершини піраміди на полюсі сфери, з'єднуючи бічні краї. Для того, щоб індивіди могли успішно набути компетенції, важливо, щоб освіта мала діяльнісний підхід. Такий підхід передбачає активне залучення учнів до різноманітної навчально-пізнавальної діяльності. Учням недостатньо просто засвоїти наявні знання; вони також повинні отримати розуміння методів, які використовуються для засвоєння цих знань, і технік міркування, що використовуються в математиці. Крім того, педагоги повинні створювати методичні ситуації, які спонукають учнів до самостійного відкриття математичних фактів. У процесі навчання вкрай важливо, щоб учні здобули як формальні та логічні знання, так і оперативні знання. Оперативні знання стосуються розуміння того, як застосовувати математичні методи в конкретних ситуаціях для досягнення заздалегідь визначених цілей. Цей тип знань допомагає розвинути навички, необхідні для вирішення як теоретичних, так і практичних математичних задач, а також для доведення тверджень і застосування знань в інших навчальних предметах. Надання студентам правил або інструкцій щодо того, як підходити до певних навчальних ситуацій, може бути корисним. Ці поради розроблено, щоб допомогти учням розпізнавати математичні залежності, використовувати поняття, теореми чи методи розв'язування задач і, зрештою, покращити їхні індивідуальні та узагальнені навички. На профільному рівні навчання учні також повинні займатися самостійним складанням алгоритмічних приписів

або евристик. Це включає кілька етапів, включаючи вибір групи задач, визначення необхідних операцій і знань, необхідних для їх розв'язання, розуміння методу розв'язання цих задач на модельних прикладах, визначення найбільш ефективної послідовності операцій і створення евристичної схеми. Важливо також встановити повноту й обмеженість способу діяльності та забезпечити його відповідність вимогам програми. Таким чином, учень, який вивчає спеціалізований курс математики, повинен володіти діяльнісним компонентом у своїх знаннях, який охоплює розуміння того, де і як застосовувати математичні концепції та методи.

Зміст навчання математики має практичну спрямованість, спрямовану на розвиток в учнів умінь застосовувати математичні інструменти при розв'язанні проблем, які виникають у таких галузях, як техніка, технології, науки, професійна робота та повсякденне життя. Цей розвиток відбувається через процес вирішення проблем реального світу та створення математичних задач на основі словесних описів типових практичних ситуацій. Крім того, практична спрямованість математичної освіти передбачає зміцнення зв'язків між різними математичними темами та підключення математики до інших предметів. Одним з ефективних шляхів підвищення практичного аспекту освіти є використання математичного моделювання, яке дозволяє застосовувати математичні методи в різних дисциплінах, включаючи природничі, гуманітарні та соціальні науки.

Розвиток компетенцій потребує адаптованого навчання математики, щоб адаптувати учнів із різноманітними освітніми досягненнями. Узгодження змісту навчання з віковими та пізнавальними особливостями учнів, а також їх перспективами на майбутнє досягається насамперед шляхом коригування обсягу математичної інформації та гнучкості у встановленні вимог до розуміння. Навчання математики на поглибленому рівні зумовлює необхідність значного збільшення самостійної роботи учнів. Водночас першочергова роль учителя полягає в педагогічній підтримці кожного учня в

його пізнавальній діяльності, коригуванні його навчального прогресу, сприянні в отриманні необхідних знань. По суті, відповідальність учителя поширюється за межі простого викладання математики на створення освітніх сценаріїв, де учні можуть самостійно або спільно здобувати математичні знання та навички. Для полегшення самостійної роботи в організацію навчально-методичного матеріалу можна включати вказівки, поради, контрольні запитання, загальні запитання, тестові завдання різного рівня складності. Очевидно, що на кожне запитання окремого розділу є точна відповідь, що забезпечує повне охоплення основного змісту підручника. Відповідаючи на запитання та виконуючи контрольні роботи, учні мають змогу переоцінити, узагальнити та систематизувати вивчену інформацію, закріпити набуті вміння та навички, навчитись самостійно працювати з підручником.

Ми вважаємо, що курс математики, розроблений для учнів, які хочуть займатися математичною кар'єрою, має важливе значення для розвитку їхніх навичок практичного застосування математичних принципів для аналізу процесів і явищ реального світу. Більше того, він повинен прагнути культивувати міцну основу математичних знань і навичок. В 11 класі основною метою вивчення теми «Фігури у просторі» є формування в учнів міцного розуміння фундаментальних понять, що лежать в основі геометрії. Крім того, він має на меті сприяти їх здатності ефективно використовувати ці концепції для вирішення простих сценаріїв вирішення проблем.

1) Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів охоплює вивчення алгебри, а також основ аналізу та геометрії. Ця навчальна програма, розроблена шановними педагогами Є.П. Нелін, О.Є. Долгова, М.І. Бурда, Б.В. Кудренко, О.Я. Біляніна та А. І. Азаренкова розроблено для того, щоб забезпечити учням всебічне розуміння математичних понять і навичок на стандартному рівні.

2) Навчальна програма з математики, розроблена спеціально для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів профільного рівня, була ретельно розроблена поважним колективом фахівців. До цієї спеціальної групи входять М.І. Бурда, М.Ф. Городній, Д.А. Номіровський, А.В. Панков, Н.А. Тарасенкова, М.В. Чемерис, В.О. Швець та М.С. Якір. Разом вони доклали значних зусиль і досвіду, щоб створити комплексну та всебічну програму з математики, яка задовольняє унікальні потреби та освітні вимоги учнів цієї вікової групи та освітнього середовища. [40]

3) Навчальна програма з математики, розроблена для учнів 10-11 класів, зокрема тих, хто навчається на поглибленому рівні з 8 класу, призначена для загальноосвітніх навчальних закладів профільного рівня. Дана навчальна програма розроблена групою експертів у складі О.І. Буковська, Т.С. Кіндюх, О.Є. Лисенко, А.В. Милянник, Н.В.Панова, А.В. Панков. Ці люди об'єднали свій досвід, щоб створити комплексну та сувору програму з математики, яка ефективно підготує студентів до подальших академічних занять і застосування в реальному світі.

Навчальна програма охоплює широкий спектр математичних тем, включаючи алгебру, геометрію, тригонометрію, числення та статистику, з наголосом на розв'язанні проблем і навичках критичного мислення. Він розроблений, щоб зацікавити учнів, розвивати їхні математичні здібності та розвивати глибоке розуміння математичних понять. Завдяки поєднанню теоретичних уроків, практичних вправ та інтерактивних заходів студенти розвиватимуть свої математичне мислення та аналітичні навички, що дозволить їм впевнено вирішувати складні математичні проблеми. Навчальна програма також включає використання технологій, таких як графічні калькулятори та математичне програмне забезпечення, щоб покращити досвід навчання та полегшити вивчення математичних понять. Крім того, навчальна програма робить сильний акцент на розвитку навичок математичної комунікації, заохочуючи студентів ефективно передавати свої

математичні ідеї та міркування. Загалом, навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів — це комплексна та продумано розроблена програма, яка має на меті дати учням міцну основу з математики та озброїти їх необхідними навичками та знаннями, щоб досягти успіху в майбутніх академічних і професійних починаннях. [39].

Математика займає унікальне й важливе місце в царині людських знань, слугуючи універсальним і потужним інструментом для сучасної науки. Тому вкрай важливо широко досліджувати роль математики в різних додатках. Однією з сфер особливого значення є надання учням всебічного розуміння математики та озброєння їх навичками, щоб використовувати його для вирішення широкого кола практичних завдань, особливо тих, що стосуються точних наук.

Коли школярі глибше вивчають математику на просунутому рівні, вони повинні усвідомити, що процес застосування математичних концепцій для вирішення проблем реального світу можна розбити на три окремі етапи. По-перше, це процес формалізації, який передбачає перетворення даного опису проблеми у формальну математичну модель і чітке визначення математичної проблеми. По-друге, учні повинні розв'язати проблему в рамках побудованої моделі, використовуючи свої математичні здібності, щоб знайти рішення. Нарешті, отримане рішення має бути інтерпретоване та застосоване до початкової ситуації, що дозволяє отримати всебічне розуміння проблеми та її наслідків.

Вивчення комбінаторного компоненту в курсі геометрії разом із стереометрію пропонує цінну можливість покращити розуміння предмету шляхом вивчення реальних застосувань у різних галузях, таких як архітектура, інженерія, механіка і економіка. Це дозволяє учням застосовувати знання та методи, які вони навчилися, для вирішення складних проблем у цих областях.

Розглянемо де зустрічають задачі комбінаторної геометрії у шкільному курсі. Деякі задачі є в 10 – 11 класах у підручника як і профільного так і стандартного рівня навчання. Але витoki вони беруть з 9 класу, зокрема в підричнику “Геометрія для поглибленого вивчення. 9 клас ” А. Г. Мерзляка, ось деякі з них:

На повторення вивченого за 8 клас:

1.4.° Площа паралелограма $ABCD$, зображеного на рисунку 1.1, дорівнює S . Знайдіть площу зафарбованої фігури.

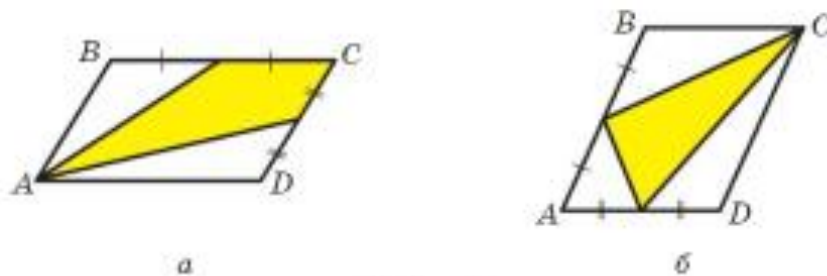


Рис. 1.1

З розв’язком для ознайомлення:

Задача 5. На стороні AC трикутника ABC позначено довільну точку M , відмінну від вершин A і C . У кожному із трикутників ABM і MBC вписано коло (рис. 6.9). Доведіть, що сума радіусів цих кіл більша за радіус кола, вписаного в трикутник ABC .

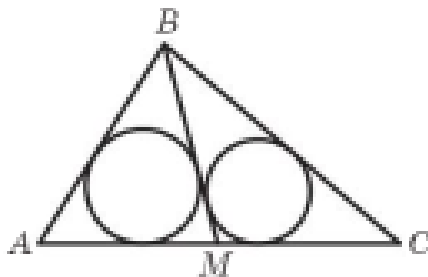


Рис. 6.9

Розв’язання. Позначимо S, S_1, S_2 — площі, p, p_1, p_2 — півпериметри, r, r_1, r_2 — радіуси вписаних кіл трикутників ABC, ABM, MBC відповідно.

Маємо: $S = S_1 + S_2$,

$$rp = r_1p_1 + r_2p_2.$$

Легко отримати (зробіть це самостійно), що $p_1 < p$ і $p_2 < p$. Тоді

$$rp = r_1p_1 + r_2p_2 < r_1p + r_2p.$$

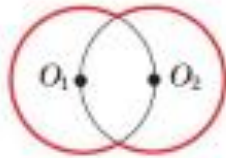
Звідси $r < r_1 + r_2$. ◀

Для роботи в класі:

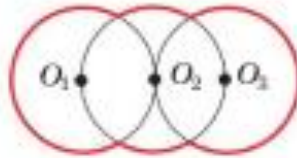
8.29.* Знайдіть довжину червоної лінії (рис. 8.20), де точки $O_1, O_2, O_3, \dots$ — центри рівних кіл радіуса R .



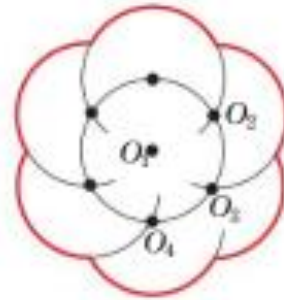
Рис. 8.19



а



б



в

Рис. 8.20

Що цікавого що знайшли і задачу в 5 класу у розділі на прояви компетентність, яка викликали труднощі при розв'язанні в учнів:

Проявіть компетентність

- 407.** Папір має форму прямокутника, одна сторона якого дорівнює 6 см, а друга — 8 см. Розріжте прямокутник:
- 1) на дві рівні частини так, щоб можна було, склавши їх, одержати трикутник.
 - 2) на дві нерівні частини так, щоб можна було, склавши їх, одержати трикутник.
 - 3) на чотири рівні частини так, щоб можна було, склавши їх, одержати трикутник.

Цікавим фактом виявилось ще те, що комбінаторні спрощені питання ще беруть початок з раннього віку, зокремо в 3-4 роки діти можуть працювати з так званим танграмом, або квадратами Микитиних, що дуже розвивають геометричне мислення та логіку.

2.2 Методика вивчення комбінаторної геометрії за допомогою нестандартних задач

Комбінаторна геометрія, також відома як дискретна геометрія, є спеціалізованою галуззю в геометрії, яка зосереджена на вивченні

комбінаторних властивостей геометричних об'єктів та їхніх пов'язаних конструкцій. Ця галузь геометрії вивчає скінченні та нескінченні набори або структури, що складаються з основних геометричних елементів, таких як точки, лінії, кола, багатокутники, тіла однакового діаметру, цілі решітки тощо. Він досліджує різні питання, що стосуються властивостей різних геометричних конструкцій, отриманих з цих об'єктів або структур. Обсяг проблем у комбінаторній геометрії коливається від конкретних і практичних запитів, таких як мозаїка та упаковка кіл на площині, а також використання формули Піка, до більш абстрактних і глибоких запитів, таких як гіпотеза Борсука та проблема Нельсона-Ердеса-Хадвігера.

Для проведення уроків з математики потрібно використовувати нестандартні підходи. Наприклад, можна використовувати у якості прикладів цікаві завдання як з повсякденного життя, так і з історичним підґрунтям. Розглянемо декілька задач, які можна запропонувати учням на факультативних заняттях з математики, або на консультаціях-підготовки до олімпіад різних етапів.

Розглянемо першу нестандартну задачу з комбінаторної геометрії взяту зі збірника І. В. Федака “Готуємося до олімпіади з математики” з четвертого розділу вправ для самостійного опрацювання.

Задача 1

Сім однакових кругів покрили круг, радіус якого дорівнює 1 см. Знайдіть найменший радіус, який може бути в цих однакових кругах.

Розв'язання:

Оптимальне розміщення кругів зображено на рис. 2.1., намальованого в програмі GeoGebra, яка може слугувати одним із методів підвищення

зацікавленості і математичної компетентності як і в учнів, так і вчителів.

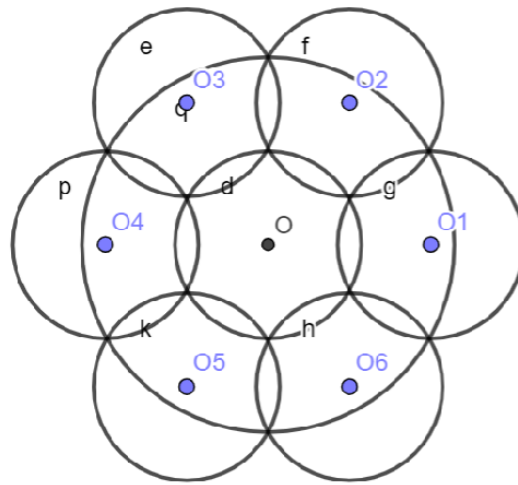


Рис.2.1. Оптимальне розміщення кругів, без дефектів.

Бачимо, що шість однакових кругів відтинають на крузі радіуса 1, шість однакових дуг величиною, яку можна обрахувати за формулою $l = \frac{2\pi R}{6} = \frac{2\pi \cdot 1}{6} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$. Хорди, які стягують дані дуги рівні радіусу великого круга – 1 см, як сторони правильного шестикутника вписаного в коло. Діаметри шести кругів однакові і дорівнюють даним хордам. Відповідно радіус дорівнює половині діаметра, а саме $\frac{1}{2}$ см.

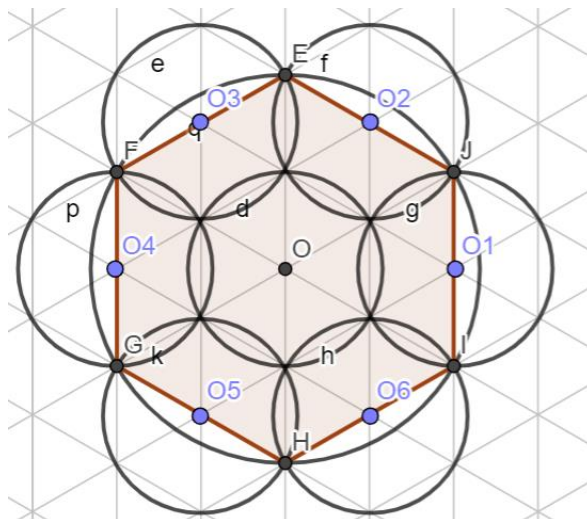


Рис.2.2. Оптимальне розміщення кругів, без дефектів на ізометричній сітці.

Відповідь: мінімальний радіус становить 0,5 см, легко побачити, якщо взяти ще менший радіус, то утворюється дефекти на крузі, які не будуть покриті.

Задача 2

А) Довести, що будь-який опуклий n -кутник з площею 1, можна вписати в паралелограм з площею 2;

Б) Довести, що трикутник з площею 1, не можна вписати в паралелограм з площею менше 2.

Розв'язання:

Нехай AB – сторона опуклого багатокутника M площею 1, точка C належить цьому n -кутнику і є найбільш віддаленою точкою від сторони AB (або одна із таких точок, якщо M має паралельну сторону до AB). Пряма AC ділить багатокутник M на дві частини - M_1 і M_2 (одна із цих частин може і не існувати). Схематичний малюнок до задачі зображено на рис. 2.3 розробленого в програмі GeoGebra, яка може слугувати одним із інноваційних методів підвищення математичної компетентності як в учнів, так і в вчителів.

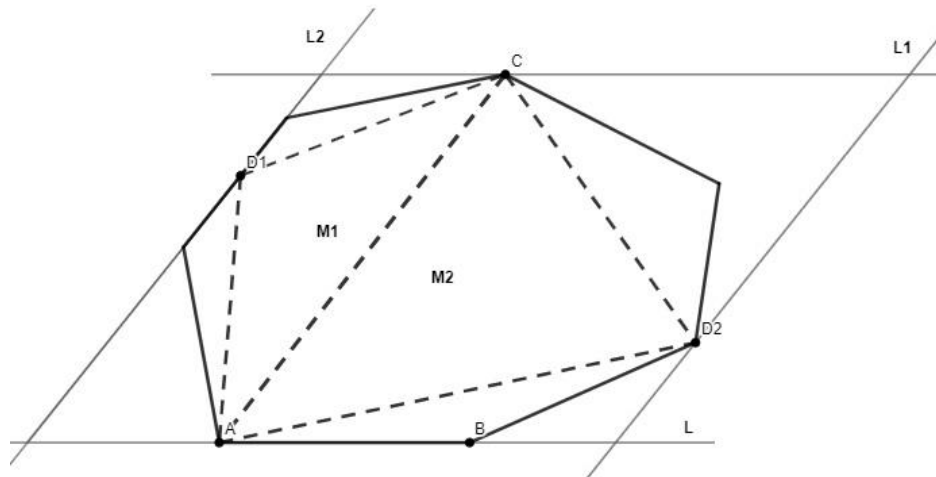


Рис.2.3. Комбінація фігур

Якщо D_1 і D_2 – точки багатокутника M_1 і M_2 , відповідно, то вони найбільш віддалені точки від прямої AC (або деякі з цих точок), $L \parallel AB$ проходить через точку C , а $L_1 \parallel AC$ і $L_2 \parallel AC$ – через точки D_1 і D_2 , то прямі AB , L , L_1 , L_2 утворюють деякий паралелограм P , описаний навколо багатокутника M .

Так як п-кутник M_1 і M_2 опуклі, то M_1 містить $\triangle AD_1C$, а M_2 містить $\triangle AD_2C$. Пряма AC ділить паралелограм P на два паралелограми P_1 і P_2 , до того ж $S_{AD_1C} = \frac{1}{2}S_{P_1}$ та $S_{AD_2C} = \frac{1}{2}S_{P_2}$. Звідси слідує, що $S = S_{P_1} + S_{P_2} = 2S_{AD_1C} + 2S_{AD_2C} \leq 2S_{M_1} + 2S_{M_2} = 2S_M = 2$, що і треба було довести (якщо $S_P < 2$), то ми можемо збільшити цей паралелограм так, щоб він продовжував включати в собі M .

б) Нехай P – паралелограм, описаний навколо $\triangle ABC$ площі 1. Зменшимо P , пересунувши паралельно його сторони доти, поки вони не доторкнуться до вершин трикутника. Нехай A – вершина, через яку проходять дві сторони отриманого таким чином паралелограма P ($AMQR$) (рис. 2.4). Проведемо через C пряму $l \parallel MQ \parallel AR$. Точки перетину l з AB і AM позначимо через D і E .

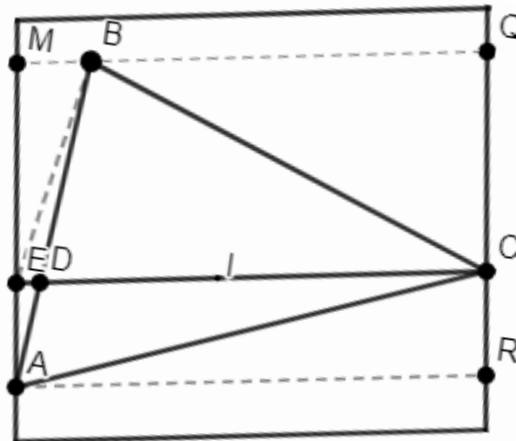


Рис.2.4. Комбінація фігур б).

$$\text{Звідси, очевидно } S_{CBD} \leq S_{CBE} = \frac{1}{2}S_{CQME}$$

$$S_{CAD} \leq S_{CAE} = \frac{1}{2}S_{CRAE}, \text{ звідси і слідує кінцевий результат:}$$

$$S_{ABC} = S_{CBD} + S_{CAD} \leq \frac{1}{2}S_{CQME} + \frac{1}{2}S_{CRAE} = \frac{1}{2}S_{AMQR}, \text{ отже } S_{AMQR} \geq 2S_{ABC} = 2.$$

Якщо точка C внутрішня точка сторони QR , то $S_{AMQR} = 2$, тільки в тому випадку, якщо B співпадає з M .

Задача 3

Скільки потрібно смуг шириною 1 см, щоб покрити круг радіусом R см?

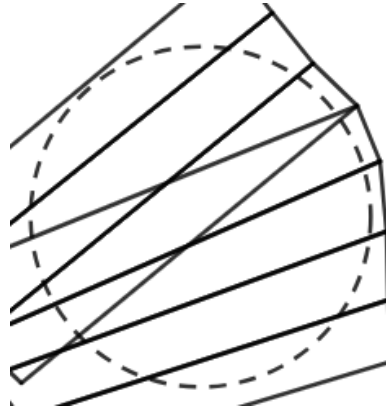


рис 2. 4. Можлива комбінація фігур до задачі.

Розв'язання:

Дана задача є окремим випадком більш загальної «проблеми дощечок», яку задав у 1932 р. відомий польський математик А. Тарський: яке найменше число смуг («дощечок») шириною h , якими можна покрити довільну плоску фігуру P («яму»). Цікаво відзначити, що ця проблема виявилася досить важкою, і протягом багатьох років її вирішення було відоме тільки для випадку круглої фігури (тобто для випадку даної задачі); навіть для випадку, скажімо, трикутної «ями» не було відомо жодних підходів до її вирішення. «Проблему дощечок» уперше в 1950 р. вирішив молодий датський математик Т. Банг (згодом це рішення кілька разів спрощувалося і узагальнювалося).

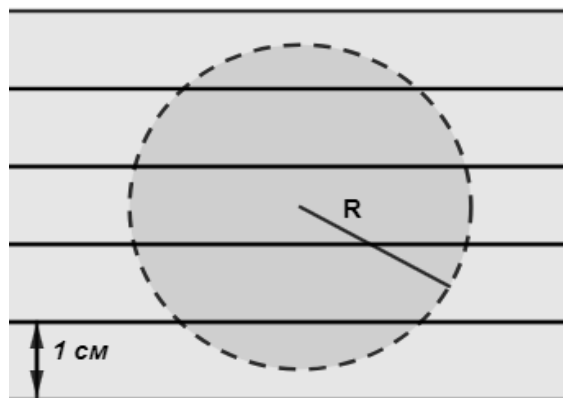


Рис 2.5. Оптимальне розміщення

Нехай k - найменше ціле число таке, що $k \geq 2R$, або іншими словами $k = [2R] + 1$, якщо $2R$ неціле число; в протилежному випадку $k = 2R = [2R]$ (тут квадратними дужками позначено цілу частину від числа).

Прикладемо k смуг країнами один до одного і накладемо на утворену широку смугу даний круг так, щоб він торкався краю смуги (рис. 4).

Стверджуємо, що менше, ніж k , числом смуг шириною 1 см. наш круг покрити не можна. Для доведення збудуємо півсферу, «екватором» якої є даний круг (рис 2.6.).

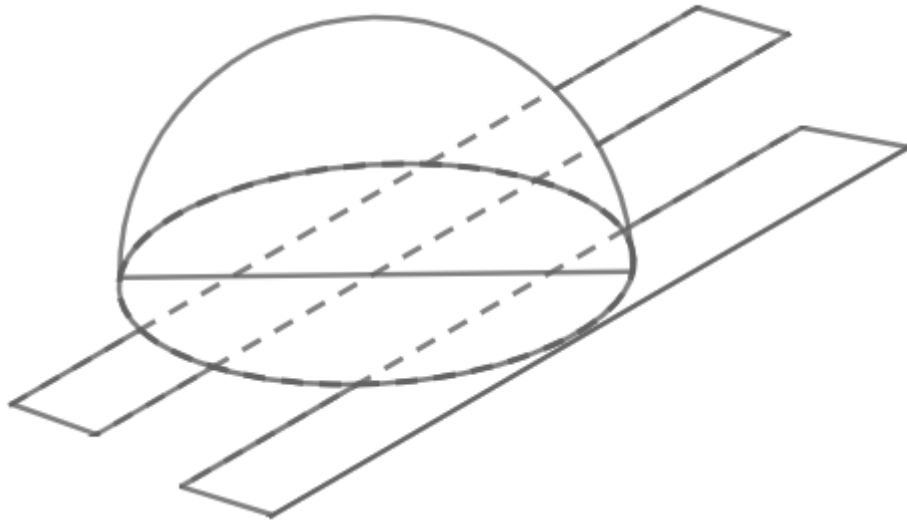


Рис 2.6. Оптимальне розміщення для сфери

Розглянемо тепер довільне покриття кола смугами. Через границі смуг проведемо площини, перпендикулярні до площини круга до перетину з півсферою. Кожній смужці покриття відповідатиме на пів сфері пів пояс висотою 1 см, або пів сегмент висотою ≤ 1 см; відповідні всім смугам пів пояси та пів сегменти повністю покривають пів сферу.

Протилежно, нехай дано деяке покриття пів сфери пів поясами висотою 1 см. і пів сегментами висотою ≤ 1 см, обмеженими колами, площини яких перпендикулярні площині «великого кола», що обмежує пів сферу. Спроекувавши ортогонально ці напів пояси і напів сегменти на площину даного круга, отримаємо покриття круга смугами шириною 1 см. (вважаємо,

що сегменти висотою менше 1 см. відповідають смугам шириною 1 см., лише один край яких перетинає коло).

Тому можемо переформулювати задачу так: яким найменшим числом пів поясів висотою 1 см. та пів сегментів висоти менше 1 см. можна покрити поверхню пів сфери. Але очевидно, що сума поверхонь всіх цих поясів і сегментів не може бути меншою за поверхню пів сфери. Так як поверхня пів пояса, або пів сегменту висоти 1 см дорівнює πR (нагадуємо, що поверхня сферичного пояса залежить тільки від висоти, а не від розташування пояса на сфері), а поверхня пів сфери рівна $2\pi R^2$, то очевидно, що якщо число k пів поясів та пів сегментів таке, що $k\pi R < 2\pi R^2$, або $k < 2R$, то цими k пів поясами і пів сегментами пів сферу покрити повністю не можна, що і треба було довести.

Задача 4.

Чи можна будь-який чотирикутник розфарбувати на вісім кольорів так, щоб кожен колір обмежувався рівнобедреним трикутником, а потім будь-який з цих кольорів перефарбувати на три чотирикутники?

Розв'язання:

Розділимо довільний чотирикутник діагоналлю, що з'єднає найбільші протилежні кути. Утвориться два довільні трикутники. У цих двох трикутниках проведемо висоти до найдовших сторін. Отримаємо чотири прямокутних трикутника, на які розрізано даний чотирикутник. У кожному прямокутному трикутнику проведемо медіану до найдовшої сторони. Отримаємо необхідних нам вісім рівнобедрених трикутників. Ці трикутники рівнобедрені так, як медіана, що проведена до гіпотенузи, рівна половині гіпотенузи прямокутного трикутника.

Розфарбуємо даний чотирикутник у вісім кольорів. В середині кожного пофарбованого трикутника візьмемо точку та проведемо від неї до кожної сторони трикутника перпендикуляри. Утворимо

розбиття пофарбованого трикутника на три чотирикутника. Їх і необхідно перефарбувати. Відповідь: можна

Також наведемо ще дві задачі для самостійного опрацювання:

Задача 5. У кулю радіуса 2 вписали куб. Яка ймовірність того, що точка, навмання обрана в кулі, потрапить до вписаного куба? [32, с.151]

Задача 6. (Задача Бюффона) Нехай на площині проведено нескінченну кількість паралельних прямих. Відстань між сусідніми прямими дорівнює 4. На площину кидають голку завдовжки 2. Знайдіть ймовірність того, що голка перетне одну з прямих.

Таким чином, ми окреслили коло можливих задач для використання у якості інноваційної методики викладання геометрії.

2.3 Експериментальна перевірка ефективності методики вивчення комбінаторної геометрії за допомогою нестандартних задач

Проведення тестування та вимірювань основних показників засвоєння матеріалу визначають ефективність застосування методичних принципів навчання математиці та їх вплив на математичні можливості учнів.

В ході виконання дослідження ефективності методики викладання задач комбінаторної геометрії використовувалися наступні методи дослідження:

- аналіз літературних джерел з обраної проблеми,
- педагогічне спостереження,
- вирішення тестових завдань (початкове та контрольне тестування) та
- метод обробки статистичних даних – відносне порівняння.

Метод аналізу науково-методичної літератури. Даний метод застосовується для отримання методик та методології проведення дослідження, отримання базових показників, з якими можна порівнювати стан розуміння роботи зі звичайними дробами до та після експерименту.

Педагогічний метод дослідження включає в себе аналіз розвитку школярів за нормативними даними для певних математичних вправ. Даний метод включає в себе ряд нормативів для даної вікової категорії.

Наведемо норми оцінювання письмових робіт з геометрії, за якими будемо оцінювати ефективність методики (Табл. 2.1) .

Таблиця 2.1

Норми оцінювання письмових робіт з геометрії

Рівень навчальних досягнень	Бали	Норми оцінювання навчальних досягнень учнів
Початковий	1	Робота виконана, але допущено 9 і більше помилок.
	2	Робота виконана, але допущено 8 грубих помилок або правильно виконано 1/3 запропонованих завдань.
	3	Робота виконана, але допущено 7 грубих помилок.
Середній	4	Робота виконана, але допущено 6 грубих помилок.
	5	Робота загалом виконана, але допущено 5 грубих помилок або правильно виконано 1/2 запропонованих завдань.
	6	Робота виконана в повному обсязі, але допущено 4 грубі помилки.
Достатній	7	Робота виконана в повному обсязі, але допущено 3 грубі помилки.
Достатній	8	Робота виконана в повному обсязі, але допущено 2 грубі помилки або правильно виконано 2/3 запропонованих завдань.
	9	Робота виконана в повному обсязі, охайно, але допущено 1 грубу помилку.
Високий	10	Робота виконана в повному обсязі, з дотриманням усіх визначених вимог, але є 1 негруба помилка або 2-3 охайних виправлення.
	11	Робота виконана в повному обсязі, у ній немає помилок, але є 1 охайне виправлення.
	12	Робота виконана в повному обсязі, правильно й охайно.

Метод обробки статистичних даних

Залежно від пристосування останніх до тих чи інших етапів статистичного дослідження прийнята така їх класифікація за стадіями дослідження.

1. Методи статистичного спостереження. Вони являють собою перший етап статистичного дослідження і виконують функції у збиранні і оцінці якості первинних статистичних даних. У зв'язку з масовим характером даних

застосовується метод масового статистичного спостереження. Під останнім розуміють спостереження над множиною елементів, які складають статистичну сукупність. Вивчаючи такі сукупності за допомогою масових спостережень, статистика викриває притаманні їм загальні риси, процеси, закономірності. Робота ця досить копітка, складна і тому потребує наукової організації. До масових спостережень належать обстеження, збирання звітності, переписи і т. д.

2. Методи зведення і групування первинного статистичного матеріалу. Зведення включає методи перевірки, систематизації, обробки, підсумовування даних і представлення їх у формі статистичних таблиць.

Зведення забезпечує систематизацію первинної інформації, підрахунок чисельності одиниць сукупності і об'єму ознак, що їх характеризують. Важливим етапом цієї стадії дослідження є розподіл інформації (розчленування) за ознаками її відмінності, тобто групування статистичних даних. Специфіка методів групування зумовлюється завданнями дослідження і якістю первинної інформації.

Методи групування дозволяють розділити досліджувану сукупність на однорідні в певному відношенні частини. Наприклад, розчленування сукупності господарств певного регіону за формою їх виробничої діяльності (колективні, орендні, кооперативні тощо).

3. Методи (прийоми) визначення узагальнюючих зведених синтетичних показників. Вони становлять третю стадію статистичного дослідження і вирішують завдання визначення певних параметрів.

Стадія узагальнення і аналізу зведеного матеріалу передбачає виявлення характерних властивостей і закономірностей соціально-економічних явищ, взаємозалежностей факторних та результативних ознак. На цьому етапі використовується весь арсенал статистичних прийомів і методів дослідження, розраховуються такі узагальнюючі статистичні показники: абсолютні, відносні й середні величин. Окремі загальні риси

формування названих вище показників визначають шляхом виміру їх варіації. Вимірювання варіації спеціальними прийомами дає змогу одержати характеристику умов, в яких здійснюються масові процеси, для цього досліджують закони розподілу.

В експерименті брали участь 18 дітей – учнів 10-11 класів Пнівського ліцею. В процесі експерименту їх було розділено на 2 групи по 9 осіб, в яких відповідно проводились заняття з геометрії по традиційнім та нестандартним методам.

Для першої групи використовувалися інтерактивні методи проведення факультивних занять, а для другої традиційні, зокрема запропоновані задачі для самостійної роботи з розділу 2.

Для першої групи задачі для самостійного опрацювання, за якими робилася апробація магістерської роботи були запропоновані в наступній формі:

1. Створено на онлайн платформі допомоги для вчителів «НаУрок» тести, які учні можуть пройти у різних формах подачі (тестування, флеш картки, відповідності, друкований варіант)
2. Дані тести-задачі (з попереднього підрозділу) перекладені і на англійську мову. Створено qr-коди до тестів, відповідно на українській і англійській мові. (рис 2.7).
3. На попередніх факультативних заняттях учні знайомилися з GeoGebra.

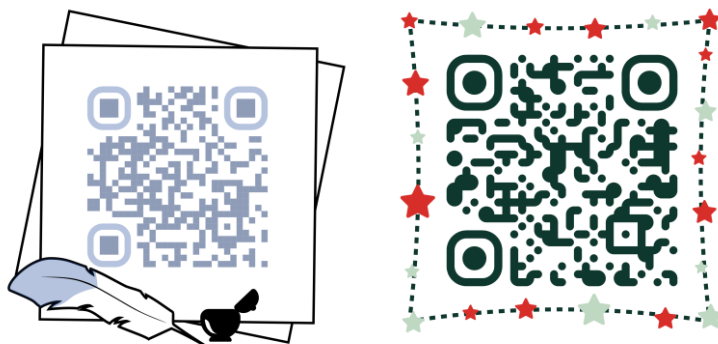


Рис. 2. 7. QR-коди для тестів.

Перед початком експерименту було визначено основні показники математичної компетенції учнів. Розглянемо результати констатувального експерименту, тобто визначення початкових даних для обох груп до впровадження нестандартних задач. На початку оцінювалась навчальна ефективність за 40-бальною системою. Оцінювання рівня знань проводилось за наступною методикою:

- висока математична компетенція (кількість помилок у всіх завданнях не більше за 3) – від 36 до 40 балів;
- вища за середню математична компетенція (кількість помилок в розв'язанні геометричних задач не більше 7, дитина самостійно вміє оцінити помилку) – від 30 до 35 балів;
- середня математична компетенція (кількість помилок більше 7, дитина не завжди розуміє свою помилку) – від 25 до 29 балів;
- нижча за середню математична компетенція (дитина вміє послідовно виконувати завдання та зіставляти відповідь з завданням, але допускає більше 10 помилок в розрахунках) – 20-24 бали;
- низька математична компетенція (дитина не вміє зіставляти відповідь з завданням, плутається у розв'язку тощо) - менше 19 балів.

Дані тестування наведено у табл. 2.3.

Таблиця 2.3

Навчальна ефективність учнів

Рівні навчальної ефективності	Бали	Кількість учнів у %	
		Контрольна група	Експериментальна група
Висока	36-40	16	17
Вища за середню	30-35	51	50
Середня	25-29	27	28
Нижча за середню	20-24	4	4
Низька	≤19	2	1
Середній показник		31,75	31,90
Сума		$\Sigma=100$	

Таким чином, початкові умови є майже однаковими, середній рівень

навчальної ефективності знаходиться на рівні близько 32 балів у кожної з груп.

Таблиця 2.4.

Результати дослідження рівня успішності

Рівні діагностованих Параметрів	Кількість учнів у %	
	Контрольна група	Експериментальна група
Високий	9,4	7,3
Середній	79,0	82,5
Низький	11,6	10,2
Середній бал	7,9	8,1

Тут середній бал знаходиться на рівні 8 балів, хоча у контрольної групи показники дещо нижчі.

Після проведення ряду тестів по засвоєнню матеріалу у обох груп за звичайною та нестандартною методикою було проведено оцінювання ефективності.

Показником, який визначав на цьому етапі динаміку розвитку особистості школяра в академічній групі, була його навчальна успішність, що вимірювалася під час навчального процесу через врахування поточних оцінок.

Таблиця 2.5.

Результати дослідження рівня успішності

Рівні діагностованих параметрів	Констатувальний експеримент		Формувальний експеримент		Різниця між показниками	
	КГ	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ	ЕГ
Параметр навчальної успішності (у %)						
Високий	9,4	7,3	9,5	8,5	0,1	1,2
Достатній	79,0	82,5	82,0	91,5	3	9
Середній	11,6	10,2	8,5	0	-3,1	-10,2
Середній бал	7,9	8,1	8,1	8,5	0,2	0,4

Про позитивну динаміку розвитку знань школяра в групі можна судити за результатами оцінювання успішності школярів при розв'язанні задач.

Зокрема, для першої групи були запропоновані 4 задачі у роздрукованому варіанті на листочку, попередньої підготовка та уроки

проводилися у стандартному форматі. Другій експериментальній групі ті самі задачі були представлені на платформі «НаУрок», з використанням qr-кодів, перекладеними двома мовами для зручності, також підготовка до експерименту проводилася з інноваційними методами, розроблені роздаткові матеріали та ознайомилися з програмою Geogebra.

Зокрема, в експериментальній групі цей показник зріс на 9% (від 82,5% до 91,5%), у КГ – на 3 % (від 79 % до 82 %). Причому, якщо в експериментальній групі середній бал варіював від 8,1 до 8,5 уже без «сімок», то в контрольній групі від 7,9 до 8,1 ще з наявними «сімками».

Аналіз результатів контрольного дослідження засвідчив значно вищі показники порівняно з тими, які було отримано перед веденням експериментального курсу навчання. Проведення тестування серед учнів виявило, що учні оволоділи термінологією, навчилися доречно використовувати математичні поняття стосовно геометричних задач, правильно обирати метод рішення та послідовність дій, логічно та точно передавати зміст розв'язку геометричної задачі.

Висновки до розділу 2

Отже, даний експеримент довів ефективність використання нестандартних задач з комбінаторної геометрії для максимального покращення математичної компетентності серед учнів старших класів. Незважаючи на невелику кількість учасників експерименту, були отримані результати, які безумовно доводять, що впровадження і збільшення спектру розгляду задач з геометрії позитивно впливає на розуміння математичних процесів та розвитку логічного мислення в учнів. Таким чином, вивчення нестандартних задач з комбінаторної геометрії є ефективною методикою, яка дозволить підвищити засвоюваність матеріалу на уроках геометрії, а також підвищить їх загальну навчальну успішність.

ВИСНОВКИ

Роботу присвячено психологічним та педагогічним аспектам навчання математиці за допомогою нестандартних задач комбінаторної геометрії учнів старших класів.

Геометричні задачі у шкільному курсі математики виконують важливі функції. Вони є дуже ефективним і часто незамінним засобом засвоєння учнями понять і методів шкільного курсу математики, розвитку мислення, формування умінь і навичок у практичному застосуванні.

Розв'язуючи математичну задачу, людина пізнає багато нового: знайомиться з новою ситуацією, описаною в задачі, із застосуванням математичної теорії до її розв'язання, пізнає новий метод розв'язання або нові теоретичні підходи, необхідні для розв'язання завдання.

Практичне застосування геометричних задач у шкільному курсі учні зустрічають у таких предметах: фізика, хімія, біологія, географія, економіка та інші. Також при розв'язуванні задач, учні застосовують математичні знання для різних практичних потреб. Задачі готують їх до практичної діяльності у майбутньому. Розв'язування математичних задач привчає виділяти основне і другорядне. При розв'язанні геометричних задач в учнів формується власний стиль мислення: дотримання послідовності, своя схема міркування, хід думок та точність висловлювання.

Таким чином, в процесі роботи було вирішено наступні завдання:

- досліджено теоретичні засади формування просторових математичних уявлень та математичної компетентності. Формування просторових математичних уявлень та математичної компетентності включає в себе власне поняття математичної компетентності, а також методи та засоби її формування в цілому та на основі окремих традиційних та інтерактивних підходів;

- визначено засоби формування математичних навичок під час занять з дітьми старшого шкільного віку. Дані навички формуються у рамках відповідних математичних занять на уроках геометрії з застосуванням алгебраїчних та комбінаторних знань та мають на меті вільне володіння математичною термінологією і навичками вирішення геометричних задач, а також виконання інших дій;

- досліджено методологію розвитку математичної компетенції в межах особистісно-орієнтованого підходу. Визначено основні педагогічні методи особистісно-орієнтованого навчання, серед них значну увагу приділено нестандартним методам як найбільш дієвим в межах особистісно-орієнтованого підходу;

- підготовлено дидактичні вправи на розвиток роботи з геометричними поняттями як елементу математичної компетенції. Було виокремлено вправи на розвиток навичок виконання основних дій по визначенню розв'язку методами комбінаторної геометрії, а також на формування математичного мовлення на високому рівні, вміння формулювати думки, додержуючись логічної послідовності, а також відповідно реагувати на поставлені питання. Запропоновано методики, які можна використовувати на уроках геометрії в профільних класах старшої школи з особистісно-орієнтованим підходом до навчання;

- надано порівняльну характеристику класичних та інтерактивних методів розвитку математичної компетенції у процесі формування просторових математичних уявлень та навичок з роботи з комбінаторними завданнями. Для дослідження ефективності інноваційних методик з використанням особистісно-орієнтованого підходу було проведено експеримент серед дітей 10-11 класів. Було відібрано 18 осіб для участі в експерименті та поділено на 2 групи – контрольну та експериментальну з приблизно однаковим рівнем знань. Після проведення експерименту було

досліджено зміни у показниках рівня знань контрольної та експериментальної груп.

Середній показник математичної компетенції покращився в обох групах, але в контрольній групі він зріс на 1,22, а в експериментальній – на 5,89. Середня кількість помилок зменшилась в обох групах, але в контрольній групі вона зменшилась на 17 од., а в експериментальній – на 33, тобто майже вдвічі більше, що показує значний прогрес для експериментальної групи. Отже, даний експеримент довів ефективність використання сучасних методів для вивчення геометрії за допомогою нестандартних задач комбінаторної геометрії у 10 - 11 класах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аркатов, Ю. М. Математика: Конспект лекцій для слухачів підготовчого відділення Частина 1. ОДЕКУ, Одеса,. 2019. – 120 с.
2. Бенъ Н. Компетентність і компетенції в результатах / Н. Бенъ // Відкритий урок: розробки, технології, досвід. – 2012. – № 2. – С. 26-31.
3. Боремчук М.М. Використання мультимедійних засобів у сучасній освіті / М.М. Боремчук // Журнал «Науковий огляд». – Електрон. дані. – 2012. – Режим доступу: <http://intkonf.org/boremchuk-mm-vikoristannya-multimediynih-zasobiv-u-suchasniy-osviti/>
4. Вихрущ В.О. Особистісно-орієнтовані педагогічні технології та колективна учбова діяльність школярів: проблеми взаємозв'язку // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Серія: Педагогіка. – Тернопіль, 2006. – №2. – С.3 – 5.
5. Гонцова, В. В. Сучасні мультимедійні технології [Текст] / В. В. Гонцова, О. В. Орлик // Інформатика та інформаційні технології : студ. наук. конф., 20 квітня 2015 р. : матер. конф. – Одеса, ОНЕУ. – С. 76-79.
6. Гриценко В. П. Інформаційні технології цифрової обробки. Навчальний посібник / В.П. Гриценко. – Умань, Освіта, 2011. – 49 с.
7. Дрожжина Т. В. Європейська освіта: розвиток і його осмислення / Т. В. Дрожжина // Упр. школою. – 2010. – № 19-21. – С. 40-41.
8. Заброцький М. М. Основи вікової психології : навч. посіб. / М. М. Заброцький. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2006. – 112 с.
9. Загвоздкін В. Стандарти освіти у міжнародному контексті / В. Загвоздкін // Шлях освіти. – 2009. – №3. – С.20-22.
10. Кутішенко В. П. Вікова та педагогічна психологія: курс лекцій : навч. посіб. / В. П. Кутішенко. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 128 с.

11. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях. Навчальний посібник для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти / І. В. Лов'янова. – Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет. – 2016. – 78 с.

12. Овчарук О.В. Компетентісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики / О.В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – 112 с.

13. Основи елементарної математики: Навчальний посібник для самостійного опрацювання / О.П. Мельниченко, Р.Л. Шевченко, І.Л. Якименко, В.Т. Розумнюк – Біла Церква, 2005. – 45 с

14. Педагогічний експеримент: навчально - методичний посібник/ [укладач О. Е. Жосан]. –Кіровоград: Видавництво КОІППО імені Василя Сухомлинського, 2008. – 72 с.

15. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. Г. О. Михалін. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320 с.

16. Сисоєва С.О. Інформаційна компетентність фахівця: Теорія та практика формування : навч.-метод. посіб. / С.О. Сисоєва, Н.В. Баловсяк. – Чернівці : Технодрук, 2006. – 208 с.

17. Спеціальна методика викладання математики в допоміжній школі: Курс лекцій. Частина 2 / Упорядники: О.В. Гаврилов, О.М. Ляшенко, Н.І. Королько. – Кам'янець-Подільський: ПП Мошинський В.С., 2006. – 432 с.

18. Степко М. Компетентісний підхід: його сутність. Що є прийнятним, а що проблемним для вищої освіти України? / Михайло Степко // Теоретичний та науково-методичний часопис. – 2009. – № 1(32). – С. 43–52.

19. Федак І. В. Розв'язування задач підвищеної складності з математики. Спеціальний курс. – Івано-Франківськ: Голіней, 2010. – 100 с.

22. Ясінський В.А

20. Чумак В. В. Вікова психологія : навч. посіб. / В. В. Чумак. – Бердянськ : Видавець Ткачук О. В., 2015 – 192 с.
21. Шапошникова І., Коваль Л. Сучасний урок математики: роздуми після всеукраїнського конкурсу «Учитель року 2008» / Ірина Шапошникова, Людмила Коваль // Початк. школа, . –2008. – № 8. – С. 27–31.
22. Мультимедійні технології навчання. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://sites.google.com/site/ikttatzn9050678/home/multimedijni-tehnologiie-navcanna>
23. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи.- [Електронний ресурс].- режим доступу: Концепція Нової Української школи <http://mon.gov.ua/ua>
24. Сервіс – освітній проект НаУрок. Електронний ресурс. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/>
25. Сервіс GeoGebra. Електронний ресурс. Режим доступу: <https://www.geogebra.org/>