

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти
на тему «Числові послідовності у позакласній роботі з математики»

Виконав:

магістрант(ка) II курсу, групи СОМ(М)-2
спеціальності 014.04 Середня освіта
(Математика)

Курило В.Б.

Керівник: професор Заторський Р. А.

Рецензент:

м. Івано-Франківськ- 2023 р.

Зміст

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	6
1.1 Числові послідовності в задачах шкільного курсу математики	6
1.2 Відомості про числові прогресії.....	10
1.3. Роль числових послідовностей у навчанні математики	15
1.4. Властивості та особливості числових послідовностей	17
Висновки до I розділу	19
РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ТА ВПРОВАДЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ.....	20
2.1. Особливості використання комп'ютерних технологій.	20
2.2 Сучасні комп'ютерні технології на заняттях з математики як засіб розвитку пізнавального інтересу школярів.....	23
Висновок до II розділу	25
РОЗДІЛ 3 РЕЗУЛЬТАТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ	26
3.1 Використання хмарних технологій у позакласній роботі з математики	26
3.2. Проєктна діяльність як засіб формування математичної компетентності	39
3.3. Констатувальне дослідження стану використання методу проєктів та інтерактивних вправ у позакласній роботі з математики на тему “Числові послідовності”	43
Висновок до III розділу	46
ВИСНОВКИ.....	48
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	49
ДОДАТКИ	Ошибка! Закладка не определена.

ВСТУП

В сучасному освітньому середовищі особлива увага на уроках математики приділяється процесу формування творчих здібностей кожного учня. Розвиток творчої особистості визнають основною метою математичної освіти в школі. Останнім часом наголос робиться на зміцненні уваги до особистісного росту учня, оскільки розвиваючи свої здібності та втілюючи їх у життя, учень збагачується досвідом, накопиченим людством, і стає корисним для всього суспільства. Навчальний процес структурується так, щоб отримані учнями знання мали особистісний сенс. Це вимагає розвитку творчого потенціалу учнів, формування умінь і навичок у проведенні пошукової та експериментальної роботи, а також розвитку їхньої самостійності та критичного мислення.

Сучасному вчителю слід мати не лише глибокі знання про різновиди інноваційних форм і методів розвитку творчої активності учнів, але й володіти методичними прийомами їх використання під час вивчення конкретної теми з математичного курсу в школі.

Тема "Прогресії" розглядається у курсі алгебри 9 класу основної школи відокремлено, без пов'язання з іншими розділами шкільної математичної програми.

Через вивчення даної теми відокремлено, вирішення завдань з прогресій часто викликає труднощі для учнів, що значно знижує їх пізнавальний інтерес до вивчення математики. При цьому перед кожним педагогом стоїть завдання — вирішити наявну педагогічну проблему, оскільки прогресії також мають практичне значення в житті людини. Числові послідовності часто використовуються для розв'язання деяких задач з фізики, геометрії, біології, хімії, економіки, будівництва.

Отже, велика значущість теми "Числові прогресії" у математиці, прикладних науках та житті людини, а також проблеми, які виникають у вчителя при навчанні цієї теми учнів, демонструють всю актуальність теми дослідження.

Мета роботи: Розвивати навички роботи з числовими послідовностями, вдосконалювати вміння визначати їхні закономірності та застосовувати математичні концепції для аналізу послідовностей.

Об'єктом дослідження: числові послідовності в позакласній роботі

Предмет дослідження: Методика формування творчої діяльності учнів під час вивчення розв'язання задач на числові послідовності у позакласній роботі з використанням інноваційних форм і методів.

Завдання роботи:

- Вивчити інноваційні форми і методи формування творчої діяльності учнів у позакласній роботі з математики.
- Виявити особливості теми "Числові послідовності" у позакласній роботі з математики та особливості використання інноваційних форм і методів формування творчої діяльності учнів при вивченні розв'язання задач на послідовності.
- Розробити інтерактивні завдання та тестування на тему "Числові послідовності" для розвитку творчого потенціалу учнів.
- Розробити навчальний курс "Числові послідовності" у позакласній роботі з математики на платформі Google sites
- Розробити конспекти занять для позакласної роботи на тему "Арифметична та геометрична послідовності".
- Створити презентації занять для позакласної роботи з теми "Числові послідовності".
- Розробити навчальний позакласний проект "Послідовності життя".
- Проаналізувати задачі практичного змісту з теми "Числові послідовності", створити власні задачі з конкретизованим розв'язком
- Сформулювати результати педагогічного експерименту.

Структура магістерської роботи:

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.

1.1 Числові послідовності в задачах шкільного курсу математики

Одним із етапів функціональної змістовної лінії курсу математики є розгляд теми "Числова послідовність та її границя". Цей розділ є передумовою для вивчення границі функції та вважається досить складним для розуміння, оскільки включає в себе перехід до більш абстрактних концепцій. Тому важливо ілюструвати всі поняття та факти цього розділу відповідними прикладами для глибшого розуміння.

При вивченні числових послідовностей та їх границь розрізняють наступні види завдань:

1. Задачі, які стосуються створення числової послідовності (знаходження конкретного або загального члена послідовності).
2. Задачі, що визначають властивості числової послідовності (монотонність, обмеженість або необмеженість).
3. Задачі, які спрямовані на визначення існування границі числової послідовності (використовуючи визначення та теореми щодо існування границі).
4. Задачі, пов'язані із знаходженням границі послідовності.

У шкільному курсі математики існують задачі, які часто не отримують достатньої уваги від вчителів. Рекомендується включати ці задачі до позакласної роботи для розвитку математичних навичок учнів.

До першого типу завдань відносяться ті, що стосуються різних методів задання числових послідовностей, визначення формули загального члена, а також знаходження конкретного члена послідовності, якщо відома загальна формула.

Приклад 1. Визначити вираз для загального члена послідовності.: 1)
1,3,5,7,9,...

$$a_n = 2n - 1$$

або

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n$$

2) 1,2,6,24,120,...

$$a_n = n!$$

або

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n(n+1)$$

У першому випадку в обох прикладах загальний член послідовності визначено за формулою для n -го члена, тоді як у другому випадку використовується рекурентна формула. Таким чином, можна зазначити, що загальний член послідовності може бути представлений різними методами.

Важливо відзначити, що для повного задання послідовності недостатньо лише знання рекурентної формули; необхідно також вказати початкові умови

Приклад 3. Задайте рекурентне відношення для послідовності (a_n) задана

формулою n -го члена $a_n = \frac{n+1}{n}$.

Розв'язання. Почнемо з визначення $a_1 = 2$. Далі виразимо n через a_n у формулі n -го члена:

$$na_n = n + 1$$

$$n(a_n - 1) = 1$$

Оскільки $a_n > 1$, при будь якому $n \in N$, то можна записати $n = \frac{1}{a_n - 1}$.

Маємо

$$a_n = \frac{n+1}{n} = \frac{\frac{1}{a_n-1} + 1}{\frac{1}{a_n-1}} = \frac{2a_n - 1}{a_n}$$

Відповідь: $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2a_n - 1}{a_n}$

Приклад 4. Для послідовності (a_n) визначеної формулою n $a_n = 37 - 3n$.

Перевірте чи наступні числа її членами: 1) 19; 2) -7? У випадку позитивної відповіді, вказати номер відповідного члена.

Розв'язання.

1) Якщо число 19 є членом послідовності, то існує таке натуральне значення n , при якому $37 - 3n = 19$. Розв'язавши це рівняння отримаємо $3n = 18$; $n = 6$. Таким чином, число 19 є шостим членом даної послідовності (a_n) .

2) Маємо:

$$37 - 3n = -7;$$

$$3n = 44;$$

$$n = 14\frac{2}{3}$$

Оскільки число n повинно бути натуральним числом, а ми отримали дробове $14\frac{2}{3}$, то число -7 не є членом даної послідовності.

Зазначенням того, що при аналізі можливості існування границі числової послідовності важливими чинниками виступають її монотонність та обмеженість, підкреслюється, що другий тип завдань стосується саме визначення цих характеристик числових послідовностей.

Приклад 5. Доведіть, що послідовність, визначена формулою $a_n = \frac{n}{2^n}$ є незростаючою.

Розв'язання. Почнемо з різниці між сусідніми членами послідовності $a_n - a_{n+1} = \frac{n}{2^n} - \frac{n+1}{2^{n+1}} = \frac{2n - n - 1}{2^{n+1}} = \frac{n-1}{2^{n+1}} \geq 0$

Отже, ми показали, що для будь-якого натурального числа n виконується нерівність

$$a_n \geq a_{n+1},$$

Зауважимо, що коли всі члени послідовності є додатними числами, то для дослідження послідовностей на монотонність можна порівняти відношення $\frac{a_n}{a_{n+1}}$ з одиницею.

У нашому прикладі легко показати, що $\frac{a_n}{a_{n+1}} \geq 1$

. Звідси в силу того $a_{n+1} > 0$, отримуємо $a_n \geq a_{n+1}$, що підтверджує незростання послідовності

Приклад 6. Доведіть, що послідовність, визначена формулою $a_n = \frac{10\sqrt{n}}{n+25}$, є обмеженою.

Розв'язання. Оскільки $a_n > 0$ для будь-якого $n \in \mathbb{N}$, то дана послідовність є обмеженою знизу.

Покажемо, що ця послідовність обмежена зверху. Застосувавши нерівність Коші до чисел n і 25 , отримуємо:

$$\frac{10\sqrt{n}}{n+25} \leq \frac{10\sqrt{n}}{2\sqrt{25n}} = 1$$

Отже, для будь-якого натурального числа n маємо $a_n \leq 1$. Це підтверджує обмеженість

Приклад 7. Доведіть, що послідовність, визначена формулою $x_n = 5^n - 4^n$, є необмеженою.

Розв'язання. Використовуючи метод математичної індукції доведемо, що $5^n - 4^n \geq n$ для всіх $n \in \mathbb{N}$.

База індукції: при $n = 1$ нерівність є правильною. Дійсно $5^1 - 4^1 \geq 1$.

Індукційний перехід. Нехай при деякому $n = k$ має місце нерівність $5^k - 4^k \geq k$. Доведемо, що при $n = k + 1$ виконується нерівність $5^{k+1} - 4^{k+1} \geq k + 1$.
Маємо:

$$5^{k+1} - 4^{k+1} = 5 \cdot 5^k - 4 \cdot 4^k = 5^k + 4(5^k - 4^k) \geq 5^k + 4k > k + 1.$$

За методом математичної індукції нерівність $5^k - 4^k \geq k$ встановлено для всіх $k \in \mathbb{N}$.

Доведена нерівність означає, що послідовність (x_n) необмежена зверху, тобто для будь-якої сталої C нерівність $5^n - 4^n < C$ не виконується для всіх $n \in \mathbb{N}$.

Для збільшення розуміння учнями концепції границі та її закріплення, доцільно пропонувати вправи, в яких, використовуючи означення, вони мають аргументувати, чи є певне число границею вказаної послідовності.

Розгляд цих задач на числові послідовності та порівняння різних методів їх розв'язання сприяють розвитку в учнів логічного мислення та уміння шукати найбільш раціональні рішення в задачах.

1.2 Відомості про числові прогресії

Вивчення прогресій, як математичного явища, відоме з давніх часів, і хто автор їх відкриття важко визначити. Під прогресією розглядають послідовність чисел, де кожен наступний член відрізняється від попереднього на однакове число. На сучасному етапі термін "прогресія" застосовується переважно у висловах, таких як арифметична чи геометрична прогресія. Корені слова "прогресія" латинські (від лат. *progressio* - рух уперед), і сам термін був введений у вживання Північною Боецією (480-524 pp.), римським богословом, державним діячем та філософом.

Перші згадки про прогресії сягають ще до давніх цивілізацій. Наприклад, у клинописних вавилонських дошках та єгипетських папірусах зустрічалися стародавні задачі з прогресіями та їх рішення. Одна з прикладів - задача стародавнього Єгипту з папірусу Ахмеса (Райнд): "У семеро осіб по семеро кішок, кожна кішка з'їдає по семеро мишей, кожна миша з'їдає по семеро колосків, з кожного колоска може вирости по семеро мір ячменю. Які числа у цьому ряді і яка їхня сума?" [6]. Ця задача неодноразово повторювалася в різних інтерпретаціях і серед інших народів у різні часи. Наприклад, у написаній у XIII ст. "Книзі про рахунок" Леонардо Пізанського (Фібоначчі) є задача, в якій фігурують 7 старих жінок, які направляються до Риму: "у кожної зі старих жінок по 7 мулів, на кожному мулі по 7 мішків, в кожному мішку по 7 хлібів, в кожному хлібі по 7 ножів, кожний ніж в 7 ножнах". У задачі запитується, скільки всього предметів [6]. Очевидно, що суть задачі аналогічна.

Розв'язання:

З умови задачі виходить, що усього 7 осіб, отже, кількість котів дорівнює $7^2 = 49$. Коти, в свою чергу, з'їдають $7^3 = 343$ миші, які з'їдають $7^4 = 2401$ колосків. З колосків виросте $7^5 = 16807$ мір ячменю. Отже, отримуємо кінцеву числову послідовність: $7^2, 7^3, 7^4, 7^5$. Або: 7, 49, 343, 2401, 16807. Іншими словами, сума цього ряду дорівнює: $7+49+343+2401+16807=19607$.

Древніх філософів-авторів подібних завдань не цікавило, про які саме предмети йдеться; ключову роль відігравало їх кількість. Аналогічні задачі також розв'язувалися в Русі. Приблизно в XIX столітті в різних селах дітям ставили загадки такого типу: "Шли 7 старців. У кожного по 7 костей. На кожній кістці по 7 гілок. На кожній гілці по 7 коштовностей. У кожній коштовності по 7 пирогів. Скільки всього пирогів?" [6]. Проте насправді це та сама задача з давнього папіруса Ахмеса; пройшовши тисячоліття, вона залишилася практично незмінною.

Розглянемо, що одну історичну задачу на прогресію

Шахову гру винайшли в Індії. Індійський цар Шерам, захоплений дотепністю і різноманітністю можливих в ній ситуацій, покликав до себе її винахідника, ученого Сету, і сказав йому:

"Я хочу гідно нагородити тебе, Сета за прекрасну гру, яку ти придумав. Я досить багатий, щоб виконати будь-яке твоє бажання."

"Володарю, - відповів Сета, - накажи видати мені за першу клітинку шахівниці одну пшеничну зернину, за другу - 2 зернини, за третю - 4, і так за кожен клітинку вдвічі більше, ніж за попередню".

"Ти одержиш свої зерна. Але знай, що твоє прохання не варте моєї щедрості. Іди. Слуги мої винесуть тобі твій мішок із пшеницею".

На другий день придворні математики з'явилися до царя.

"Ми ретельно обчислили, - говорили вони йому, - усю кількість зерна, що бажає одержати Сета. Число таке велике, що зерен не вистачить ні в яких коморах, навіть цілого царства. Не знайдеться такої кількості зерен і на всьому просторі Землі. І якщо ти обов'язково хочеш видати нагороду, то накажи перетворити всі царства в поля, висушити всі річки та озера, розчинити криги та

сніги. Увесь цей простір засій пшеницею й усе, що виросте на ньому за 5 років, накажи віддати Сеті. Тоді він одержить свою винагороду."

Зі здивуванням слухав цар Ширам слова вчених. "Напишіть же мені це дивовижне число"- сказав він.

Розв'язання

Кількість зернин, про які йдеться в задачі, є сумою 64 членів геометричної прогресії, у якої ,

$=18446744073709551615$, що приблизно становить 13,8 млрд. 40-тонних вагонів.

Якщо таку кількість зернин рівномірно розсипати по всій земній поверхні, то утвориться шар пшениці товщиною 9-мм.

Математичний папірус Ахмеса є давньоєгипетським посібником з арифметики та геометрії, створеним протягом періоду Середнього царства. Цей папірус був переписаний приблизно у 1650 році до н.е. писарем на ім'я Ахмес на свитку завдовжки 5,25 метра та шириною 33 сантиметри. Виявлений у 1858 році, він часто отримав назву "папірус Райнда" за ім'ям його першого власника. У 1870 році папірус був розшифрований, перекладений і опублікований. Зараз більша частина рукопису зберігається в Британському музеї в Лондоні, а інша частина - в Нью-Йорку.

Числова послідовність - це упорядкований набір чисел, які розміщені у певному порядку. Кожне число в послідовності називається її членом. Якщо позначити числа у послідовності через a_1

Геометричною прогресією називається послідовність чисел, кожний член якої, починаючи з другого, отримується шляхом множення попереднього члена на постійний множник, що називається знаменником геометричної прогресії і позначається як q . Інакше кажучи, послідовність (b_n) — геометрична прогресія, якщо для будь-якого натурального n виконується умова:

$$b_n \neq 0, b_{n+1} = b_n \cdot q, n \in N.$$

Із означення геометричної прогресії випливає, що $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$.

Щоб задати геометричну прогресію, досить вказати її перший член b_1 і знаменник q . Члени геометричної прогресії мають таку властивість.

Теорема 1. Квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює результату множення двох сусідніх з ним членів, тобто $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, n > 1$

Справедлива і теорема, обернена до доведеної.

Теорема 2. Якщо в послідовності члени не дорівнюють нулю і квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх з ним членів, то така послідовність — геометрична прогресія.

Оскільки частка від ділення кожного члена послідовності на попередній йому член — одне й те саме число, то ця послідовність — геометрична прогресія.

Для будь-якої прогресії з додатними членами доведені теореми можна сформулювати в такій формі.

Кожний член геометричної прогресії, починаючи з другого, дорівнює середньому геометричному двох сусідніх з ним членів, тобто

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}, n > 1$$

Якщо у числовій послідовності, всі члени якої є додатними, кожен член починаючи з другого, дорівнює середньому геометричному своїх сусідніх членів, то ця послідовність є геометричною прогресією..

Маючи інформацію про перший член і знаменник геометричної прогресії, можна визначити будь-який її член, розраховуючи послідовно другий, третій, четвертий і так далі. Однак для знаходження члена прогресії з великим номером цей метод стає невдобрим. За означенням геометричної прогресії:

$$b_2 = b_1 q;$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = (b_1 q) q = b_1 q^2;$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = (b_1 q^2) q = b_1 q^3;$$

$$b_5 = b_4 \cdot q = (b_1 q^3) q = b_1 q^4;$$

Легко помітити, що для будь-якого натурального n справедлива формула:

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

тобто n -й член геометричної прогресії одержимо, якщо перший член помножимо $(n - 1)$ разів на число q .

Цю формулу називають формулою n -го члена геометричної прогресії.

Розглянемо приклади розв'язування задач з використанням цієї формули.

Задача 1. Знайдіть сьомий член геометричної прогресії, якщо

$$b_1 = 64, q = \frac{1}{2}.$$

Розв'язання: За формулою $b_n = b_1 q^{n-1}$ знаходимо

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 64 \cdot \frac{1}{64} = 1. \text{ Відповідь. } 1.$$

Задача 2. Знайдіть формулу n -го члена геометричної прогресії 3, 9, 27,

Розв'язання: Знаменник геометричної прогресії дорівнює $q = 9/3 = 3$.

За формулою $b_n = b_1 q^{n-1}$ при $b_1 = 3$ і $q = 3$ знаходимо:

$$b_n = b_1 q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n. \text{ Відповідь. } b_n = 3^n.$$

Задача 3. Знайдіть знаменник геометричної прогресії, у якій

$$b_1 = 2, b_5 = 162.$$

Розв'язання: За формулою $b_n = b_1 q^{n-1}$ маємо $162 = 2 \cdot q^4$, тоді

$$q^4 = 162/2 = 81, \text{ звідси } q = 3 \text{ або } q = -3.$$

Відповідь, $q = 3$ або $q = -3$.

Задача 4. Число 512 є членом геометричної прогресії 8, 16, 32,... Знайдіть номер цього члена.

Розв'язання: Нехай n — шукане число. Оскільки $b_1 = 8$, а $q = 16/8 = 2$, то за формулою $b_n = b_1 q^{n-1}$ маємо:

$$512 = 8 \cdot 2^{n-1}; \quad 2^{n-1} = 64; \quad 2^{n-1} = 2^6; \quad n - 1 = 6, \quad n = 7. \text{ Відповідь, } n = 7.$$

1.3. Роль числових послідовностей у навчанні математики

Сучасні методи викладання математики визначають розвиток математичного мислення як одне з головних завдань. Це особливо актуально для у позакласній роботі з математики. Важливо зауважити, що отримані знання мають слугувати фундаментом для самостійного освоєння нових матеріалів та розвитку відповідних навичок учнів. Отже, вчителю також слід шукати засоби для вдосконалення викладання математики з акцентом на розвиток творчих здібностей учнів.

Можна визначити принципи, на яких слід будувати навчання у позакласній роботі з математики:

Вивчення математики має забезпечити учням глибокі математичні знання та широкий математичний розвиток, ураховуючи сучасні підходи до вивчення математики.

Відвідувачі гуртків повинні володіти міцно закріпленими знаннями та навичками, що повністю відповідають вимогам до математичної підготовки учнів. Також важливо, щоб їхні математичні здібності стимулювали творчий підхід до навчання та вивчення математики.

Слід розглядати можливість розширення програми, органічно взаємодіючи з основним курсом. Також треба враховувати інтереси учнів та їхні пізнавальні можливості.

Викладання математики відкриває можливості для індивідуального підходу до навчання, використання евристичного методу та проблемного підходу.

Після розгляду основних принципів викладання математики переходимо до цілей і завдань вивчення теми "Прогресії" в курсі алгебри в основній школі.

Знайомство учнів з прогресіями починається в курсі алгебри 9 класу, в темі "Арифметична та геометрична прогресії".

Після вивчення теми "Прогресії" кожен учень повинен оволодіти всіма ключовими поняттями, визначеннями та властивостями. Він повинен вміти:

- Наводити приклади числових послідовностей та прогресій.

- Розв'язувати прості задачі на знаходження члена прогресії, суми перших n членів, різниці, знаменника тощо з використанням вивчених формул.
- Застосовувати вивчені властивості зростання, спадання, обмеженості та нескінченності числових послідовностей.
- Виводити та перетворювати всі вивчені формули.
- Розв'язувати нетипові та прикладні задачі.

Числові послідовності грають важливу роль у навчанні математики, допомагаючи студентам розвивати різні математичні навички і розуміння концепцій. Ось кілька аспектів, які вказують на роль числових послідовностей у математичній освіті:

- Розвиток логічного мислення:
 - Розглядання та аналіз числових послідовностей сприяє розвитку логічного мислення. Учні вчаться визначати закономірності, робити припущення та доводити їхню вірність.
- Вивчення властивостей та шаблонів:
 - Числові послідовності дозволяють студентам вивчати різноманітні математичні шаблони та властивості, такі як арифметичні та геометричні прогресії. Це розширює їхнє розуміння алгебричних концепцій.
- Застосування формул:
 - Вивчення числових послідовностей допомагає студентам оволодіти використанням формул для обчислення різних параметрів послідовностей, таких як сума, різниця членів тощо.
- Моделювання реальних ситуацій:
 - Деякі числові послідовності можуть бути використані для моделювання реальних ситуацій. Наприклад, фінансові послідовності можуть відображати зміну цін на акції або інші економічні показники.
- Розв'язання задач та застосування в математичних областях:

- Числові послідовності часто використовуються для розв'язання математичних задач. Вони знаходять застосування в областях як статистики, так і обчислювальної математики.
- Підготовка до вивчення аналізу:
 - Вивчення числових послідовностей є підготовчим етапом для вивчення математичного аналізу, де концепції послідовностей розглядаються більш глибоко.
- Розвиток технічних навичок:
 - Використання технологій для вивчення числових послідовностей, таких як використання програмного забезпечення для аналізу даних, допомагає розвивати технічні навички студентів.

В цілому, числові послідовності становлять важливий компонент математичної освіти, який сприяє розвитку аналітичного мислення та математичної компетентності учнів.

1.4. Властивості та особливості числових послідовностей

Числові послідовності мають ряд властивостей та особливостей, які розкривають їхню структуру і дозволяють розуміти їхню поведінку. Основні властивості та особливості числових послідовностей включають:

- 1. Гранична поведінка:
 - Збіжність: Послідовність називається збіжною, якщо вона має границю, тобто існує число, до якого послідовність прямує при нескінченності.
 - Розбіжність: Якщо послідовність не має границі, вона є розбіжною.
- 2. Знако-змінність:
 - Позитивна послідовність: Якщо всі члени послідовності є позитивними числами.

- Від'ємна послідовність: Якщо всі члени послідовності є від'ємними числами.
- Змішана послідовність: Якщо послідовність містить як позитивні, так і від'ємні числа.
- 3. Монотонність:
 - Зростаюча послідовність: Кожен наступний член більший за попередній.
 - Спадаюча послідовність: Кожен наступний член менший за попередній.
- 4. Особливі послідовності:
 - Арифметична послідовність: Члени утворюються за допомогою арифметичної прогресії.
 - Геометрична послідовність: Члени утворюються за допомогою геометричної прогресії.
 - Фібоначчіві послідовності: Кожен член є сумою двох попередніх.
- 5. Обмеженість:
 - Обмежена вгору: Якщо існує таке число, яке є верхньою межею для всіх членів послідовності.
 - Обмежена внизу: Якщо існує таке число, яке є нижньою межею для всіх членів послідовності.
- 6. Періодичність:
 - Періодична послідовність: Якщо існує таке число p , що для всіх n виконується $a_{n+p} = a_n$

Ці властивості та особливості вивчаються в контексті математичного аналізу та теорії числових рядів, і вони важливі для розуміння властивостей числових послідовностей та їх застосування в різних галузях математики і фізики.

Висновки до I розділу

Досліджено історичні аспекти виникнення концепцій арифметичної та геометричної прогресій. Встановлено, що математичне явище, таке як прогресії, відоме настільки давно, що точно визначити, хто їх відкрив, неможливо. Однак завдання на знаходження суми членів послідовності чи знаходження окремих членів послідовності були широко поширені в різних частинах світу: Давньому Єгипті, Стародавній Русі, Китаї, Індії і т. д.

Визначено основні завдання вивчення теми "Прогресії" у позакласній роботі з математики. Встановлено, що освоєння числових послідовностей відіграє важливу роль не лише в шкільному курсі алгебри, а й у подальшому вивченні математики у вищих навчальних закладах. Ця тема дозволяє визначити основні поняття математичного аналізу, такі як безкінечність, границя і неперервність. Теорія рядів повністю ґрунтується на послідовностях.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ТА ВПРОВАДЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ

2.1. Особливості використання комп'ютерних технологій.

На сучасному етапі розвитку суспільства інформаційні технології стали необхідною частиною людського життя. Введення сучасних мультимедійних технологій дозволяє створювати комп'ютерні навчальні середовища, які надають можливість дітям освоювати різні предмети в індивідуальному темпі, наочно та з великою мотивацією.

Мультимедійні технології відкривають широкі можливості для організації навчально-виховного процесу, зокрема в сферах мотивації, наочності, індивідуалізації навчання, а також забезпечують ефективний моніторинг навчальної діяльності з боку вчителя.

Проведення уроку з використанням інформаційних технологій дозволяє педагогу делегувати частину своєї роботи комп'ютеру, що робить процес навчання більш захопливим та інтенсивним. Важливо зауважити, що комп'ютер не замінює вчителя, а лише доповнює його. Вибір навчальних комп'ютерних програм визначається переважно поточним навчальним матеріалом та рівнем підготовки учнів. Наявність різних програмно-педагогічних розробок надає вчителю можливість використовувати різноманітні навчальні програми й методичні посібники у творчій роботі.

Інформаційні технології грають важливу роль у формуванні загальнонаукових умінь та навичок, таких як організаційні, загально-пізнавальні, контрольно-оцінювальні. До цих умінь відноситься здатність адекватно вибирати програмний засіб для вирішення поставленого завдання, а також формування та розвиток у учнів потреби неперервно розширювати та поглиблювати свої знання.

Комп'ютер природно вписується в життя школи і стає одним з ефективних технічних засобів, які дозволяють значно розширити можливості процесу

навчання. Кожне заняття викликає емоційний підйом у дітей, і навіть ті, хто не встигає за іншими учнями, охоче взаємодіють з комп'ютером. З іншого боку, цей метод навчання є дуже привабливим для вчителів, оскільки він допомагає краще оцінити здібності та знання дитини, зрозуміти її і використовувати нові, нетрадиційні форми та методи навчання. Це велика сфера для виявлення творчих здібностей вчителів, методистів, психологів та всіх, хто бажає та вміє працювати, розуміє потреби і інтереси сучасних дітей та віддає їм себе.

Застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) на уроках сприяє:

- Позитивній мотивації навчання: Використання ІКТ робить уроки цікавішими та привабливішими для учнів, що стимулює їхню зацікавленість та бажання вивчати новий матеріал.
- Активізації пізнавальної діяльності учнів: Використання ІКТ дозволяє залучати учнів до активної участі у навчальному процесі, сприяє розвитку їхніх пізнавальних навичок та навичок самостійного дослідження.
- Використання ІКТ на уроках повністю впроваджує основні принципи активізації пізнавальної діяльності:
 - Принцип рівності позицій: ІКТ надають усім учням однаковий доступ до інформації та можливість виразити свою точку зору, сприяючи створенню рівних умов для навчання.
 - Принцип довірливості: ІКТ можуть створювати комфортне середовище для учнів, де вони відчують довіру вчителя та можливість висловити свої думки.
 - Принцип зворотного зв'язку: Використання ІКТ дозволяє отримувати швидкий та конструктивний зворотний зв'язок щодо виконаної роботи, що допомагає учням зрозуміти свої помилки та вдосконалювати навички.

- Принцип заняття дослідницької позиції: ІКТ дозволяють учням взяти активну участь у власному навчанні, проводячи дослідження та розв'язуючи завдання самостійно.
- Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) на уроках математики має численні переваги:
- Естетичний та емоційний рівень: Застосування анімації та музики робить уроки більш привабливими та цікавими для учнів, створюючи високий естетичний та емоційний рівень навчання.
- Наочність: Використання візуальних елементів, графіків та інтерактивних засобів забезпечує наочність матеріалу, що полегшує засвоєння інформації.
- Дидактичний матеріал: ІКТ дозволяють використовувати велику кількість дидактичного матеріалу, таким чином розширюючи можливості для навчання та розуміння математичних концепцій.
- Підвищення продуктивності: Використання ІКТ може підвищити обсяг виконуваної роботи на уроці в 1,5–2 рази, оскільки прискорює доступ до інформації та сприяє швидшому розв'язанню завдань.
- Диференціація навчання: Застосування різноманітних інтерактивних завдань та рівнорівневих вправ дозволяє вчителю індивідуалізувати підхід до кожного учня, надаючи завдання на різному рівні складності.
- Ефективний контроль: Зменшення часу, витраченого на контроль та перевірку знань, завдяки використанню автоматизованих засобів.
- Навчання контролю та самоконтролю: ІКТ можуть бути використані для розвитку у учнів навичок самостійної роботи, контролю за власним навчанням та вирішення математичних завдань.
- Застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) на уроках математики дозволить

- Розширити можливості самостійної діяльності: Учні можуть використовувати ІКТ для індивідуального вивчення матеріалу, виконання вправ та завдань, що сприяє розвитку самостійності та відповідальності.
- Формувати навички дослідницької діяльності: Використання ІКТ стимулює учнів до дослідження математичних концепцій, вирішення завдань та вивчення нового матеріалу в інтерактивному форматі.
- Отримати доступ до різних ресурсів: ІКТ надають учням можливість отримати доступ до різних довідкових систем, електронних бібліотек та інших інформаційних ресурсів, що допомагає розширювати їхні знання та розуміння предмету.
- Підвищити якість освіти: Використання сучасних технологій сприяє підвищенню ефективності та якості освіти, роблячи навчання більш цікавим та доступним для учнів.

2.2 Сучасні комп'ютерні технології на заняттях з математики як засіб розвитку пізнавального інтересу школярів

Математика — це надзвичайна наставниця в мистецтві направляти думки, встановлювати порядок там, де він відсутній, виправляти нелогічність і дарувати ясність. Вона, представляє собою галузь людського знання, що вивчає математичні моделі, які відображають об'єктивні властивості та взаємозв'язки. Це — мова науки, яка надала людству зручні засоби опису найрізноманітніших явищ реального світу. Державні потреби у достатньому рівні математичної підготовки у загальноосвітній школі та соціокультурні пріоритети шкільної математичної освіти, як правило, визначаються в меті навчання математики.

Забезпечення підростаючих поколінь математичною освітою є завданням складним і, водночас, вкрай відповідальним. Процес вивчення математики вимагає значних зусиль, але в той же час сприяє розвитку розсудливості, гнучкості розуму, логічного мислення та здатності прогнозувати ситуації заздалегідь — навичок, особливо важливих у сучасних умовах.

Відомо, що математика завжди вважалася однією з найважчих навчальних дисциплін. Тому для успішного викладання учителеві важливо відмінно володіти своєю предметною областю, розуміти не лише що вчити, але і як це робити: мати знання про сучасні методи формування математичних концепцій та володіти сучасними педагогічними технологіями та методиками навчання математики.

Загальновідомий факт: набагато важливіше навчити, ніж просто розповісти, хоча останній метод простіший, доступніший і, безумовно, швидший. Вчитель може швидко повідомити учням те, що вони повинні знати, але вони забудуть це ще швидше. Процес навчання не обмежується автоматичним вкладанням навчального матеріалу в голову учня. Він вимагає напруженої розумової роботи дитини та її власної участі в цьому процесі. Пояснення й демонстрація, самі по собі, ніколи не гарантують стійких знань.

Ще й сьогодні традиційні засоби, такі як дошка, крейда, підручник та зошит, залишаються провідними у викладанні предметів. Проте завдяки використанню інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), навчальне середовище можна розширити за допомогою відео, звуку, анімації. Все це суттєво впливає на емоційну сферу учнів, сприяючи підвищенню пізнавальної активності, інтересу до предмета та навчання взагалі, активізації навчальної діяльності учнів.

Давно вже встановлено, що кожен учень вчиться по-різному. Раніше для вчителів було важко знайти індивідуальний підхід до кожного учня. Зараз, завдяки комп'ютерним мережам і онлайновим ресурсам, школи можуть представляти нову інформацію так, щоб вона відповідала індивідуальним потребам кожного учня.

Важливо навчити кожну дитину швидко освоювати, трансформувати і використовувати великі обсяги інформації в своїй практичній діяльності. Забезпечення такого процесу навчання важливе, щоб дитина була активною, цікавою та захопленою роботою на уроці, бачила результати своєї праці і могла їх оцінити.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчанні математики активізує різні аспекти учбової діяльності, такі як вивчення нового матеріалу, підготовка та перевірка домашніх завдань, самостійна робота, контрольні та перевірочні роботи, позакласна та творча діяльність. Активна взаємодія учнів з комп'ютерними технологіями сприяє розвитку навичок учбово-дослідницької діяльності і сприяє отриманню кращих результатів у вивченні математики.

Висновок до II розділу

Школа завжди відображала та відтіняла життя та проблеми суспільства, виступаючи своєрідним дзеркалом. Впровадження інноваційних технологій у навчання має на меті досягнення високоякісної освіти, яка є конкурентоспроможною та надає кожній особі умови для самостійного досягнення цілей і творчого самовираження в різних сферах суспільства. Навчальний процес трактується не як механічне передавання інформації учням, а як інтенсивна розумова діяльність.

Використання інноваційних технологій сприяє глибшому розумінню навчального матеріалу, інтерактивні методи розвивають комунікативні навички та активність, проектні підходи в навчанні створюють можливості для самостійних досліджень, а тренінги допомагають володіти новими соціальними ролями та випробовувати себе в сфері спілкування. Проекти, з свого боку, дозволяють обирати напрям діяльності відповідно до індивідуальних уподобань та нахилів.

РОЗДІЛ 3 РЕЗУЛЬТАТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ

3.1 Використання хмарних технологій у позакласній роботі з математики

Основними факторами, які сприяють зростанню інтересу учнів до навчання, є підвищення якості методичної, виховної, дидактичної та розвивальної частин навчально-виховного процесу. Застосування хмарних технологій в цьому контексті може не лише забезпечити студентам доступ до ключових елементів навчально-виховного процесу, але й створити сприятливі умови для їхнього неперервного навчання, саморозвитку, креативності та активної самореалізації. Використання хмарних технологій у навчанні школярів є важливим кроком у забезпеченні гнучкості, адаптивності, відкритості та мобільності навчального процесу. Застосування ефективних методів та прийомів, які активізують учнів у процесі навчання, є ключовим засобом розвитку їхніх пізнавальних здібностей.

Хмарні технології слід враховувати серед компонентів комп'ютерно-орієнтованих систем та засобів навчання. Ці інноваційні технології впливають позитивно на імідж навчальних закладів, модифікують навчально-виховний процес, змінюють характер освіти та підвищують її доступність, що робить Україну більш конкурентоспроможною на європейському рівні якості.

Хмарні технології представляють собою метод обробки даних, де комп'ютерні ресурси стають доступними користувачеві через Інтернет у вигляді онлайн-сервісів. Це обширна концепція, яка включає в себе різноманітні підходи та послуги.

Поява нових інформаційно-комунікаційних технологій (ІК-технологій) суттєво вплинула на теорію та методику викладання математики в загальноосвітній школі. Це призвело до визначення нових цілей, впровадження

нових засобів та форм, а також методів організації навчального процесу, що в результаті доповнило зміст навчання та сприяло позитивному вдосконаленню процесу викладання математики. Інтеграція ІК-технологій розширила можливості учнів, а наявність нових інструментів інформаційно-комунікаційного середовища значно розширила і поліпшила навчання математики.

На сучасному етапі розвитку теорії та методики використання ІК-технологій в навчанні математики впровадження хмарних технологій сприяє досягненню високого рівня мобільності учнів та вчителів. Зміст підручників з математики та інших електронних освітніх ресурсів переноситься у веб-середовище, що значно розширює арсенал ІК-технологій, доступних для вивчення математики. Виникає нова форма організації навчання – масові відкриті дистанційні уроки.

Привабливість впровадження хмарних технологій на уроках математики пояснюється розширенням самотійної роботи учнів як у процесі навчання у класі, так і під час дистанційного навчання та колективних навчальних досліджень. Це передбачає постійний контакт між учнями та вчителем для моніторингу та коригування їхньої діяльності.

Впровадження хмарних технологій в освітній процес визначається наявністю новаторських підходів та методів навчання. Сучасний вчитель математики активно прагне створити позитивну мотивацію, впроваджуючи нові, інноваційні форми та методи, які доповнюють традиційні засоби викладання. Це включає в себе використання інтерактивних матеріалів, електронного контенту та можливість спільної роботи в режимі реального часу онлайн.

Мета вчителя полягає в організації навчального процесу таким чином, щоб учні працювали на уроці активно, з цікавістю та захопленням. Застосування хмарних технологій дозволяє створити сучасне навчальне середовище, яке не тільки відповідає вимогам сучасності, але й привертає увагу учнів.

Учні отримують можливість співпрацювати в режимі реального часу, обмінюватися ідеями та рішеннями, що стимулює колективну активність та взаємодопомогу. Крім того, використання хмарних технологій сприяє створенню ефективного звітування про навчальні досягнення, що дає учням можливість

об'єктивно оцінити свої результати та відчувати конкретний внесок у власний навчальний процес.

Загалом, використання хмарних технологій у викладанні математики дозволяє вчителям створити захоплююче та сучасне середовище, яке відповідає потребам та очікуванням учнів у цифровій епохі.

Застосування хмарних технологій на уроках математики передбачає значне підвищення ефективності та якості навчального процесу, що сприяє глибшому освоєнню матеріалу учнями, розвитку їх креативного мислення та комунікативних умінь. Використання вчителем хмарних технологій дозволяє стимулювати активність учнів та розвивати їх самостійність у пошуку інформації з певної теми.

Інноваційні хмарні технології в навчанні математики сприяють поєднанню теорії з практикою, інтегруючи текстовий та візуальний матеріал, графічні засоби, відеозображення, тим самим створюючи для учасників навчального процесу уявлення про реальне оточення та стимулюючи живе спілкування.

Ці інновації забезпечують активну участь учнів у процесі вивчення математики, враховуючи їхню вербальну та невербальну активність. Також вони дозволяють вчителям використовувати гнучкі та різноманітні методи тренування та контролю, активізуючи пізнавальну діяльність учнів та сприяючи розвитку їхнього критичного та творчого мислення. Усе це розширює можливості усвідомлення, осмислення та презентації інформації в шкільному середовищі [2, с. 72].

За допомогою хмарних сервісів кожен педагог може самостійно створити власну сторінку в інтернеті, де він може публікувати свої методичні розробки уроків, статті, програми навчання, методи роботи та інше. Звідси можна виділити простір для домашніх завдань і завдань для допитливих учнів.

Вчителі у своїй професійній діяльності можуть використовувати Google Сайт, який відзначається простотою використання, зручним інтерфейсом та можливістю створення індивідуальних та функціональних сторінок. За

допомогою гаджетів можна розширити можливості сайту, додавши календарі, карти, відео, електронні таблиці, презентації.

Для організації позакласної роботи математики та більш тісної взаємодії з учнями я створила сайт на платформі Google, під назвою «Числові послідовності у позакласній роботі з математики». Де систематизувала і практичну і теоретичну частину. Сайт цікавий тим, що на ньому можна знайти корисної інформації та перевірити свої знання. І в сьогоденні умовах, такий сайт є актуальним оскільки учні і на відстані можуть опрацювати матеріал з теми «Числові послідовності».

3



багато



Рис. 3.1. Сайт вчителя.

Для збільшення багажу знань з теми «Числові послідовності» на сайті було створено додаткові три сторінки з наповненням. Перша сторінка (рис. 3.2) «Числові послідовності». Ця тема в математиці досліджує закономірності та властивості числових рядів. Вивчення числових послідовностей включає в себе розгляд різних типів послідовностей, таких як арифметичні та геометричні, а також розв'язання завдань на знаходження членів послідовності, визначення їх властивостей, та встановлення границь. Ця тема є важливою для розвитку

логічного мислення, розуміння математичних концепцій, і має широкий застосування в різних галузях математики та поза нею.

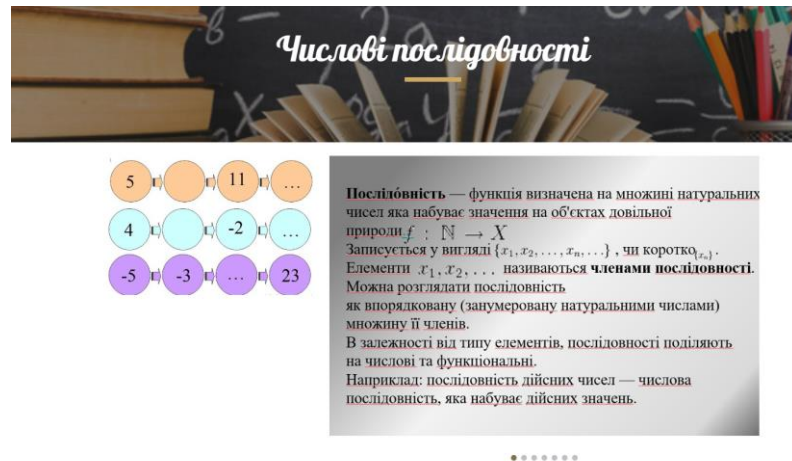


Рис. 3.2. Сторінка сайту “Числові послідовності”.

На рисунку 3.3. представлено скріни сторінок в яких розкрито та описано особливості арифметичної (а) та геометричної (б) прогресій.

Арифметична прогресія

Арифметичною прогресією називається послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додають одне й те саме число: $a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \dots$.

Різницю арифметичної прогресії позначають буквою d .

Різницю арифметичної прогресії можна знайти, якщо від будь-якого члена прогресії, починаючи з другого, відняти попередній. $d = a_{n+1} - a_n$, тобто

$$d = a_2 - a_1 = a_{10} - a_9$$

Число a_1 називається **першим членом арифметичної прогресії**.

Перший член і різниця арифметичної прогресії можуть бути якими завгодно числами.

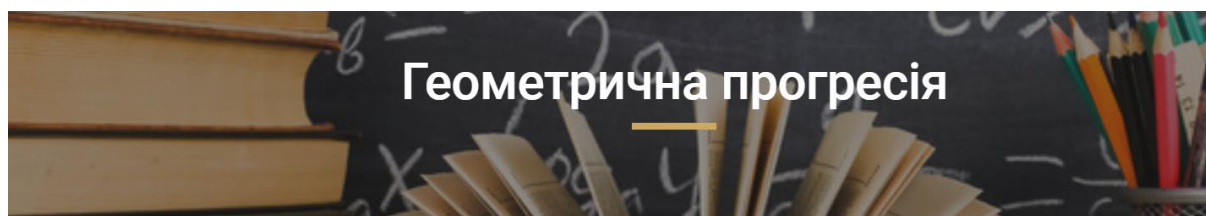
Арифметична прогресія **зростаюча**, якщо її різниця додатна або **спадна**, якщо її різниця від'ємна.

Формула n-го члена арифметичної прогресії $a_n = a_1 + (n-1)d$.

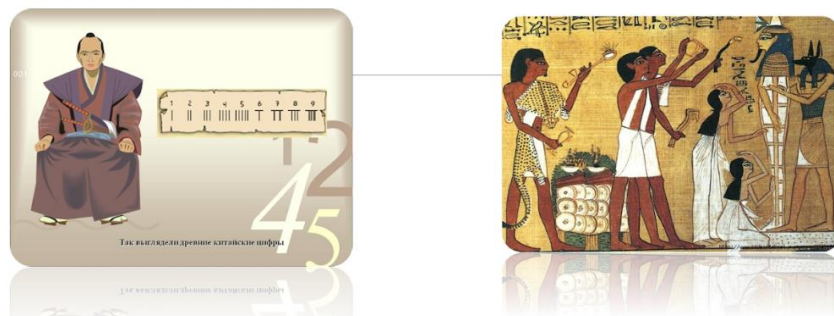
Сума членів скінченної арифметичної прогресії дорівнює півсумі крайніх її членів, помноженій на число членів:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Рис. 3.3. (а) Сторінка сайту “Арифметична прогресія”



Геометрична прогресія



З давніх часів відомі задачі та легенди, в результаті розв'язання яких з'являються числа-гіганти. Зрозуміло, що мова йде про задачі, пов'язані з геометричною прогресією. Одна з найбільш відомих легенд – легенда про винахідника шахів.

Рис. 3.3. (б) Сторінка сайту “Геометрична прогресія”

Після опрацювання теоретичного матеріалу, кожен з учнів має можливість перевірити набуті знання за допомогою інтерактивних вправ. На рис. 3.4. представлена Сторінка «Збірник інтерактивних вправ» яка містить вбудовані тести створені на сервісі Google Forms. Учні можуть одночасно заходити на сторінку сайту та організовано проходити тестування. Це дозволяє швидко і якісно оцінити знання школярів, та звернути увагу де потрібно більше працювати з даної теми.

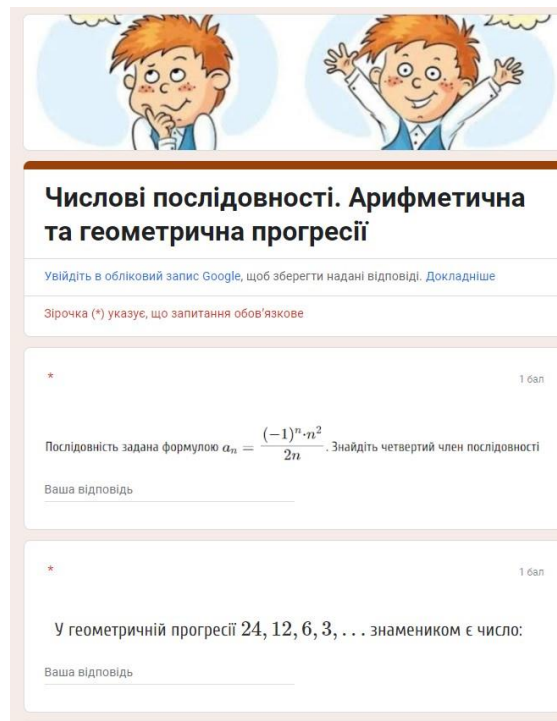


Рис. 3.4. Сторінка тестування

Серед сучасних тенденцій у сфері освіти особливо актуальним є використання мобільного навчання (M-learning). Цей підхід набуває популярності завдяки розвитку технологій мобільного зв'язку та Інтернету. У майбутньому M-learning може стати важливим інструментом для підвищення ефективності навчання на різних рівнях освітнього процесу, від загальноосвітнього до вищого навчання. Один із прикладів використання M-learning в освітньому процесі - використання сервісу Learningapps.org.

Цей веб-сервіс дозволяє створювати інтерактивні вправи і є конструктором для розробки різноманітних завдань з різних предметних галузей. Використовується як на уроках, так і під час позаурочної діяльності. На сайті представлено окрему сторінку з інтерактивними вправами, в склад якої входять підсторінки з окремим поділом на теми: “Числові послідовності”, “Арифметична прогресія”, “Геометрична прогресія”. (рис. 3.5) В кожній з них представлено ряд інтерактивних вправ, які дозволяють розвивати критичне мислення

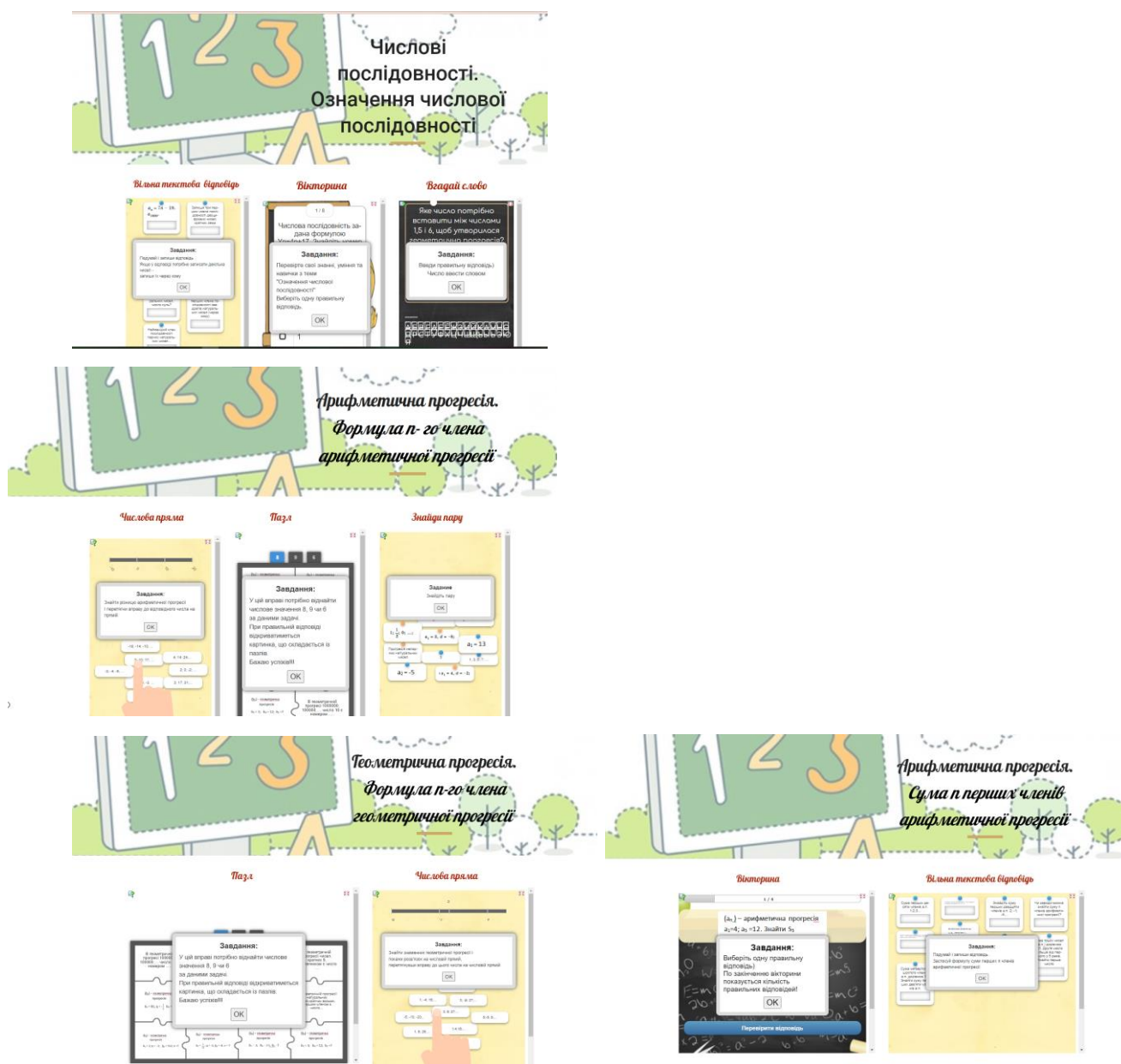


Рис. 3.5. Сторінка сайту із підсумковими вправами

Крім сторінки з теоретичним матеріалом, було створено сторінку "Добірка відеороликів" (рис. 3.6.). Використання відеоматеріалів на тему "Числові послідовності" має декілька значущих переваг. Відео надає візуальну репрезентацію складних математичних концепцій, допомагає учням краще їх усвідомити. Деякі аспекти числових послідовностей можна краще пояснити через динамічні ефекти та рух об'єктів. Відео може допомогти у створенні зручних анімацій, щоб показати зміни в послідовностях. Також відеоматеріали включають реальні приклади застосування числових послідовностей у різних областях, що

допоможе зрозуміти важливість цих концепцій у реальному світі. Загалом, використання відеоматеріалів може покращити процес вивчення числових послідовностей, зробити його більш ефективним і цікавим для учнів.



Рис. 3.6. Сторінка сайту “Добірка відеороликів”.

Організація уроку з використанням хмарних технологій відрізняється від традиційного тим, що замість дошки використовується екран, а замість зошитів та підручників - комп'ютери. Використання хмарних технологій у викладанні математики сприяє професійному зростанню педагога, підштовхує до пошуку нових форм, методів і засобів навчання.

Також мною був розроблений конспект та презентація позакласного уроку “Арифметична прогресія та геометрична прогресії навколо нас”(додаток А). Мета якого узагальнити знання учнів з теми «Арифметична прогресія». Та продемонструвати практичне застосування даної теми в різних галузях. На даному занятті розглянули прогресію в біології, в фізиці та в житті і побуті. Та розв'язували задачі на застосування прогресії в даних галузях.

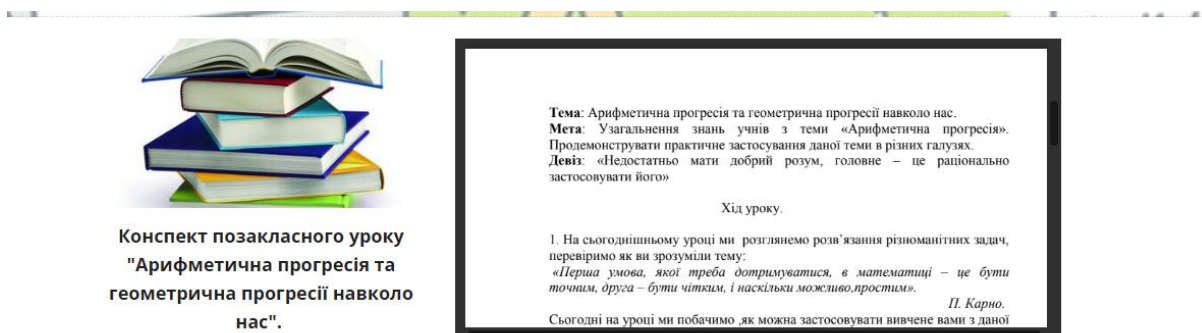


Рис. 3.7. Сторінка сайту із конспектом позакласного уроку

Для візуалізації математичної концепції, було створено комп'ютерні презентації використання яких зробить заняття більш цікавими. Комп'ютерні презентації можуть значно полегшити процес вивчення математики, роблячи його більш доступним та захоплюючим для учнів.



Рис. 3.8. Сторінка сайту із презентаціями для позакласних занять

Також, було розроблено план позакласного заходу “Клуб веселих, винахідли-вих математиків” (додаток Б), де кожен з учасників має можливість похизуватися знаннями з теми “Числові прогресії”

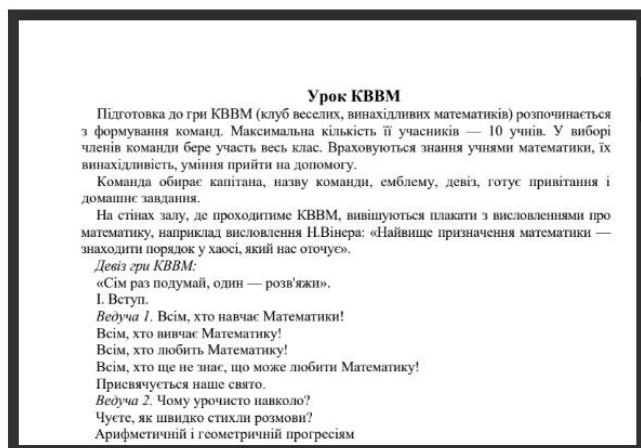


Рис. 3.9. Сторінка сайту із конспектом позакласного уроку

Метод формування дієвих мотивів пізнання, при якому учні переконуються у корисності та необхідності всього, що вони вивчають, отримав назву мотивації. Це своєрідна психологічна стратегія, яка встановлює позитивний настрій учня для ефективного процесу навчання та підтримує його зацікавленість. Мотивація повинна бути зрозумілою, переконливою та лаконічною. Кожен учень під позакласної роботи отримує відповідь на питання "чому це важливо?". Головне під час подання теми підштовхнути учня відкрити для себе щось цікаве і корисне, тим самим забезпечуючи його особисту активність, яка сприятиме якісному засвоєнню теми. Для досягнення високого рівня мотивації навчання можна використовувати задачі практичного змісту які мають конкретні цілі та переваги:

1. Конкретне застосування математики:

Задачі практичного змісту дозволяють учням відчувати, як математика застосовується у реальних ситуаціях. Наприклад, вивчаючи числові послідовності, учні можуть розглядати ситуації з реального життя, де такі послідовності виникають, наприклад, у фінансових розрахунках, фізичних моделях, або під час вивчення економіки.

2. Мотивація і зацікавленість:

Практичні приклади можуть бути більш захопливими для учнів, оскільки вони бачать, як математика використовується для розв'язання конкретних проблем або ситуацій. Це може підняти рівень мотивації та зацікавленості в навчанні.

3. Розвиток аналітичного мислення:

Розв'язання практичних задач вимагає від учнів аналізу інформації та вибору оптимальних методів розв'язання. Це сприяє розвитку аналітичного мислення та вміння застосовувати математичні концепції у конкретних випадках.

4. Перенос знань:

Розв'язання практичних задач може полегшити перенесення математичних знань з класу в реальне життя. Учні можуть більше цінувати та розуміти математичні концепції, якщо вони бачать їх використання в різних контекстах.

5. Підготовка до майбутньої професійної діяльності:

Застосування математичних концепцій до реальних ситуацій може готувати учнів до майбутньої професійної діяльності. Багато сучасних робочих місць вимагають вміння застосовувати математику для розв'язання практичних завдань.

6. Зрозуміння контексту:

Вирішуючи задачі з практичним змістом, учні краще розуміють контекст і важливість математичних концепцій в конкретних областях знань.

Такий підхід сприяє більш глибокому розумінню теми числових послідовностей та сприяє розвитку прикладних навичок, які можуть бути важливі в подальшому житті учнів. Було розроблено задачі практичного змісту, які розглядалися на позакласних уроках. Для презентації задач прикладного змісту, було розроблено конспект на тему “Розв’язування задач прикладного змісту на прогресії” (рис.3.8 а).

Розв'язування задач прикладного змісту на прогресії



Тема: Розв'язування задач прикладного змісту на прогресії

Мета: поглиблювати знання учнів про арифметичну і геометричну прогресії

- навчати застосовувати отримані знання для розв'язування прикладних задач;
- розвивати вміння чітко та правильно висловлювати власну думку;
- виховувати інтерес до математики.

Тип уроку: застосування знань, удосконалення умінь.

Хід уроку

Жодна інша наука не навчає так ясно розуміти гармонію природи, як математика...

(П. Карус)

Сторінка 1 з 6

І. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ МОМЕНТ

Задачі які розглядалися на позакласних заняттях представлено нижче.

Задачі практичного спрямування

Задача № 1

Гальмуючи автомобіль за першу секунду проїхав 15 м, а за кожну наступну - на 3 м менше, ніж за попередню. Знайдіть гальмівний шлях автомобіля.

Розв'язок:

$$a_1 = 15; d = -3; a_n = 0$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$0 = 15 - 3(n-1)$$

$$3(n-1) = 15$$

$$3n - 3 = 15$$

$$3n = 18$$

$$n = 6$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_6 = \frac{15 + 0}{2} \cdot 6 = 15 \cdot 3 = 45(\text{м})$$

Відповідь: Гальмівний шлях автомобіля 45 метрів.



Цікаво!
Прогресії виражають закони деяких фізичних явищ. Наприклад, тіло, що вільно падає, рухається рівноприскорено. Відвізки шляху, пройденого цим тілом за першу, другу, третю, четверту... секунди, становлять арифметичну прогресію.

Задачі практичного спрямування

Задача № 2

Дідусь віком 76 років біг 10 хвилин. За 1 хв. він подолав 40 метрів, а кожну наступну хв. він біг на 3 метри менше за попередню. Скільки метрів подолав дідусь за 3 хвилину; за останню?

Розв'язок:

$$a_1 = 40$$

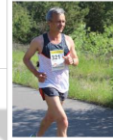
$$d = -3$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 40 + 2 \cdot (-3) = 40 - 6 = 34(\text{м.})$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 40 + 9 \cdot (-3) = 40 - 27 = 13(\text{м.})$$

Відповідь: 34 метра; 13 метрів



Задачі практичного спрямування

Задача № 3

При вільному падінні тіло проходить за першу секунду 4,9 м, а за кожну наступну на 9,8 м більше. Яка глибина шахти, якщо камінець досяг її дна через 8 с після початку падіння.

Розв'язок:

$$a_1 = 4,9$$

$$d = 9,8$$

$$n = 8$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_8 = \frac{4,9 + 9,8 \cdot (8-1)}{2} \cdot 8 = \frac{4,9 + 68,6}{2} \cdot 8 = 39,2 \cdot 8 = 313,6(\text{м})$$

Відповідь: 313,6 м.



Задачі практичного спрямування

Задача № 4

Господиня на весні посадила помідори. За 1 тиждень на стовбурі з'явилися два листочки, а кожного наступного тижня на 2 листочки більше. Скільки листочків було на рослині на 5 тиждень?

Розв'язок:

$$a_1 = 2$$

$$d = 2$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_5 = \frac{2 + 2 \cdot (5-1)}{2} \cdot 5 = \frac{4 + 8}{2} \cdot 5 = 30(\text{л.})$$

Відповідь: 30 листочків



Задачі практичного спрямування

Задача № 5

Кількість еритроцитів (з розрахунку на 1 мм³) в крові людини становить на рівні моря - 5 мільйонів. Через кожні 600 м підняття вгору їх кількість збільшується на 1 мільйон. Яка кількість еритроцитів буде в крові людини, якщо вона підніметься на вершину гори висотою 4800 м.

Розв'язок:

$$a_1 = 5$$

$$d = 1$$

$$n = 4800 : 600 = 8$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_8 = 5 + 1 \cdot (8-1) = 5 + 7 = 12(\text{млн})$$

Відповідь: 12 мільйонів.



Задачі практичного спрямування

Задача № 6

Дрова складені так, що в нижньому ряду лежить 15 колод, а в кожному наступному на 1 колоду менше, ніж у попередньому. Скільки колод у 12 рядів?

Розв'язок:

$$a_1 = 15$$

$$d = -1$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_{12} = 15 + 11 \cdot (-1) = 15 - 11 = 4$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{15 + 4}{2} \cdot 12 = 19 \cdot 6 = 114(\text{колод})$$

Відповідь: 114 колод.



Задачі практичного спрямування

Задача № 7

9 клас виграв певну суму на розвиток матеріальної бази кабінету математики. За умовами конкурсу клас отримуватиме фінансування наступним чином: перший місяць 1000 грн, а кожен наступний місяць на 500 грн більше, ніж за попередній. Який розмір виграну, якщо кабінет математики фінансувався протягом 1 року?

Розв'язок:

$$a_1 = 1000$$

$$d = 500$$

$$S_{12} = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_{12} = 1000 + 11 \cdot 500 = 1000 + 5500 = 6500$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{1000 + 6500}{2} \cdot 12 = 7500 \cdot 6 = 45000(\text{грн})$$

Відповідь: 45000 грн.



Задачі практичного спрямування

Задача № 8

За 1 тиждень робітники побудували 5 поверхів будинку, а за кожний наступний тиждень будували на 2 поверхи більше ніж за попередній. Скільки поверхів будинку побудували робітники за 6 тиждень; за 10 тиждень?

Розв'язок:

$$a_1 = 5$$

$$d = 2$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_6 = 5 + 5 \cdot 2 = 5 + 10 = 15(\text{п.})$$

$$a_{10} = 5 + 9 \cdot 2 = 5 + 18 = 23(\text{п.})$$

Відповідь: 15 поверхів; 23 поверхи.



Задачі практичного спрямування

Задача № 9

Бабуся Галія читала онукам книжку з казками, яку прочитала за 10 днів. Скільки сторінок вона прочитала в 1 день, скільки сторінок загалом в книжці, якщо кожного дня вона читала на 3 сторінки менше ніж попереднього? Відомо, що за 3 день вона прочитала 34 сторінки, а за 10 день 13 сторінок.

Розв'язок:

$$a_3 = 34$$

$$a_{10} = 13$$

$$d = -3$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_3 = a_1 + d(3-1)$$

$$a_1 = a_3 - d(3-1) = 34 + 3 \cdot 2 = 34 + 6 = 40$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{10} = \frac{40 + 13}{2} \cdot 10 = 53 \cdot 5 = 265(\text{стр})$$

Відповідь: 40 стр. – за 1 день, в книжці 265 стр.

Задачі практичного спрямування

Задача № 10

Кубики складено рядками так, що у верхньому ряду 4 кубики, а в кожному ряду, що нижче – на одну й ту саму кількість кубиків більше, ніж у попередньому. Відомо, що в 6 ряду 14 кубиків. Скільки кубиків у 3 ряду.

Розв'язок:

$$a_1 = 4$$

$$a_6 = 14$$

$$a_3 = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$4 + 5d = 14$$

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$$a_3 = 4 + 2(3-1) = 4 + 4 = 8 \text{ (к)}$$

Відповідь: 8 кубиків.




Рис. 3.9. Сторінка з сайту “Розв’язування задач прикладного змісту на прогресії”

Також було розроблено, ще один конспект позакласного заняття на тему “Розв’язування прикладних задач з використанням арифметичної та геометричної прогресій” (Додаток Г) на даному занятті було розглянуто Числові послідовності. Ми переконалися, що прогресії застосовуються не тільки в математиці. Також вони є невід’ємними помічниками і у фізиці, і в біології, і в банківській справі, і повсякденному житті.

3.2. Проєктна діяльність як засіб формування математичної компетентності

Однією з найзначущих цілей педагогічної діяльності є виявлення та розвиток індивідуальної зацікавленості учнів у здобутті знань. У зв'язку з цим велика увага в позакласній роботі з математики приділяється проєктній діяльності, яка сприяє:

- формуванню дослідницьких та комунікативних вмінь та навичок співпраці;
- виявленню творчих здібностей учнів;
- наданню дітям емоційної та інтелектуальної підтримки для їх самореалізації;
- покращенню взаємодії з учнями та їх батьками.

У сучасний період метод проєктів розглядається як система навчання, де учні здобувають знання та навички в процесі планування та реалізації поступово складних практичних завдань - проєктів.

Учителі часто ставлять запитання: "В чому полягає відмінність між дослідницькою та проєктною діяльністю?". Це питання є досить фундаментальним.

Перша ключова відмінність між проєктною та дослідницькою діяльністю полягає в їхній меті.

- Проектна діяльність: Мета полягає в реалізації проєктної ідеї або завдання.
- Дослідницька діяльність: Мета полягає в осмисленні сутності явища, процесу, виявленні закономірностей та інших аспектів.

Ці дві форми діяльності можуть взаємодіяти як підсистеми одна для одної. Наприклад, при реалізації проєкту може виникнути необхідність провести дослідження, а при вивченні чогось методом дослідження, проєктування може виступати як засіб досягнення мети. Важливий аспект різниці полягає в тому, що дослідження передбачає формулювання припущень (гіпотез) та теорій, їх дослідження та абстрактну перевірку. У той час як проєкти можуть існувати без дослідження, наприклад, творчі, громадські або інформаційні проєкти. Важливо відзначити, що гіпотеза не є обов'язковою частиною проєкту, і відсутність дослідження в проєкті може вести до відсутності гіпотези.

Третя відмінність полягає в тому, що дослідницька та проєктна діяльності мають відмінні стадії.

- Дослідницька діяльність: Включає етапи формулювання питань, створення гіпотез, збір даних, їх аналіз і формулювання висновків.
- Проектна діяльність: Включає етапи планування, виконання, оцінки та презентації результатів проєкту.

Відзначаючи ці різниці в стадіях, можна визначити, що дослідницька діяльність більше акцентується на дослідженні та аналізі, тоді як проєктна діяльність складається з конкретних етапів планування та реалізації проєктних ідей.

Проектна навчальна діяльність спрямована на виявлення та задоволення потреб учнів шляхом створення проєкту. Це включає творчий підхід до розв'язання абстрактних завдань, при цьому цілі та зміст визначаються самими

учнями та реалізуються через абстрактний аналіз. Вчителю важливо сприяти учневі у знаходженні спрямованості, визначенні цілей та змісту навчальної діяльності, а також вибору шляхів реалізації та методів оцінки результатів, опираючись на їхній досвід та захоплення.

Коли розмова йде про взаємодію вчителя і учня в процесі створення проєкту, більш правильно вживати термін "метод проєкту". З цього випливає, що поняття "проєктне навчання", "метод проєктів", "навчальна проєктна діяльність" тісно пов'язані, а саме проєктна навчальна діяльність та метод проєктів є складовими частинами проєктного навчання.

Мною було розроблено навчальний позакласний проєкт "Послідовності життя". Даний проєкт реалізувався в рамках навчального предмету алгебра і призначений для учнів 9 класу. (рис.3.9. Додаток В)У його основі лежить інтегроване дослідження в області декількох предметів, таких як математика, історія, література, біологія, музика, живопис, економіка. Робота над проєктом дозволяє розвивати у його учасників аналітичне та творче мислення, спеціальні (математичні) і загально навчальні вміння.

Головними завданнями проєкту було:

- Досягти досить глибоко засвоєння учнями теми «Арифметична і геометрична прогресії»;
- показати учням прикладну спрямованість цього матеріалу;
- усвідомити, як формувалося уявлення про прогресії протягом століть;
- створити умови, при яких учні користуються набутими знаннями при вирішенні практичних завдань.

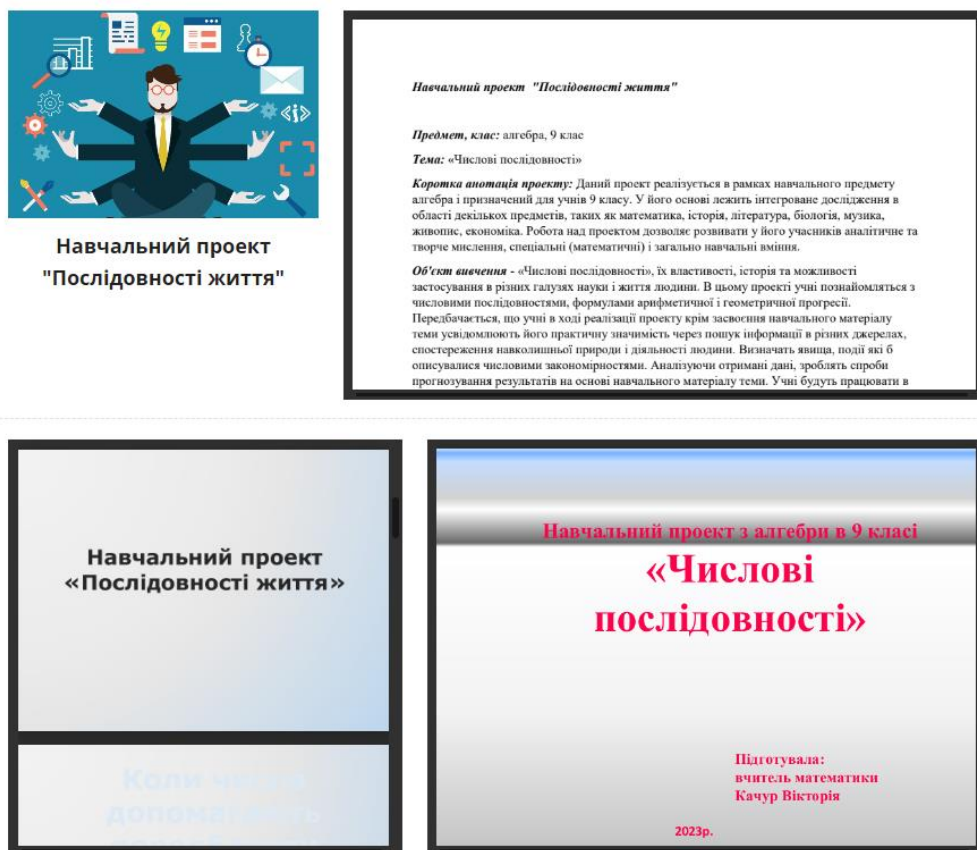


Рис. 3.9. Сторінка сайту де розміщено Навчальний проект

3.3. Констатувальне дослідження стану використання методу проєктів та інтерактивних вправ у позакласній роботі з математики на тему “Числові послідовності”

Для визначення використання методу проєктів в позакласній роботі на тему “Числові послідовності” ми провели констатувальне дослідження. Діаграма результатів зображена на рисунку 3.11 Метою дослідження було:

- З'ясувати розуміння педагогами методу проєктів та інтерактивних технологій у позакласній роботі при вивченні Числових послідовностей.
- Оцінити усвідомлення необхідності використання даних методів у позакласній роботі
- Визначити ставлення дітей до проектної діяльності та вивчити труднощі в її виконанні.

З цією метою респондентам були розподілені анкети, на які вони повинні були надати розгорнуті відповіді.

На основі результатів опитування вчителів можна зазначити, що:

- більшість педагогів (84%) виявили складнощі в наданні чіткої наукової відповіді щодо сутності проектної діяльності та розмежування основних понять у цьому контексті;
- це свідчить про обмежений рівень теоретичних знань та наявність прогалин у розумінні визначеної проблеми.
- У той же час, всі вчителі (100%) відзначили, що сучасні освітні реформи та модернізація традиційної школи згідно з Концепцією Нової української школи створили потребу впровадження методу проєктів у навчальний процес.
- Педагоги визнають актуальність вивчення наукової літератури щодо організації проектної діяльності і висловлюються, що це залишається для них важливими питаннями. Обговорення цих тем відбувається на науково-

методичних семінарах в межах роботи методичних об'єднань. Зазначається, що більшість педагогів підкреслює важливість самоосвіти і підвищення кваліфікації для успішної реалізації завдань своєї професійної діяльності.

– Багато вчителів зазнали значних труднощів у визначенні переваг методу проєктів. Згідно з результатами опитування, 54% вчителів вважають, що цей метод сприяє розвитку творчих здібностей учнів, 36% вбачають у ньому формування навичок дослідницької діяльності, 46% вважають, що він сприяє розвитку критичного мислення школярів, 34% вбачають активізацію пізнавальної діяльності учнів, а 68% стверджують, що вчить працювати з інформацією.

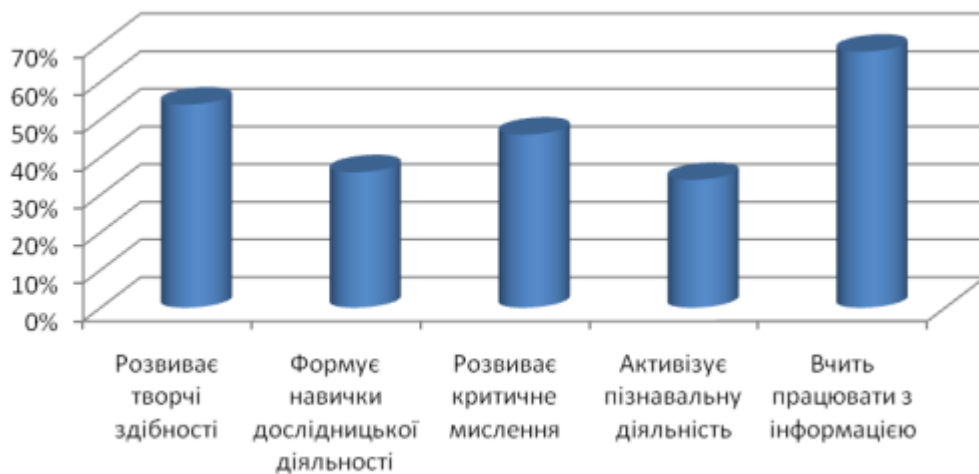


Рис. 3.11 Діграма “Переваги методів проєктів у позакласній роботі з математики”

У процесі визначення структурних етапів уроку з використанням проєктних методів, тільки 15% вчителів правильно відтворили макроетапи такого уроку. Інші 64% частково назвали елементи в структурі уроку, в той час як 18% не змогли визначити характерні особливості уроку з використанням проєктних методів навчання. Ці результати пояснюють обмежене використання таких методів у практиці вчителів (рис 3.12).

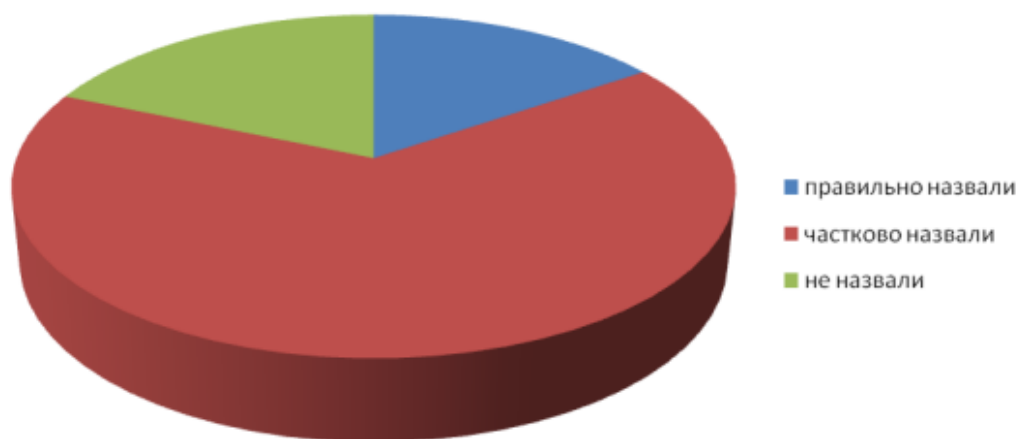


Рис. 3.12. Діаграма “Структурні етапи заняття з використанням методу проектів”

Аналізуючи опитування учнів, проведене під час практики, ми можемо відзначити, що:

Дітям подобається виконувати незвичайні, творчі та цікаві завдання вчителя, які спонукають до роздумів і виходять за межі звичайного підручника. Їм доводилося виконувати інтерактивні вправи. Хочу зауважити, що вивчення теми “Числові послідовності” на позакласній роботі за допомогою проектної діяльності, їм сподобалося, бо часто чула від інших класів, що вони б теж хотіли взяти участь в проектах.

Під час визначення труднощів, з якими стикалися учні при виконанні таких завдань, було вказано на складність підбору та аналізу інформації, вміння виділяти головне (54%). Також було відзначено труднощі у знаходженні спільного рішення для парних чи групових проектів (36%) та у розподілі обов’язків та доручень (14%). Це свідчить про певні недоліки у методиці підготовки та організації проектної діяльності в середній школі.

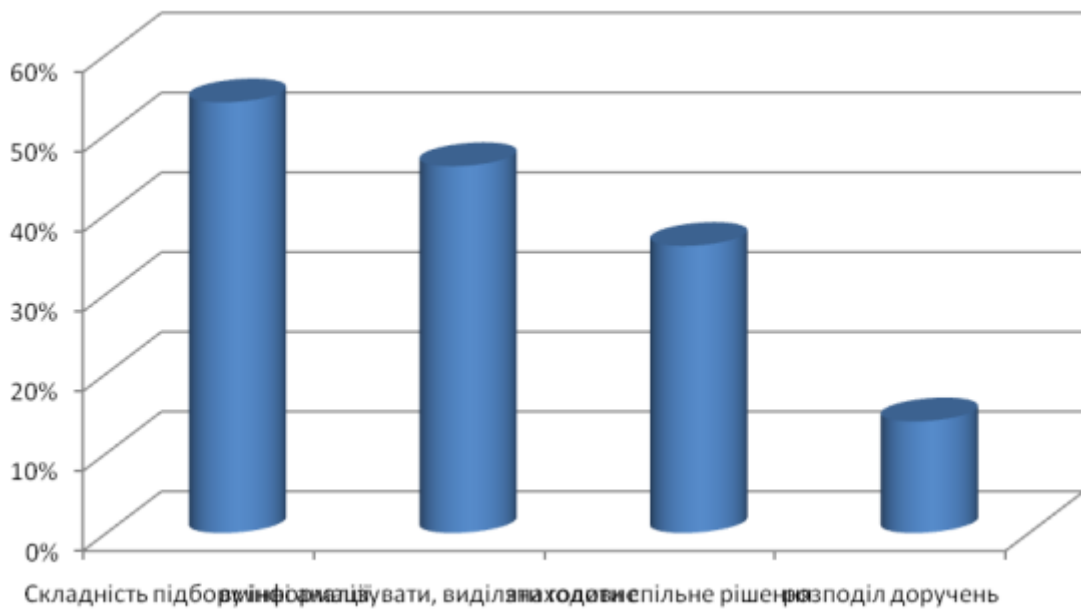


Рис. 3.12. Діаграма “Труднощі, які виникли в процесі виконання проєктної діяльності”

Отже, результати дослідження вказують на те, що більшість вчителів вбачає важливість впровадження проєктного навчання на уроках в рамках реформування сучасної школи, але на практиці цей метод використовується не так часто. Варто зауважити, що проєктна діяльність надає вчителям можливість акцентувати увагу на розвитку розумових здібностей учнів, формуванні інтересу до навчання та сприяє виробленню мотивації для навчально-пізнавальної діяльності. Виконання навчальних проєктів сприяє розвитку творчих здібностей учнів, підвищує активність, самостійність та креативність, сприяє формуванню гармонійно розвиненої особистості, здатної вирішувати життєві завдання.

Висновок до III розділу

Отже, враховуючи усе вищезазначене, можна зробити наступні висновки. Метод проєктів представляє собою комплекс прийомів та дій для освоєння конкретної області практичних або теоретичних знань через систематичне вирішення певної проблеми, що завершується реальним практичним результатом,

відображеним у відповідний спосіб. Навчальні проекти виконують роль співпраці в колективі та сприяють формуванню культури ефективного спілкування, що є корисним для роботи зі школярами.

Грамотне та осмислене використання методу проектів у спільній діяльності учнів та вчителя може внести фундаментальні зміни у навчальний процес, протиставляючи його традиційній системі взаємодій. Цей підхід передбачає інший підхід до пізнавальної діяльності учнів, заснований на урахуванні їхніх інтелектуальних та творчих можливостей, сприяє співпраці, розвиває самостійне критичне мислення.

ВИСНОВКИ

Сформулюємо основні висновки та отримані результати проведеного дослідження.

1. Проведено докладний аналіз сучасних інноваційних методів та форм роботи, спрямованих на розвиток творчого потенціалу учнів у математиці.
2. Визначено унікальні аспекти теми "Числові послідовності" у позакласній роботі та розроблено стратегії застосування інновацій для максимізації творчого розвитку учнів.
3. Створено ряд цікавих та інтерактивних завдань, спрямованих на розвиток творчості учнів при вивченні "Числових послідовностей".
4. Розроблено структурований та легко доступний навчальний курс для учнів на платформі Google Sites, що полегшує навчання та взаємодію.
5. Розроблені конспекти занять спрямовані на систематичне та ефективне вивчення арифметичних та геометричних послідовностей.
6. Створено інформативні та ілюстративні презентації, що допомагають вчителям та учням у зрозумінні складних аспектів теми.
7. Розроблений проект спрямований на інтеграцію та практичне використання знань про числові послідовності у різних сферах життя.
8. Проведено аналіз існуючих задач, а також створено нові завдання, спрямовані на розвиток конкретних навичок та вмінь.
9. Результати експерименту вказують на успішність та ефективність використання розроблених методів та засобів у процесі позакласної роботи з темою "Числові послідовності".

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.
2. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. факультетов пед. Вузов / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский, Г.Л. Луканкин – М. : Просвещение, 1975. – 462 с.
3. План роботи гуртка з математики в 5-11 класах / У. Остапчук // Математика в школі. – 2005. – №1. – С. 16-21.
4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник / З.І. Слєпкань. – К. : Вища шк., 2006. – 582 с.
5. Шалина Н.В. Внеклассная работа в школе. – 2011. – №2. – С. 11.
6. Шумигай С. Історія науки у позакласній роботі / С. Шумигай // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 9. – С. 34-42.
7. Алгебра і початки аналізу / [підручник для учнів 9 класу з поглибленим вивченням математики] / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонський, М.С.Якір. – Х.: Гімназія, 2009.
8. – 385 с.
9. 8. Алгебра і початки аналізу / [підручник для учнів 10 класу з поглибленим вивченням математики] / А.Г.Мерзляк, Д.А.Номировський, В.Б.Полонський, М.С.Якір.
10. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.
11. Слєпкань З.І. Методика викладання алгебри і початків аналізу / Слєпкань З. І. – К., Рад.шк., 1978. – 224 с.
12. Герман Л. Як зробити цікавим урок математики для кожного учня. URL: <https://naurok.com.ua/vidkritiy-urok-proekt-yak-zrobiti-urok-matematikicikavim-230776.html>
13. Загальна характеристика управління проектами. URL: <https://buklib.net/books/22265/>

14. Бондаренко А. Проєкт як форма самостійної роботи студентів при вивченні соціальних дисциплін. Наукове мислення. URL: <http://naukam.triada.in.ua/index.php/konferentsiji/41-odinadtsyata-vseukrajinskapraktichno-piznavalna-internet-konferentsiya/156-proekt-yak-forma-samostijnojiroboti-studentiv-pri-vivchenni-sotsialnikh-distsiplin>.
15. Класифікація проєктів. Загальні основи проєктування у виробничій діяльності людини. Види проєктів. URL: <https://subject.com.ua/textbook/technology/10klas/3.html>
16. Види проєктів. URL: <https://studfile.net/preview/5561986/page:3/> . 63
17. Лук'янова Л. Технологія організації проєктної діяльності. Імідж сучасного педагога. 2009. № 10. С. 16-21.
18. Лекція «Проєктні технології сучасної школи». URL: <http://kyrskorped.bpc.ks.ua/mod/book/view.php?id=337>
19. Вакалюк Т. А. Використання інформаційно-комунікаційних технологій в загальноосвітніх школах для підвищення якості освіти / Вакалюк Т. А., Шевельова М. К. // Інформаційно-комунікаційні технології як засіб підвищення якості освіти/ Зб. наук. гр. [ред. кол.: В.Є. Берека (гол) та ін.]. – Хмельницький : Видавництво ХОІППО, 2015. – С. 40-45.
20. Жифарська Н.Є. Використання хмарних технологій та сервісів в освітньому процесі Комунальний заклад «Матвіївська загальноосвітня санаторна школа-інтернат І-ІІІ ступенів» Запорізької обласної ради
21. Дорман О. Ю. Хмарні технології для навчання / О. Ю. Дорман [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.harmony-gymnasia.kiev.ua/?page=cloud>
22. Вишенський В. А., Перестюк М. О., Самойленко А. М. Збірник задач з математики: Навч. посібник. – 2-ге вид., доп. – К.: Либідь, 1993.
23. Горнштейн П. И. Тригонометрия помогает алгебре // Квант. – 1989. – № 5.
24. Маслова Т. Н., Суходений А. М. Ваш домашний репетитор. – М.: ООО “Изд. дом “ОНИКС 21 век””, 2003.

25. Математика в школі. – К.: Зодіак-ЕКО. – №7, 2007. – С. 22-32.
26. Математика в школі. – К.: Зодіак-ЕКО. – №9, 2006. – С. 24-29.
27. Математика. – К.: Шкільний світ. – №14, 2006. – С. 16-22.
28. Математика. – К.: Шкільний світ. – №38, 2005. – С. 12-17.
29. Математика в школах України. – Харків: Основа, №8, 2005. – С. 13-15.
30. Посібник абітурієнта з математики. – К.: Вид. центр НАУ, 2004.

ДОДАТКИ

Додаток А

Конспект уроку

Тема: Арифметична прогресія та геометрична прогресії навколо нас.

Мета: Узагальнення знань учнів з теми «Арифметична прогресія». Продемонструвати практичне застосування даної теми в різних галузях.

Девіз: «Недостатньо мати добрий розум, головне – це раціонально застосовувати його»

Хід уроку.

1. На сьогоднішньому уроці ми розглянемо розв'язання різноманітних задач, перевіримо як ви зрозуміли тему:

«Перша умова, якої треба дотримуватися, в математиці – це бути точним, друга – бути чітким, і наскільки можливо, простим».

ІІ. Карно. Сьогодні на уроці ми побачимо ,як можна застосовувати вивчене вами з даної теми в різних галузях: /'- Прогресія в біології Прогресія в фізиці • Прогресія в житті та побуті.

Біологія

- За теорією еволюцій Дарвіна, всі процеси, які пов'язані з живими організмами, відбуваються прогресивно або регресивно.

- В повсякденному житті, коли хочуть підкреслити швидке зростання якоїсь величини кажуть: « зростає в геометричній прогресії»

Задача № 1

Бактерія, потрапивши в організм, до кінця 20-ї хвилини діляться на дві, кожна з них до кінця 20-ї хвилини знов ділиться на дві і т.д. Скільки бактерій стане в організмі через добу?

Підсумок:

При розв'язуванні задач застосовували:

- Означення геометричної прогресії
- Формули для знаходження:

- Знаменника геометричної прогресії
- Суми n членів геометричній прогресії

Висновок:

Якщо бактерій помістити в сприятливе середовище, то чисельність бактерій швидко зростає, тому кожна людина повинна дотримуватися санітарних норм.

« Мийте руки перед їжею! »

Задача №2.

Кількість еритроцитів в крові людини становить на рівні моря – 5 млн.

Через кожні 600 м підняття вгору їх кількість збільшується на 1 млн

Скільки еритроцитів буде в крові людини, якщо вона підніметься на вершину гори Еревест (4800 м) ? Чому це відбувається?

Висновок:

У зв'язку з розрідженням повітрям в легені повинно більше потрапити кисню, відповідно цього збільшується кількість еритроцитів.

Задача № 3

При вільному падінні тіло проходить за першу секунду 4,9 Н, а за кожну наступну на 9,8 Н більше. Встановити скільки секунд падатиме тіло з висоти 1960м?

Відповідь: 20с падатиме тіло з висоти 1960м

Фізика

Прогресії виражають закони деяких фізичних явищ. Наприклад, тіло, що вільно падає, рухається рівноприскорено. Відрізки шляху, пройдені цим тілом за першу, другу, третю, четверту ...секунду , становлять арифметичну прогресію

Задача № 4.

Гальмуючи, автомобіль за першу секунду проїхав 15см, а за кожну наступну на 3м менше ніж за попередню. Знайдіть гальмівний шлях автомобіля.

Ця задача застерігає кожного за нас, що треба бути уважним на дорозі

Підсумок

- При розв'язанні задач застосовували:
- Означення арифметичної прогресії

Формували для знаходження загального члена арифметичної прогресії.

Суми n - перших членів арифметичної прогресії

Висновок

За допомогою формул арифметичної прогресії можна розв'язувати не лише математичні задачі.

Прогресія в житті та побуті

Задача № 5.

Для глядачів циркових вистав крісла в одному із секторів розставлені так, що кожен слідуючий ряд містить на одне місце більше, ніж попередній. Скільки місць встановлено в секторі якщо в першому ряду 8 крісел, а всього рядів 22?

Відповідь: 407 місць

Висновок:

Розв'язання задач, які тісно пов'язані з життєвими потребами людини, - це крок до прогресу. А «Прогресу без прогресій не буває».

На сьогоднішньому уроці ми узагальнили і систематизували знання з тем

«Арифметична та геометрична прогресія». Закріпили навички розв'язування задач. Показали їх практичне застосування в різних галузях.

Д/з «Прогресії будівництва»

«Прогресії в архітектурі» підготувати презентації

«Прогресії в мистецтві»

Додаток Б.

Позакласний захід KBVM

Підготовка до гри KBVM (клуб веселих, винахідливих математиків) розпочинається з формування команд. Максимальна кількість її учасників — 10 учнів. У виборі членів команди бере участь весь клас. Враховуються знання учнями математики, їх винахідливість, уміння прийти на допомогу.

Команда обирає капітана, назву команди, емблему, девіз, готує привітання і домашнє завдання.

На стінах залу, де проходитиме КВВМ, вивішуються плакати з висловленнями про математику, наприклад висловлення Н. Вінера: «Найвище призначення математики — знаходити порядок у хаосі, який нас оточує».

Девіз гри КВВМ:

«Сім раз подумай, один — розв'яжи». І. Вступ.

Ведуча 1. Всім, хто навчає Математики! Всім, хто вивчає Математику!

Всім, хто любить Математику!

Всім, хто ще не знає, що може любити Математику! Присвячується наше свято.

Ведуча 2. Чому урочисто навколо? Чуєте, як швидко стихли розмови?

Арифметичній і геометричній прогресіям Ми присвячуємо КВВМ.

Ведуча 1. На КВВМ, на КВВМ Ми вас запрошуємо всіх.

Сьогодні він незвичний, Бо він — математичний!

Ведуча 2. Ширше двері відчиняйте Розуму й кмітливості.

Ви старанність проявляйте. Й максимум сміливості!

Ведуча 1. А щоб змагання було чесним, Ми вибрали журі почесне.

Погляньмо разом з вами, друзі, Хто буде в цім почеснім крузі.

Ведуча 2. Внести капелюхи правосуддя. *(Дівчатка, одягнені в «математичні» костюми, вносять капелюхи правосуддя.)* Усіх членів журі прошу покласти праву долоню на капелюх і повторювати за мною слова клятви.

«Я, член журі КВВМ, клянусь бути чесним і принциповим, оцінювати розум, винахідливість, кмітливість учасників гри, бути справедливим, суворим і непідкупним, не враховувати особисті симпатії і родинні зв'язки! Клянусь! Якщо порушу цю клятву, нехай накаже мене зневага математиків, їх важкий математичний натиск». *(Члени журі одягають капелюхи і займають свої місця.)* На столі перед кожним членом журі лежать картки з цифрами від 1 до 7 — це бали, якими члени журі будуть оцінювати гру команд. Журі також слідкуватиме за поведінкою уболівальників.

Ведуча 1. Зустрічайте команди «ПУПС» і «Прогресивчики».

(Команди входять до залу під звуки пісні «Ми починаємо КВВ».)

II. Привітання.

Ведуча 2. Перше традиційне конкурсне завдання — привітання команд. Конкурс оцінюється у 7 балів. Члени журі будуть оцінювати зовнішній вигляд гравців, емблему, девіз, представлення команди, привітання суперникам, уболівальникам і журі, висловлення команд про готовність грати коректно, весело і за правилами. *(Йде представлення команд.)*

Ведуча 1. Поки журі оцінює результати першого конкурсу, пропонуємо музичну паузу. *(Для музичної паузи уболівальники заздалегідь готують номери.)*

Ведуча 2. Вельмишановне журі! Оголосіть, будь-ласка, результати конкурсу «Привітання».

(Журі оголошує результати конкурсу.)

III. Розминка.

Ведуча 1. Змагання команд лише розпочалося. Попереду ще багато труднощів і хвилювань. Щоб підготувати гравців до важких випробувань, ми проведемо розумову розминку.

Ведуча 2. Увага! Я буду пропонувати командам запитання, а вони повинні дати відповіді на них. Про готовність команд відповідати капітани повідомляють дзвіночком. Кожна правильна відповідь оцінюється 1 балом.

Запитання

1. Яка професія називається арифметичною?

(Числова послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додається одне і те саме число, називається арифметичною професією.)

2. Сходи, що ведуть на веранду, мають 8 східців. Перша сходинка — бетонна плита заввишки 10 см, усі інші східці мають висоту 15 см. На якій висоті від землі знаходиться підлога веранди?

(Оскільки $a_1 = 10$, $d = 15$, то

$$a_8 = a_1 + 7d = 10 + 7 \cdot 15 = 115.$$

Отже, підлога веранди знаходиться на висоті 115 см від землі.) 3. Як швидко знайти суму цілих чисел від 1 до 100?

($a_1 = 1$, $a_{100} = 100$. Тоді

$$S_{100} = a_1 + a_{100} \cdot 100 : 2 = 50(a_1 + a_{100}) = 50(1 + 100) = 5050$$

4. Яка професія називається геометричною?

(Послідовність чисел, у якій перший член відмінний від нуля, а кожний наступний член, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число, відмінне від нуля, називається геометричною професією.)

Ведуча 1. Поки журі підбиває підсумки конкурсу «Розминка», пропонуємо послухати гумореску.

— Чуєш, татку, а що таке арифметична професія? — запитує син у тата.

— Знав колись, тепер — не знаю, — каже тато.

— Татку, а що таке геометрична прогресія?

— Та забув уже, на жаль, — відповідає тато.

— Усе питання задаєш, таткові навіть у неділю не даєш відпочити! — сердиться мати на сина.

— Хай питає, чого не знає. А то виросте дурнем, — каже тато.

Ведуча 2. Вельмишановне журі! Оголосіть, будь-ласка, результати конкурсу «Розминка». *(Журі оголошує результати конкурсу.)*

IV. Конкурс художників.

Ведуча 1. Для участі у цьому конкурсі потрібно по два гравці від кожної команди. Оскільки КВВМ присвячений арифметичній і геометричній прогресіям, а це — числові послідовності, тому витвір художників може складатися лише з чисел, а кожне число можна записати за допомогою цифр. Конкурс оцінюється 5 балами. Будь-ласка, творіть! *(Художники беруть чисті аркуші паперу, олівці, маркери, сідають окремо за столи і малюють.)*

V. Конкурс «Юні поети».

Ведуча 2. Поетам кожної з команд пропоную прочитати свого вірша про арифметичну або геометричну прогресію, який вони написали заздалегідь.

(Учасники-поети читають написані ними вірші.)

Ведуча 1. Поки журі підбиває підсумки конкурсу «Юні поети», пропонуємо послухати «Пісню про математику» (слова М.Студецького, музика О.Гавелі).

Сила точної науки, Що створив наш геній,
Дала зброю людям в руки В праці їх щоденній.

Приспів

Найдавніша на планеті Між наук цариця, Математика — ти наша Вірна помічниця.

Чи будинок зводиш, друже, Чи пливеш морями, — Скрізь вона тобі послужить,
Всюди вона з нами.

На заводі і в друкарні, В відкритті галактик, Навіть лікар у лікарні Мусить її знати.

Приспів

Любі числа, теореми, Формули чудові, —
Ви професій незліченних Друзі і основа.

Приспів

Гей, науку цю вивчати Кожному не пізно, — Ми із нею, друже-брате, Не будем блукати.

Приспів

VI. Конкурс капітанів.

(Звучить мелодія «Капітан, капітан, посміхнися».) Ведуча 1. Капітан, капітан, зосередься,

Тому що в команді ти перший ерудит. Капітан, капітан, посміхнися —
Лише веселий перемагає в KBWM.

Запрошуємо капітанів команд взяти участь у конкурсі.

Ведуча 2. Шановні капітани! Ваше завдання — захистити честь своєї команди і принести їй бажані бали. Капітани мають дзвіночки, якими подаватимуть сигнал

Капітанам пропоную здати розв'язання задач членам журі для перевірки правильності їх виконання. Сподіваємося, що ваші знання з математики набагато кращі, ніж Едика.

VI. Конкурс уболівальників.

Ведуча 1. Панове уболівальники! Прийшов час і вам взяти участь у змаганнях і допомогти своїм командам отримати додаткові бали. Ви можете прочитати вірш або проспівати куплет пісні, де зустрічаються числа, які утворюють числову послідовність, наприклад 1, 2, 3, ..., і тим самим принести своїй команді додаткові бали.

(Уболівальники за бажанням беруть участь у конкурсі.)

Ведуча 2. Вельмишановне журі! Надаємо вам слово для оголошення балів, що отримали команди після конкурсів капітанів і уболівальників, а також назвіть загальну кількість балів.

Ведуча 1. Настав час для художників ознайомити нас зі своїми витворами. Кожна команда повинна коротко охарактеризувати те, що вона намалювала, а журі підбиває підсумки цього конкурсу.

VII. Конкурс «Рибалка».

Ведуча 2. Запрошуємо по одному гравцю від кожної команди — рибалок, які повинні за допомогою вудочки виловити рибку. До кожної рибки прикріплена задача, яку потрібно розв'язати. Якщо задача буде розв'язана правильно, то команда отримує 2 бали. Якщо рибалка не може розв'язати задачі, то він має право звернутися за допомогою до команди або до уболівальників.

VIII. Конкурс на уважність.

Ведуча 1. Конкурс «Рибалка», сподіваюся, вас розвеселив, а тому пропоную всім заспокоїтись і вислухати індуську притчу.

Ведуча 2. Легенда розповідає, що правитель Мага раджа захотів вибрати собі міністра. Він оголосив, що візьме на цю посаду того, хто пройде збудованою стіною навкруг міста з глечиком, по вінця наповненим молоком, і не виле ні краплини. Багато людей пробувало але на шляху їх відволікали і вони розливали молоко. Аж

ось спробував ще один чоловік. Навколо нього кричали, стріляли, відвертали його увагу. Та він не вилив ні краплини.

— Ти чув крики, постріли? Ти бачив, як тебе лякали? — запитав його Магараджа.

— Ні повелителю, я дивився тільки на молоко.

Ведуча 1. Не чути і не бачити нічого стороннього -

уміння, яке дуже часто потрібне у житті. А ще важливим є уміння бути зосередженим та уважним. Пере віримо увагу гравців команд. У кожному конкурсі беруть участь по одному учаснику від команди. Перемог: приносить команді 1 бал.

Ведуча 2. Конкурс «Слухай одночасно кількох». Двоє уболівальників одночасно говорять два різних слова,; представники команд повинні визначити, хто яке слово назвав. Потім говоритимуть одночасно три різні слова, далі — чотири і т.д. Виграє той учасник, який визначить більшу кількість слів.

Ведуча 1. Конкурс «Кожній руці — своя робота».

Гравцям на аркушах паперу слід лівою рукою накреслити 3 трикутники, а правою

— три кола. Оцінюється швидкість і правильність виконання.

Ведуча 2. Конкурс «Крокуй і думай». У цьому конкурсі учасники гри стають поруч з ведучим. Усі роблять перший крок, і в цей час ведучий називає будь-яке число, наприклад 3. Далі гравцям слід називати числа кратні трьом при кожному кроці. Я йтиму з вами, не даючи сповільнити рух. Якщо хтось помилився, він зупиняється. Перемагає та команда, учасник якої залишить позаду інших гравців.

Ведуча 1. Вельмишановне журі! Оголосіть, будь-ласка, результати конкурсів «Рибалка» та на уважність.

XI. Конкурс «Домашнє завдання».

Ведуча 1. Команди готові до виконання домашнього завдання. Це може бути два оригінальні виступи команд. Бажано, щоб вони стосувалися прогресій, або мали відношення до шкільного життя. (Можна запропонувати вірш, пісню, інсценівку тощо.) Оцінюється конкурс 5 балами.

Ведуча 1. Ми дійшли до фінішу. Змагання закінчилися. Ви показали ваші вміння і знання.

Надаємо слово журі: Чия ж бо першість в нашій грі?

Ведуча 2. Скінчилася гра, скінчилася казка. За це вам нуликів аж в'язка!

Ще — одиничок на кінець, А слухав хто, той молодець!

Ведуча 1. До різних наук ми охочі, Вони ведуть нас до вершин.

Проникаючи в зоряні далі, В таємниці земної кори, Математика всіх закликає:
«Ти міркуй, фантазуй і твори».

Додаток В

Конспект заняття

Тема: *Розв'язування прикладних задач з використанням арифметичної та геометричної прогресій*

Мета:

- **Навчальна:**

- ✓ повторення та закріплення основних понять, властивостей арифметичної та геометричної прогресій;
- ✓ формування вмінь застосовувати властивості арифметичної та геометричної прогресій до розв'язування прикладних задач.

- **Виховна:**

- ✓ виховувати пізнавальний інтерес до математики
- ✓ виховувати інтерес до знань;
- ✓ виховувати наполегливість.

- **Розвиваюча:**

- ✓ розвивати вміння використовувати теоретичні знання на практиці;
- ✓ розвивати навички логічного мислення;
- ✓ розвивати вміння аналізувати, узагальнювати, порівнювати, робити висновки

Тривалість: 45 хвилин

Тип. застосування умінь і навичок з теми.

Етапи

- I. Організаційний етап (2 хвилини)
- II. Перевірка домашнього завдання (4 хвилин)
- III. Актуалізація опорних знань та мотивація навчальної діяльності учнів (10 хвилин)
- IV. Виконання практичних завдань (23 хвилин)
- V. Підсумок уроку (6 хвилини)
- VI. Постановка домашнього завдання (2 хвилини)

Хід заняття

I. Організаційний етап

Привітання вчителя. Перевірка готовності учнів до заняття.

II. Актуалізація опорних знань та мотивація навчальної діяльності учнів

Прогресія – це унікальне явище в математиці. Історія її виникнення дуже давня.

Дослідженням прогресій та складанням задач займалося багато математиків протягом багатьох століть. Так, наприклад, в розвиток вчення про прогресії зробили свій внесок Архімед, Піфагор та його учні, французькі математики Леонард Фібоначчі і Баше де Мезіріак, німецькі математики Штіфель, Шюке і Гаусс.

Найдавнішою задачею на прогресії є задача про розподіл хліба, яка записана в Єгипетському папірусі Ринда, яка відноситься до III ст. до н.е.

Перші задачі на прогресії пов'язані із запитами господарського життя і суспільної практики (розподіл спадщини, одержання винагороди), із спостережень над явищами природи, з досліджень суспільно-економічних явищ.

Сьогодні ж прогресії не втратили своєї актуальності і необхідності в нашому житті і я хочу Вас переконати в цьому на нашому уроці.

Але, перш ніж приступити до цікавих задач, давайте пригадаємо з вами всі необхідні нам знання.

Бліц-опитування:

- 1) Що називається числовою послідовністю? Наведіть приклади.
- 2) Які ви знаєте способи задання числових послідовностей?
- 3) Сформулюйте означення арифметичної прогресії. Наведіть приклади.
- 4) Як знайти різницю арифметичної прогресії?
- 5) Сформулюйте властивості арифметичної прогресії.
- 6) Запишіть формулу n -ого члена арифметичної прогресії.
- 7) Запишіть формулу суми перших n членів арифметичної прогресії.
- 8) Що називають геометричною прогресією?
- 9) Як знайти знаменник геометричної прогресії?
- 10) Сформулюйте властивості геометричної прогресії.
- 11) Запишіть формулу n -ого члена геометричної прогресії.
- 12) Запишіть формулу суми перших n членів геометричної прогресії.
- 13) За якою формулою можна знайти суму нескінченної геометричної прогресії зі знаменником $|q| < 1$?

III. Виконання практичних завдань

Прогресії в історії. Хоча ми й живемо в XXI столітті, та історичні факти ніколи не втрачають своєї актуальності. Тому, пропоную Вам розглянути Стародавню єгипетську задачу.

Задача 1.

Сто мір хліба треба розділити між п'ятьма людьми так, щоб другий отримав настільки ж більше від першого, на скільки третій отримав більше за другого, четвертий більше за третього та п'ятий більше за четвертого. Окрім того, двоє перших повинні отримати в 7 разів менше, ніж троє останніх. Скільки треба дати кожному?

Розв'язання

Кількість хліба, яку отримав кожний з 5-ти людей, складає арифметичну прогресію, сума 5-ти членів якої дорівнює 100 за умовою.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Складемо рівняння:

$$100 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5$$

Тобто,

$$20 = a_1 + 2d$$

За умовою, нам відомо, що двоє перших людей отримали в 7 разів менше, ніж троє останніх.

Перші двоє отримають: $a_1 + a_2 = a_1 + a_1 + d = 2a_1 + d$

Троє останніх: $a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 3a_1 + 9d$

Тоді за умовою маємо:

$$7(2a_1 + d) = 3a_1 + 9d$$

$$14a_1 + 7d = 3a_1 + 9d$$

$$11a_1 = 2d$$

Складаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 20 \\ 11a_1 = 2d \end{cases}$$

$$a_1 + 11a_1 = 20$$

$$12a_1 = 20$$

$$a_1 = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Тепер знайдемо різницю прогресії:

$$11a_1 = 2d$$

$$d = 5,5a_1$$

$$d = \frac{55}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{55}{6} = 9\frac{1}{6}$$

Отже, перша людина отримає $a_1 = 1\frac{2}{3}$ мір хліба;

Друга – $a_2 = a_1 + d = 1\frac{2}{3} + 9\frac{1}{6} = 10\frac{5}{6}$ мір;

Третя – $a_3 = a_2 + d = 10\frac{5}{6} + 9\frac{1}{6} = 20$ мір;

Четверта – $a_4 = a_3 + d = 20 + 9\frac{1}{6} = 29\frac{1}{6}$ мір;

П'ята – $a_5 = a_4 + d = 29\frac{1}{6} + 9\frac{1}{6} = 38\frac{1}{3}$

Відповідь: $1\frac{2}{3}$; $10\frac{5}{6}$; 20; $29\frac{1}{6}$; $38\frac{1}{3}$ мір хліба отримують відповідно п'ять людей.

Прогресії в біології. Багатьом здається, що математика, це наука яка далека від природи та тваринного світу, однак це зовсім не так. Наприклад, інтенсивне розмноження бактерій в геометричній прогресії широко застосовується в харчовій промисловості, медицині та фармакології.

Задача 2.

Інфузорії тифельки розмножуються поділом на 2 частини. Скільки інфузорій було спочатку, якщо після 6-го поділу їх стало 320?

Розв'язання

Розмноження тифельок відбувається за правилом геометричної прогресії, де знаменник $q = 2$.

За умовою відомо, що $b_7 = 320$.

З формули n-го члена послідовності визначимо b_1 :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = b_1 \cdot q^{7-1}$$

$$b_1 = \frac{b_7}{q^6}$$

$$b_1 = \frac{320}{2^6} = \frac{320}{64} = 5$$

Відповідь: $b_1 = 5$, спочатку було 5 інфузорій тифельок.

Прогресії у фізиці. Ми переконалися, що прогресії застосовуються не тільки в математиці. Також вони є невід'ємними помічниками і у фізиці. Так, за законом геометричної прогресії здійснюється поділ нейтронів при ядерній ланцюговій реакції.

Також, у фізиці є таке поняття як «рівноприскорений рух». Якщо кажуть, що тіло рухається рівноприскорено, то це означає, що відстань, яку воно проходить за кожну наступну одиницю часу збільшується на одну й ту саму величину. Тоді як при рівномірному русі тіло за кожну одиницю часу проходить однакову відстань.

Рух може бути і рівносповільненим. Відрізки шляху за рівноприскореного руху утворюють арифметичну прогресію.

Задача 3.

Під час вільного падіння тіло за першу секунду проходить 4,9 м, а за кожну наступну – на 9,8 м більше, ніж за попередню, якщо не враховувати опір повітря. Знайдіть час падіння тіла з висоти 490 м (опором повітря знехтувати).

Розв'язання

Маємо арифметичну прогресію, де $a_1 = 4,9$; $d = 9,8$; $S_n = 490$.

Розв'язання задачі зводиться до знаходження n .

З формули

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Маємо,

$$490 = \frac{2 \cdot 4,9 + 9,8(n-1)}{2} \cdot n$$

$$980 = (9,8 + 9,8n - 9,8) \cdot n$$

$$9,8n^2 = 980$$

$$n^2 = 100$$

$$n = \pm 10$$

За умовою задачі $n = -10$, сторонній корінь.

Відповідь: час падіння з висоти 490 м становить 10 с.

Прогресії в банківській справі. Існує така думка, що разом з винайденням колеса створення банку стало одним з найважливіших винаходів людства. Перший банк був заснований ще в 1171 році у Венеції. З того часу банки тільки вдосконалювалися.

Ми знаємо основні функції банку:

- Зберігання грошових вкладів;
- Надання кредитів (позик).

Гадаю, ви знаєте, що якщо помістити певний грошовий вклад до банку, то він виплачуватиме вкладнику деяку суму грошей за те, що користується його

капіталом для надання позик. Та чи знали ви, що розмір вкладу зростає за законом геометричної прогресії?

Задача 4.

Вкладник поклав до банку 500 грн. під 8% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через три роки?

Розв'язання

Нехай, $b_0 = 5000$ грн (початковий вклад). Позначимо b_1, b_2, b_3 – кількість грошей на рахунку відповідно в кінці першого, другого та третього року.

Дана послідовність b_0, b_1, b_2, b_3 – геометрична прогресія. Знаменником даної прогресії буде $q = 108\% = 1,08$, а $n = 4$.

Знайдемо b_3 , це і буде сума грошей на рахунку вкладника через три роки:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_3 = b_0 \cdot q^{4-1}$$

$$b_3 = 5000 \cdot (1,08)^3 = 5000 \cdot 1,259712 = 6298,56 \text{ (грн)}$$

Відповідь: через три роки на рахунку вкладника буде 6298,56 грн.

Нинішні ринкові умови вимагають від нас обізнаності у фінансових питаннях, тому фінансова освіченість особистості на першому місці.

Задача 5.

Уявіть, що вам деяка фірма пропонує свої послуги. Щодня ви можете брати у фірми по 100 грн. Але за перший день ви зобов'язані заплатити фірмі 1 коп., за другий – 2 коп., за третій – 4 коп. і т.д. Чи укладете ви з цією фірмою договір не менш ніж на 20 днів за таких умов?

Розв'язання

Виходить, що від фірми ви отримаєте 2000 грн за 20 днів.

З'ясуємо скільки ж грошей будете ви винні фірмі.

З умови бачимо, що виплати утворюють геометричну прогресію, де $b_1 = 1$, а $q = 2$.

Для того, щоб знайти суму, яку ви виплатите фірмі, треба порахувати суму перших 20 членів геометричної прогресії:

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S_{20} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{20}}{1 - 2} = \frac{1 - 1048576}{-1} = 1048575 \text{ (коп)}$$

$$S_{20} = 10485,75 \text{ (грн)}$$

Отже, виходить, що невигідно користуватися послугами такої фірми.

Відповідь: не варто укладати угоду з фірмою за таких умов, так як отримаємо ми 2000 грн, а виплатити маємо 10485,75 грн.

IV. Підсумок

Наше заняття добігає кінця. Сподіваюсь, я змогла переконати вас в тому, що математика всюди, а послідовності є дуже корисними в нашому житті.

☞ Чи дізналися ви щось нове для себе?

☞ Чи була ця інформація корисною для вас?

Виконайте, будь ласка, «Перевір себе» (вчитель заздалегідь роздає учням табличку, де вони мають вписати формули).

Арифметична прогресія		Геометрична прогресія
$a_{n+1} = a_n + d, n \in \mathbb{N}$	Рекурентна формула	$b_{n+1} = b_n \cdot q$, де $b_1 \neq 0$, $q \neq 0, q \neq 1, n \in \mathbb{N}$
$a_n = a_1 + d(n - 1), n \in \mathbb{N}$	Формула n-го члена	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, n \in \mathbb{N}$
$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}, n \in \mathbb{N}$	Характеристична властивість	$ b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$ (або $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}), n \in \mathbb{N}$
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n;$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$	Формула суми n перших членів	$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, q \neq 1;$ $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$
	Формула суми всіх членів геометричної прогресії ($ q < 1$)	$S = \frac{b_1}{1 - q}$

V. Постановка домашнього завдання

Повторити всю теорію, що вивчали на попередніх уроках (послідовності, арифметична/геометрична прогресія та її властивості, сума n перших членів арифметичної/геометричної прогресії, сума всіх членів нескінченно спадної геометричної прогресії); розв'язати задачі (вчитель або дає сфотографувати задачі, або друкує роздатковий матеріал, або надсилає дітям по пошті (гугл-клас, вайбер і т.д.).

Задача 1. Купівля коня.

(Із арифметики Магницького.)

Продавець продав коня за 156 крб. Але покупець, придбавши коня, передумав і повернув його господарю, кажучи: "Нема мені користі купувати за таку ціну коня, який таких грошей не вартий". Тоді продавець запропонував інші умови: "Якщо ціна за коня дуже висока, то купи лише цвяхи для його підков, а коня одержиш безкоштовно на додачу. Цвяхів у кожній підкові 6. За перший дай мені всього $\frac{1}{4}$ к., за другий – $\frac{1}{2}$ к., за третій – 1к. і т. д..." Покупець, спокусившись низькою ціною та бажаючи безкоштовно придбати коня, прийняв умови, думаючи, що за цвяхи доведеться заплатити не більше 10 крб. На скільки покупець проторгувався?

Розв'язання

За умовою маємо геометричну прогресію, де $b_1 = \frac{1}{4}$, $b_2 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{b_2}{b_1} = 2$.

Всього цвяхів з підков буде: $6 \cdot 4 = 24$

Тобто, в прогресії буде 24 члени.

Нам треба знайти суму цих 24 членів послідовності, це сума яку повинен буде заплатити покупець за підкови:

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S_{24} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 2^{24}}{1 - 2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 16777216}{-1} = 4194303,75 \text{ (к.)}$$

$$S_{24} \approx 41943 \text{ (крб)}$$

Покупець проторгувався на:

$$41943 - 156 = 41787 \text{ (крб)}$$

Відповідь: покупець проторгувався на 41797 крб.

Задача 2.

Мешканець маленького містечка був відомий своєю скнарістю. Коли у нього були справи в повітовому місті, розташованому в 25 км від цього містечка, він звичайно шукав сусідів, які б підвезли його. Одного разу скнара крутився на площі, шукаючи того, хто підвіз би його за спасибі додому. Але цього разу нікого не було і він змушений був шукати платного візника. Скнара обійшов їх усіх, торгуючись з ними і порівнюючи ціни. Один просив 250 крб., другий - 200 крб., третій -150. Усі ці ціни здалися йому занадто високими. Нарешті він помітив візника з убогим візком і жалюгідною шкапою. Коли скнара запитав його скільки він візьме за дорогу, той подивився на землю, почухав потилицю і відповів: "за 1-й кілометр заплати мені 1 коп., за другий - 2 коп., за 3-ій - 4, за 4-ий - 8 і так до кінця шляху."

"От дурний - подумав скнара, ледве стримуючи сміх, - лічить на копійки." Поспіхом він заліз у візок і гукнув: "Згідний! Поїхали!"

Скільки грошей він повинен заплатити за дорогу?

Розв'язання

Маємо геометричну прогресію: 1; 2; 4; 8 ...;

$$b_1 = 1; b_2 = 2$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2}{1} = 2$$

Щоб з'ясувати скільки коштувати така поїздка, треба знайти суму 25 членів геометричної прогресії (так як їхати 25 км):

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S_{25} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{25}}{1 - 2} = \frac{1 - 33554432}{-1} = 33554431 \text{ (коп)}$$

$$S_{25} = 335544,31 \text{ (крб)}$$

Відповідь: скнара повинен буде заплатити за поїздку 335544 крб 31 коп.

Задача 3.

Турист, підіймаючись на гору, за першу годину досяг висоти 800 м, а за кожну наступну годину піднімався на висоту, на 25 м меншу, ніж за попередню. За скільки годин він досягне висоти 5700 м?

Розв'язання

Маємо арифметичну прогресію, де $a_1 = 800$, $d = -25$, $S_n = 5700$

Задача зводиться до знаходження n .

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$5700 = \frac{2 \cdot 800 - 25(n-1)}{2} \cdot n$$

$$11400 = (1600 - 25n + 25) \cdot n$$

$$11400 = -25n^2 + 1625n$$

$$25n^2 - 1625n + 11400 = 0$$

$$n^2 - 65n + 456 = 0$$

$$D = 4225 - 1824 = 2401 = 49^2$$

$$n_1 = \frac{65 - 49}{2} = 8$$

$$n_2 = \frac{65 + 49}{2} = 57 - \text{сторонній корінь, так як за такого } n \text{ сума}$$

буде від'ємною

Перевірка:

$$S_{57} = \frac{2 \cdot 800 - 25(57-1)}{2} \cdot 57 = \frac{1600 - 1400}{2} \cdot 57 = -5700$$

$$S_8 = \frac{2 \cdot 800 - 25(8-1)}{2} \cdot 8 = \frac{1600 - 175}{2} \cdot 8 = 5700$$

Відповідь: турист досягне висоти 5700 м за 8 годин.

Задача 4.

У змаганні зі стрільби за кожен промах у серії з 25 пострілів стрілок одержував штрафні очки: за перший промах – одне штрафне очко, а за кожен наступний – на 0,5 очка більше, ніж за попередній. Скільки разів влучив у ціль стрілок, що одержав 7 штрафних очків?

Розв'язання

Маємо арифметичну прогресію, де $a_1 = 1$, $d = 0,5$, $S_n = 7$

Знайдемо n з формули суми, таким чином з'ясуємо кількість промахів:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$7 = \frac{2 \cdot 1 + 0,5(n-1)}{2} \cdot n$$

$$14 = (2 + 0,5n - 0,5)n$$

$$14 = 0,5n^2 + 1,5n$$

$$0,5n^2 + 1,5n - 14 = 0$$

$$n^2 + 3n - 28 = 0$$

$$D = 9 + 112 = 121 = 11^2$$

$$n_1 = \frac{-3 - 11}{2} = -7 - \text{сторонній корінь}$$

$$n_2 = \frac{-3 + 11}{2} = 4$$

Отже, стрілок зробив 4 промахи. Таким чином в ціль він влучив: $25 - 4 = 21$

Відповідь: стрілок влучив в ціль 21 раз.

Задача 5.

Одного разу розумний бідняк попросив у скупого багатія притулку на два тижні за таких умов: «За це я тобі першого дня заплачу 1 крб, другого – 2, третього – 3 і т.д., збільшуючи щоденну плату на 1 крб. Ти ж будеш подавати милостиню: першого дня 1 копійку, другого – 2, третього – 4 і т.д., збільшуючи щодня милостиню вдвічі». Багатій з радістю на це згодився, вважаючи умови вигідними. Скільки грошей одержав багатій?

Розв'язання

З'ясуємо спершу скільки карбованців заплатив бідняк багатію. Ми маємо арифметичну прогресію, де $a_1 = 1$, $d = 1$, $n = 14$ (днів)

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{14} = \frac{2 \cdot 1 + 1(14-1)}{2} \cdot 14 = (2 + 13) \cdot 7 = 105 \text{ (крб)}$$

Отже бідняк заплатить 105 крб.

Тепер в'яси́мо скільки заплатить милостині багатій. Маємо геометричну прогресію, де $b_1 = 1$, $q = 2$, $n = 14$ (днів)

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S_{14} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{14}}{1 - 2} = 16383 \text{ (коп)}$$

$$S_{14} = 163,83 \text{ (крб)}$$

Таким чином виходить, що багатій має сплатити 163,86 крб.

Виходить, що багатій не те, що не одержав грошей, він ще й поніс витрати у розмірі: $163,83 - 105 = 58,83$ (крб)

Відповідь: багатій не заробив грошей, натомість витратив 58,83 крб.

Додаток Г.

Навчальний проект «Послідовності життя»

Навчальний проект «Послідовності життя»

Коли числа
допомагають
передбачити
майбутнє?



Чи може
математика
пояснити
закони життя?

Етапи роботи над проектом

- 1 крок – Визначемо тему «Числові послідовності»
- 2 крок – Розіб'ємо тему на дрібніші під теми.
- 3 крок – Формуємо ініціативні групи.
- 4 крок – Збір інформації (використовували матеріали підручника, довідників, Internet).
- 5 крок – Опрацювання інформації і обговорили її.
- 6 крок – Систематизувати і підготувати презентації, публікації, сформулювати загальні висновки з теми.
- 7 крок – виступи учнів на шкільній учнівській конференції «Alma Mater»



«Без звички працювати, без уміння долати труднощі, без дисципліни праці немає людини. А саме до цього й приєднує математика».

М. І. Кодак





На уроках ми вивчаємо багато теоретичного матеріалу, часто не дуже зрозумілого.

Тоді і виникає питання: де в житті це існує, використовується або для чого мені це потрібно?

Чи існують числові закономірності при розповсюдженні будь-якої епідемії?

Наприклад, грип. В нашій школі навчається 360 учнів. Для того, щоб школу закрили на карантин треба, щоб захворіло 30% учнів. Припустимо, що 1 учень може заразити в день 3 учнів і в перший день захворіло 2 учні. Скільки часу пройде поки школу закриють на карантин?

Що треба знати і вміти, щоб відповісти на це питання?

Чи існують числові закономірності в явищах природи і як Людина їх використовує?

Розвиток промисловості і сільського господарства, а також швидкі темпи урбанізації привели до різкого збільшення використання води в світі (з початку XX ст. воно зросло в сім разів)

Як зміняться запаси води при зміні чисельності населення?



Чи використовує Людина в плануванні своєї діяльності числові закономірності?

Сьогодні банки називають «п'ятою владою» в будь-якій країні (якщо вважати, що чотири – це парламент, уряд, суд, преса). Коли Ви берете кредити, то берете на себе відповідальність повернути гроші з відсотками в назначений термін часу.

Важливо розібратися, коли і скільки Ви повинні заплатити.



Для розв'язання завдань потрібні знання

Арифметична прогресія -

числова послідовність, в якій кожне наступне число, починаючи з другого, виходить з попереднього збільшенням його на певне число.

Має вигляд: $a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \dots, a_1+(n-1)d, \dots$

Геометрична прогресія - послідовність чисел, в якій кожне наступне число, починаючи з другого, виходить з попереднього множенням його на певне число.

Має вигляд: $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3, \dots, b_1q^{n-1}, \dots$

Властивості арифметичної і геометричної прогресії

$$a_n - a_{n-1} = d;$$

$$a_{n+1} - a_n = d;$$

$$a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$b_n : b_{n-1} = d;$$

$$b_{n+1} : b_n = d;$$

$$b_n : b_{n-1} = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$$

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$



Формули

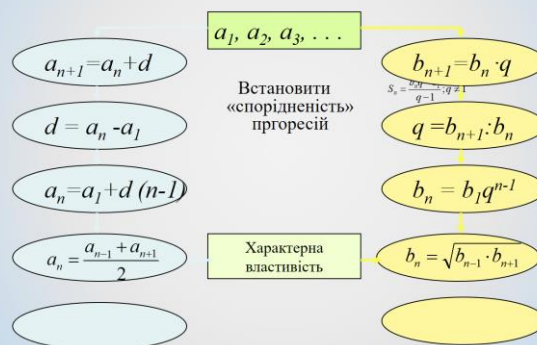
Арифметична прогресія

$$\begin{aligned} 1. a_n &= a_1 + d(n-1); \\ 2. a_n &= \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}; \\ 3. d &= a_{n+1} - a_n; \\ 4. S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; \\ 5. S_n &= \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n. \end{aligned}$$

Геометрична прогресія

$$\begin{aligned} 1. b_n &= b_1 q^{(n-1)}; \\ 2. b_n &= \sqrt[n-1]{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}; \\ 3. q &= \frac{b_{n+1}}{b_n}; \\ 4. S_n &= \frac{b_n q - b_1}{q - 1}; \\ 5. S_n &= \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1; \\ 6. S_n &= \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1. \end{aligned}$$

Інформаційна модель (схема) порівняння арифметичної і геометричної прогресій



Визначення (обидва відразу)

Числова послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, складеному з одним і тим же числом, помноженому на одне й те саме число, арифметичною називається прогресією геометричною

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$b_n = \sqrt[n-1]{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

"Спорідненість" прогресій стає ще більш помітним, якщо порівняти їхні характеристичні властивості. Тут теж досить замінити додавання множенням, а поділ на два - добуванням кореня другого ступеня, і з характерної властивості арифметичної прогресії вийде характерна властивість геометричної прогресії

Характерні властивості арифметичної і геометричної прогресій (обидві відразу!)

арифметичної
Будь член прогресії,
геометричний
починаючи з другого, є
арифметичним
середнім
геометричним
попереднього і наступного членів.

Все вивчили і повторили, отже пора зайнятися творчою діяльністю і знайти відповіді на питання, що стоять перед вами

1. Що поєднує послідовності Фібоначчі і кроликів?
2. Як послідовності згубили царя Шерама?
3. Чому підкорюється гармонія звуку?
4. Як стати мільйонером? Тасмниця Уоренна Баффета.
5. Чи можна розрахувати силу волі?
6. Як описати хаос?