

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему «Розв’язування нерівностей за допомогою інформаційних технологій у старшій школі»

Виконала:

магістрантка групи СОМ(М)(з)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Богаченко В.О.

(прізвище та ініціали студента)

Керівник д.ф.-м.н., проф. Пилипів В.М.

(прізвище та ініціали)

Рецензент _____

(прізвище та ініціали)

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет _____ математики та інформатики
Кафедра _____ математики та інформатики і методики навчання
Освітній рівень _____ другий (магістерський)
Спеціальність _____ 014.04 Середня освіта (Математика)

Затверджено на засіданні кафедри математики
та інформатики і методики навчання,
протокол № _____ від _____ 2023 р.
Завідувач кафедри _____ Кульчицька Н. В.

**ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**

Богаченко Вікторія Олегівна

(прізвище, ім'я, по батькові)

- Тема роботи Розв'язування нерівностей за допомогою інформаційних технологій у старшій школі
- Керівник роботи Пилипів Володимир Михайлович, доктор фіз.-мат. наук, професор
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)
- Перелік питань, які потрібно розробити: аналіз інформаційних джерел, вивчення нерівностей старшої школи, роль інформаційних технологій в освітній діяльності, аналіз практичного застосування мобільного додатка для розв'язування нерівностей старшої школи
- Дата видачі завдання 20 жовтня 2023 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	<i>Вибір напрямку та теми дослідження</i>	вересень-жовтень 2023 р.	
2	<i>Аналіз інформаційних джерел за поставленою проблемою, написання розділу I</i>	листопад-грудень 2023 р.	
3	<i>Визначення ролі інформаційних технологій в освітній діяльності</i>	січень-березень 2024 р.	
4	<i>Написання розділу II</i>	лютий-квітень 2024 р.	
5	<i>Пошук засобу для практичного використання у дослідженні</i>	травень-червень 2024 р.	
6	<i>Практичне застосування обраного додатка для розв'язування нерівностей</i>	липень-вересень 2024 р.	
7	<i>Написання розділу III</i>	вересень-жовтень 2024 р.	
8	<i>Оформлення роботи та підготовка до захисту</i>	листопад-грудень 2024 р.	

Студент _____
(підпис)

Богаченко В.О.
(прізвище та ініціали)

Керівник роботи _____
(підпис)

Пилипів В.М.
(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота на тему «Розв’язування нерівностей за допомогою інформаційних технологій у старшій школі» виконана на 83 сторінках, складається зі змісту, вступу, трьох розділів, висновку, 31 рисунка, 1 таблиці та 4 додатків. Кількість використаних джерел згідно з переліком посилань 15.

У першому розділі розглядаються теоретичні основи та методичні особливості вивчення нерівностей у старшій школі. У другому розділі визначається роль інформаційних технологій в освітній діяльності та під час вивчення математики зокрема. У третьому розділі здійснюється аналіз практичного застосування обраного мобільного додатка для розв’язування нерівностей старшої школи.

В даній кваліфікаційній роботі ідеться про актуальність та затребуваність вмілого поєднання сучасних технологій та базових математичних законів для успішного оволодіння математикою здобувачами освіти.

Ключові слова: інформаційні технології, логарифмічна нерівність, математика, мобільний додаток, показникова нерівність.

ANNOTATION

The thesis on the topic "The solution of inequalities using information technologies in high school" is presented on 83 pages, it consists of a table of contents, an introduction, three sections, a conclusion, 31 figures, 1 table, 4 appendices. The number of used sources according to the list of references is 15.

The first section examines the theoretical foundations and methodological features of studying inequalities in high school. The second section defines the role of information technologies in educational activities, particularly in the study of mathematics. The third section analyzes the practical application of the selected mobile application for solving high school inequalities.

This qualification work discusses the relevance and demand for skillfully combining modern technologies with fundamental mathematical principles to ensure the successful mastery of mathematics by pupils.

Keywords: information technologies, logarithmic inequality, mathematics, mobile application, exponential inequality.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1. РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ У СТАРШІЙ ШКОЛІ.....	8
1.1 Особливості вивчення нерівностей старшої школи та їх застосування.....	8
1.2 Формування алгоритмічних умінь і навичок при розв’язуванні логарифмічних нерівностей.....	13
1.3 Формування алгоритмічних умінь і навичок при розв’язуванні показникових нерівностей.....	16
2. РОЗДІЛ 2. РОЛЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ.....	20
2.1 Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в навчальному процесі.....	20
2.2 Використання інформаційних технологій в процесі вивчення математики.....	24
2.3 Дослідження можливостей відомих програмних засобів для використання на уроках математики.....	28
3. РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ МОБІЛЬНОГО ДОДАТКА ДЛЯ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ СТАРШОЇ ШКОЛИ.....	33
3.1 Особливості мобільного додатка Photomath.....	33
3.2 Розв’язання логарифмічних, показникових та показниково- логарифмічних нерівностей за допомогою математичних законів...	39
3.3 Розв’язання логарифмічних, показникових та показниково- логарифмічних нерівностей з використанням додатка Photomath...	46
ВИСНОВОК.....	61
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	63
ДОДАТКИ.....	65

ВСТУП

Однією із цінностей для суспільства та людини сьогодення стали інформаційні технології. Сучасний світ проживає еру інновацій, що значно впливає на всі сфери життя, включаючи освіту. Стрімкий розвиток мобільних технологій дозволяє зробити процес навчання більш доступним та ефективним, а також, що не менш важливо, цікавим для здобувачів освіти [1].

Майже кожна дитина має мобільний телефон із доступом до інтернету, що дає змогу використовувати приналежності гаджета як під час онлайн, так і під час офлайн-навчання. Насамперед, важливо вміло поєднувати захоплення учнів та математичні закони в одне ціле. Наразі існує багато мобільних додатків, які сприяють розвитку критичного, логічного та абстрактного мислення, просторової уяви та концентрації. Проте є необхідність у тому, щоб залучати школярів відкрито використовувати їх з користю. Такий підхід відкриває нові можливості для учнів та вчителів, допомагає покращити засвоєння матеріалу та сприяє підвищенню інтерактивності уроків математики [2].

Актуальність роботи базується на стрімкому розвитку інформаційних технологій у сучасному світі, що сприяє активній трансформації освіти, зокрема шляхом урізноманітнення методів і форм навчання, удосконалення процедур отримання необхідної інформації та її оброблення і засвоєння. У загальному контексті реформування системи освіти в Україні в умовах розвитку і широкого застосування комп'ютерної техніки навчальний процес у освітніх закладах має будуватися із застосуванням інформаційних технологій, що сприяє диференціації, гуманізації та гуманітаризації освіти, інтенсивному розвитку й реалізації духовного та інтелектуального потенціалу молоді.

Метою дослідження є розкриття ролі інформаційних технологій в освітній програмі на основі розв'язування математичних нерівностей. Завданням ж є проаналізувати основні передумови використання інновацій в навчанні та дослідити їхнє значення на конкретному прикладі, а саме розв'язуванні нерівностей рівня старшої школи.

Предмет роботи полягає у вивченні практичних особливостей інновацій у сфері математики. Передбачається дослідження методів розв'язування нерівностей за допомогою правил, формул з відповідної літератури, а також аналіз методів вирішення тих же нерівностей за допомогою використання мобільних додатків, онлайн-ресурсів. Планується проведення порівняння та виділення переваг і недоліків того чи іншого розглянутого методу.

Об'єктом дослідження є версії та моделі програмних засобів, котрі забезпечують можливість розв'язувати за допомогою комп'ютера різноформатні математичні завдання та задачі різних рівнів складності. Для розв'язування нерівностей в деталях розглядається мобільний додаток Photomath.

При написанні магістерської роботи використані такі методи дослідження: аналіз і синтез знайденої інформації, класифікації, що полягають в поділі об'єкта і предмета за спільними ознаками, порівняння для встановлення спільних та відмінних рис досліджуваних об'єктів, систематизація – дослідження об'єкта в системному підході та спостереження для виявлення результатів та формулювання висновків.

Новизна розв'язування нерівностей за допомогою інформаційних технологій у старшій школі полягає у використанні сучасного програмного забезпечення, а саме мобільного додатка Photomath, для візуалізації та експериментів, адаптивної платформи, що може підлаштуватися під рівень знань учнів, комп'ютерних симуляцій для практичного застосування та колаборативного навчання, можливостей для дистанційного навчання та створення індивідуальних навчальних маршрутів завдяки аналізу даних та сучасним технологіям.

Практичне значення даної роботи полягає в тому, що її матеріали можуть бути використані вчителями математики при підготовці до проведення уроків, учнями та студентами – під час самостійних досліджень. Інформаційні технології значно підвищують ефективність роботи, по-новому організовують взаємодію всіх суб'єктів навчання, будують освітню систему так, щоб учень був активним і рівноправним учасником всього навчального процесу.

Структура магістерської роботи складається зі вступу, трьох розділів, дев'яти підрозділів, висновку, списку використаних джерел, додатків.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ У СТАРШІЙ ШКОЛІ

1.1 Особливості вивчення нерівностей старшої школи та їх застосування

Основною метою вивчення учнями теми нерівностей є оволодіння методами їх розв'язання, що дозволяє застосовувати цей математичний інструмент для вирішення різноманітних задач у природничих науках та суміжних дисциплінах. Це сприяє розвитку різних пізнавальних процесів, формуванню математичного мовлення, навичок навчання, алгоритмічного та абстрактного мислення, а також елементів творчого підходу під час розв'язування основних типів задач алгебраїчним методом і розвитку просторової уяви при використанні графічного методу [3].

Однією з головних змістових ліній курсів «Математика» (рівень стандарту) у старшій школі є «Функції та функціональні залежності». Тому доцільно розпочинати вивчення курсу з теми «Функції, їхні властивості та графіки» — його фундаменту. У цій темі відбувається повторення та систематизація матеріалу про функції, який вивчався в основній школі, а також його поглиблення і розширення. Основною метою опрацювання цієї теми є підготовка учнів до вивчення нових класів функцій, а саме показникових та логарифмічних, і мотивація необхідності розширення інструментарію дослідження функцій за допомогою похідної. Лейтмотивом теми має бути моделювання реальних процесів за допомогою функцій [3].

У курсі математики старшої школи набувають розвитку такі змістові лінії: обчислення, вирази і перетворення, рівняння та нерівності [3].

У старшій школі розширюються класи рівнянь, нерівностей, їх систем, методи розв'язування, сфери застосування. Саме вивчення цього матеріалу пов'язується з властивостями відповідних функцій [3].

Зокрема в старшій школі вивчаються такі теми як «Показникові нерівності», «Логарифмічні нерівності» [3].

Розв'язування нерівностей старшої школи зазвичай полягає в розв'язанні сукупності або системи нерівностей. Розв'язати сукупність нерівностей означає знайти об'єднання розв'язків для кожної з нерівностей, що входять до цієї сукупності. У свою чергу, розв'язати систему нерівностей означає знайти перетин розв'язків нерівностей, з яких ця система складається [4].

Основний підхід до розв'язання нерівностей полягає у визначенні значень змінних, для яких нерівність виконується. Для цього застосовуються різні методи в залежності від типу нерівності. Ось кілька загальних кроків [5]:

- перетворити нерівність на стандартну форму, тобто зібрати всі члени на одному боці так, щоб права частина дорівнювала нулю;
- використати алгебраїчні правила для спрощення виразу, що може включати факторизацію, розкладання квадратів тощо;
- застосувати властивості нерівностей для визначення інтервалів, у яких нерівність виконується, при цьому важливо пам'ятати, що деякі операції можуть змінювати напрям нерівності (наприклад, множення або ділення на від'ємне число);
- у разі потреби представити розв'язок нерівності у вигляді інтервалу або числового виразу.

Важливо пам'ятати, що при виконанні операцій над нерівностями необхідно дотримуватися алгебраїчних правил і властивостей нерівностей. Також варто звертати увагу на область визначення змінних та можливі обмеження, які можуть виникнути з умов задачі або контексту, в якому представлена нерівність [5].

Для перетворення заданих нерівностей на більш прості або відомі здійснюються такі дії [4]:

- визначається область визначення нерівності;
- з різними перетвореннями задану нерівність зводять до форми, для якої можна знайти розв'язки за відомими формулами або алгоритмами; далі знаходять розв'язки перетвореної нерівності;

- перевіряється належність отриманих розв'язків до області визначення нерівності та визначається загальний розв'язок із отриманої сукупності чи системи розв'язків.

У деяких випадках недоцільно визначати область визначення нерівності, що розв'язується, оскільки перевірка отриманих значень змінної відповідно до умов нерівності є складовою частиною процесу розв'язування. Однак ця властивість залежить безпосередньо від характеру заданої нерівності [4].

Перед знаходженням розв'язків задану нерівність зводять до більш простої форми, розв'язки якої можна визначити за відомими формулами або шляхом послідовного виконання простих операцій, таких як розкладання на множники та інші [4].

Усі нерівності, подібно до рівнянь, поділяються на дві основні групи: алгебраїчні та функціональні нерівності. У алгебраїчних нерівностях змінна може бути позначена будь-якою латинською літерою, найчастіше використовується x , t , u , y , a , b тощо. У функціональних нерівностях невідома величина розміщується під знаком трансцендентної функції, яка зазвичай позначається новою змінною, а розв'язування зводиться до вирішення вже відомих алгебраїчних нерівностей, зокрема найпростіших [4].

Метою профільної середньої освіти є розвиток природних здібностей, інтересів та обдарувань учнів, а також формування компетентностей, необхідних для їх соціалізації та громадянської активності. Освіта має сприяти свідомому вибору подальшого життєвого шляху, самореалізації, продовженню навчання на рівні вищої освіти або здобуттю професії. Важливим аспектом є виховання відповідального та шанобливого ставлення до родини, суспільства, навколишнього природного середовища, а також національних і культурних цінностей українського народу [3].

Основним засобом досягнення цієї мети є впровадження компетентнісного підходу в навчально-виховний процес закладів загальної середньої освіти, що передбачає формування як предметних, так і ключових компетентностей [3].

Компетентнісний підхід становить основу побудови змісту та організації навчання математики. Відповідно до цього підходу, кінцевим результатом навчання є формування певних компетентностей, які допоможуть учням використовувати свої знання в реальних життєвих ситуаціях, відповідати за свої вчинки та активно брати участь у суспільному житті [3].

Однією з ключових компетентностей є математична компетентність, що передбачає здатність розвивати та застосовувати математичні знання і методи для розв'язання різноманітних проблем у повсякденному житті. Це включає моделювання процесів та ситуацій з використанням математичного апарату, а також усвідомлення важливості математичних знань і вмінь у особистому та суспільному житті. Формування цієї компетентності є важливим показником якості математичної освіти та природничої підготовки молоді. Вона певною мірою відображає готовність молоді до повсякденного життя, основних видів суспільної діяльності та здобуття професійної освіти [3].

Радикальним засобом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є систематичне використання методу математичного моделювання протягом усього навчального процесу. Це охоплює введення понять, виявлення зв'язків між ними, вибір ілюстрацій, систему вправ і, зрештою, систему контролю. Іншими словами, математику слід викладати так, щоб учні могли ефективно її застосовувати. Забезпечення прикладної спрямованості у викладанні математики сприяє формуванню стійких мотивів до навчання загалом та до вивчення математики зокрема [3].

Реалізація практичної спрямованості в навчанні математики включає [3]:

- створення набору математичних моделей, які описують реальні явища та процеси, мають загальнокультурну значущість і вивчаються у суміжних предметах;
- формування в учнів знань і вмінь, необхідних для дослідження цих математичних моделей;
- навчання учнів побудові та дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

Нерівності мають численні застосування в різних сферах життя, оскільки вони дозволяють моделювати та аналізувати ситуації, де важливими є порівняння та встановлення відношень між числами або змінними. Ось кілька прикладів використання нерівностей у повсякденному житті [5]:

- Фінанси. Нерівності застосовуються для аналізу фінансових ситуацій, таких як прибуток, витрати та бюджетування. Наприклад, вони допомагають визначити допустимий рівень витрат щодо доходів або розрахувати мінімальний дохід, необхідний для покриття певних фінансових потреб [5].

- Економіка. Нерівності використовуються для аналізу економічних моделей, які включають попит і пропозицію, рівень зайнятості, інфляцію тощо. Вони допомагають визначити оптимальні умови для ефективного функціонування економічних процесів [5].

- Інженерія. У цій сфері нерівності використовуються для встановлення параметрів безпеки та надійності різних інженерних систем, таких як будівельні конструкції, електричні мережі, автомобілі тощо. Вони допомагають визначити межі, в яких система може працювати безпечно та ефективно [5].

- Здоров'я та медицина. Нерівності використовуються для визначення діапазонів нормальних показників здоров'я, таких як артеріальний тиск, рівень цукру в крові та маса тіла. Вони допомагають виявити, коли виникають проблеми зі здоров'ям, що потребують додаткової медичної уваги [5].

- Соціальні науки. Нерівності допомагають вивчати соціальні та економічні нерівності в суспільстві, такі як розподіл доходів, рівень освіти та нерівномірний доступ до ресурсів. Вони сприяють аналізу нерівностей у розподілі ресурсів і допомагають формулювати політичні та соціальні стратегії для покращення ситуації [5].

Це лише кілька прикладів застосування нерівностей у різних сферах життя. Вони надають можливість математично описувати, аналізувати та розв'язувати різноманітні відношення та умови, які мають місце в реальному світі [5].

1.2 Формування алгоритмічних умінь і навичок при розв'язуванні логарифмічних нерівностей

Курс алгебри та початків аналізу включає навчання учнів розв'язуванню трансцендентних рівнянь і нерівностей, таких як показникові, логарифмічні рівняння та нерівності. Це тісно пов'язано з вивченням властивостей відповідних функцій. Оскільки не існує універсального методу для розв'язування трансцендентних рівнянь і нерівностей, доцільно ознайомити учнів у 10-11 класах з методами розв'язання найпростіших та окремих видів цих рівнянь і нерівностей, оскільки складніші випадки зазвичай зводяться до них. Особливу увагу слід приділити детальному вивченню логарифмічних нерівностей, які входять до шкільної програми математики [3].

Для розв'язування логарифмічних нерівностей учні повинні добре знати властивості логарифма та логарифмічної функції [3].

Функція $y = \log_a x$ монотонно зростає, якщо основа логарифма більша одиниці $a > 1$, та спадає на ОДЗ ($x > 0$), якщо основа логарифма менша одиниці $0 < a < 1$. На графіку видно (рис. 1.1), при основі $a > 1$ більшому значенню аргументу x відповідає більше значення логарифма, для $y = \log_a x$ з основою меншою одиниці ($0 < a < 1$) навпаки – чим менше значення x , тим більше значення приймає логарифм [3].

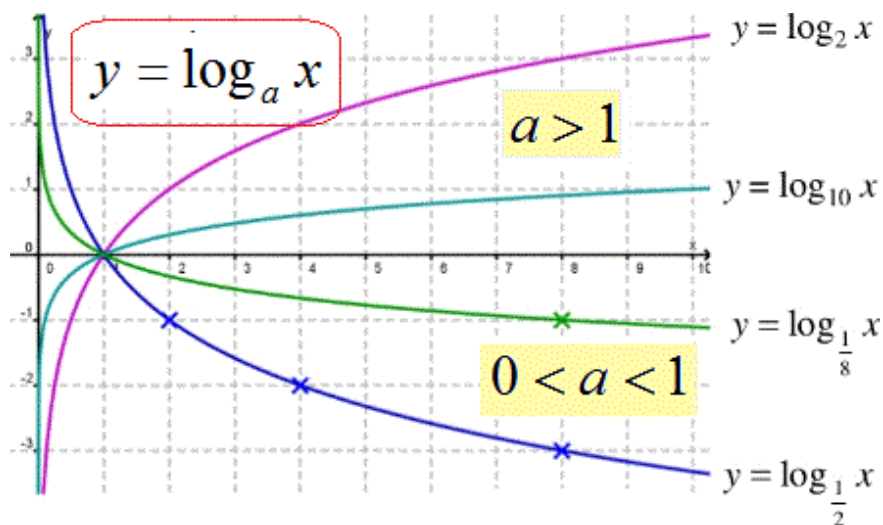


Рис. 1.1. Графіки логарифмічної функції [3]

Логарифмічні нерівності – це нерівності, що містять змінну під знаком логарифма [3].

Під час розв'язування багатьох логарифмічних нерівностей застосовують такі теореми [3]:

- При $a > 1$ нерівність $\log_a x_1 > \log_a x_2$ виконується тоді й тільки тоді, коли $x_1 > x_2 > 0$ [3].

- При $0 < a < 1$ нерівність $\log_a x_1 > \log_a x_2$ виконується тоді й тільки тоді, коли $0 < x_1 < x_2$ [3].

Справедливість теорем випливає з того, що при $a > 1$ логарифмічна функція $y = \log_a x$ є зростаючою, а при $0 < a < 1$ – спадною [3].

Наступними теоремами є [3]:

- Якщо $a > 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

Зауваження: в останній системі можна опустити першу нерівність, оскільки вона є наслідком системи другої та третьої нерівності [3].

- Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Зауваження: в останній системі можна опустити другу нерівність, оскільки вона є наслідком першої та третьої нерівності [3].

Далі варто розглянути приклади розв'язування логарифмів.

- Приклад 1:

Дано. Розв'яжіть нерівність $\log_2 x > 5$ [3].

Розв'язання. Оскільки $5 = \log_2 2^5$, то можна записати: $\log_2 x > \log_2 2^5$. Ця нерівність рівносильна такій: $x > 2^5$. Звідси $x > 32$. Відповідь: $x \in (32; +\infty)$ [3].

- Приклад 2:

Дано. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5} x > 1$ [3].

Розв'язання. Маємо: $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 0,5$. Ця нерівність рівносильна системі:

$$\begin{cases} x \leq 0,5 \\ x > 0 \end{cases}$$

Звідси $0 < x \leq 0,5$. Відповідь: $x \in (0; 0,5]$ [3].

- Приклад 3:

Дано. Розв'яжіть нерівність $x^{\lg x} > 10$ [3].

Розв'язання. Нерівність $x^{\lg x} > 10$ можна назвати показниково-логарифмічною. Слід зазначити, що при розв'язуванні показниково-логарифмічних нерівностей доцільно використовувати такий прийом: взяти логарифми від обох частин нерівності за однією й тією ж основою [3].

Природно, беручи логарифм від обох частин нерівності попередньо пересвідчитись, що логарифми існують [3].

Якщо логарифмування відбувалось за основою $a > 1$, то знак отриманої логарифмічної нерівності залишиться таким самим, яким він був до логарифмування; якщо ж логарифмування відбувалось за основою $0 < a < 1$, то знак нерівності зміниться на протилежний [3].

Повертаючись до нерівності $x^{\lg x} > 10$ зазначимо, що її обидві частини набувають тільки додатних значень, тому логарифми цих частин існують. Далі йде логарифмування за основою 10. Оскільки $10 > 1$, то отримаємо нерівність того ж знаку, що й нерівність $x^{\lg x} > 10$. Вона матиме вигляд $\lg x^{\lg x} > 1$ і є рівносильна нерівності $x^{\lg x} > 10$. Після перетворення отримаємо наступну нерівність $\lg x \cdot \lg x > 1$, тобто $\lg^2 x - 1 > 0$, звідки

$$\begin{cases} \lg x < -1 \\ \lg x > 1 \end{cases}$$

З першої нерівності отриманої сукупності знайдемо $0 < x < 0,1$, а з другої одержимо $-x > 10$. Таким чином, $(0; 0,1) \cup (10; +\infty)$ – множина розв’язків нерівності $x^{\lg x} > 10$. Відповідь: $x \in (0; 0,1) \cup (10; +\infty)$ [3].

1.3 Формування алгоритмічних умінь і навичок при розв’язуванні показникових нерівностей

Показниковими нерівностями називають нерівності, які мають вигляд $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ ($<$, $\geq$, $\leq$), де a – додатне число, відмінне від 1, і нерівності, що зводяться до цього вигляду [3].

Показникові нерівності розв’язують, використовуючи властивості зростання або спадання показникової функції [3]:

- якщо функція є зростаючою, більшому значенню функції відповідає більше значення аргументу;
- якщо функція є спадною, більшому значенню функції відповідає менше значення аргументу.

Якщо $a > 1$, то нерівність $a^{x_1} > a^{x_2}$ справджується тоді і тільки тоді, коли $x_1 > x_2$ [3].

При $0 < a < 1$, то нерівність $a^{x_1} > a^{x_2}$ виконується тоді і тільки тоді, коли $x_1 < x_2$ [3].

Це твердження випливає з того, що показникова функція $y = a^x$ є зростаючою при $a > 1$ і спадною при $0 < a < 1$ [3].

Якщо $a > 1$, то нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ еквівалентна наступній нерівності: $f(x) > g(x)$ [3].

Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівнозначна наступній нерівності: $f(x) < g(x)$ [3].

Для розв’язування показникових нерівностей зручно користуватися наступними схемами:

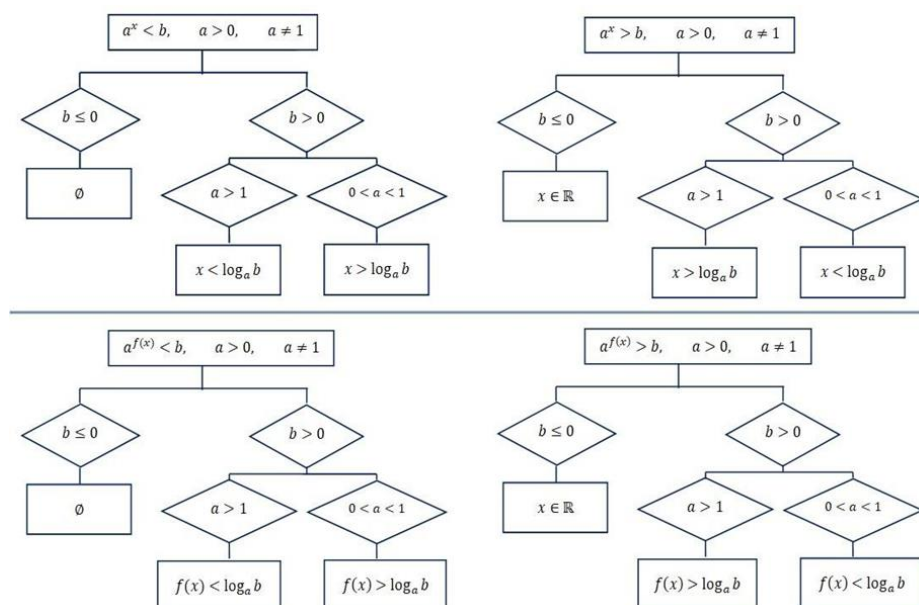


Рис. 1.2. Схеми розв'язування показникових нерівностей [3]

Далі варто розглянути приклади розв'язання показникових нерівностей.

Розв'язати нерівність: $8 \cdot 2^{3x-1} < (0,5)^{-1}$ [3].

Розв'язання. Маємо $2^3 \cdot 2^{3x-1} < (2^{-1})^{-1}$. Далі $2^{3x+2} < 2^1$. Оскільки основа степенів більша за одиницю, то остання нерівність рівносильна наступній: $3x + 2 < 1$. В результаті $x < -\frac{1}{3}$ [3].

Відповідь: $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ [3].

Розв'язати нерівність: $4^x - 2 \cdot 5^{2x} + 10^x > 0$ [3].

Розв'язання. Маємо: $2^{2x} - 2 \cdot 5^{2x} + 2^x \cdot 5^x > 0$. Оскільки $5^{2x} > 0$ при будь-якому x , то треба поділити обидві частини останньої нерівності на 5^{2x} . Тоді наступна нерівність матиме такий вигляд: $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 2 + \left(\frac{2}{5}\right)^x > 0$ [3].

Нехай $\left(\frac{2}{5}\right)^x = t$. Тоді $t^2 + t - 2 > 0$. Після розв'язку нерівності отримуємо:

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -2 \end{cases}$$

Звідси:

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{5}\right)^x > 1 \\ \left(\frac{2}{5}\right)^x < -2 \end{cases}$$

З першої нерівності знаходимо, що $x < 0$. Нерівність $\left(\frac{2}{5}\right)^x < -2$ розв'язків не має [3].

Відповідь: $x \in (-\infty; 0)$ [3].

Також варто розглянути приклад показниково-логарифмічної нерівності.

Розв'язати нерівність: $\frac{1}{(0,5)^x - 1} - \frac{1}{1 - (0,5)^{x+1}} \geq 0$ [3].

Розв'язання. Введемо заміну $(0,5)^x = y$. Тоді задана нерівність матиме вигляд: $\frac{1}{y-1} - \frac{1}{1-0,5y} \geq 0$. Після перетворення отримаємо наступну нерівність:

$$\frac{y - \frac{4}{3}}{(y-1)(y-2)} \geq 0 \text{ [3].}$$

Застосовуючи метод інтервалів, з останньої нерівності отримуємо її розв'язок $1 < y \leq \frac{4}{3}$, $y > 2$. Наступним кроком є розв'язання сукупності:

$$\begin{cases} 1 < (0,5)^x \leq \frac{4}{3} \\ (0,5)^x > 2 \end{cases}$$

Далі нерівності зводяться до однієї основи:

$$\begin{cases} 2^0 < 2^{-x} \leq 2^{\log_2 \frac{4}{3}} \\ 2^{-x} > 2^1 \end{cases}$$

З цієї сукупності отримуємо:

$$\begin{cases} 0 < -x \leq \log_2 \frac{4}{3} \\ -x > 1 \end{cases}$$

Звідси множина розв'язків заданої нерівності $(-\infty; -1) \cup \left[-\log \frac{4}{3}; 0\right)$ [3].

Відповідь: $x \in (-\infty; -1) \cup \left[-\log \frac{4}{3}; 0\right)$ [3].

Висновки. Вивчення нерівностей у старшій школі має важливе значення для розвитку логічного мислення та математичної грамотності учнів. Теоретичні основи вивчення включають знання, що дозволяють аналізувати та розв'язувати нерівності різних типів. Методичні особливості вивчення полягають у послідовному впровадженні різних підходів до розв'язання. Ефективне вивчення нерівностей передбачає вирішення проблемних задач, знаходження інтерактивних методів та врахування рівня підготовки учнів для формування у них навичок аналітичного мислення.

РОЗДІЛ 2

РОЛЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

2.1 Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в навчальному процесі

XXI століття відзначається формуванням інформаційного суспільства, де інформація стає одним із ключових ресурсів виробництва. У зв'язку з цим особливу увагу слід приділяти професійній підготовці майбутніх педагогів, їхньому рівню інформаційної культури та готовності до застосування інформаційних технологій. Це є важливою умовою для ефективного впровадження інформаційно-комунікаційних технологій у різні сфери суспільного життя. Це вимагає розробки нових методів навчання та структурованої підтримки. Отож, важливим напрямком сучасної реформи освіти є розвиток інформаційних можливостей учнів для входження в інформаційний простір та орієнтування в реаліях сучасного світу [6].

Будь-яка технологія навчання є інформаційною, тому що в основі процесу технології навчання лежить отримання та перетворення інформації. Комп'ютерна (нова інформаційна) технологія навчання – це процес підготовки інформації та передачі її тому, хто навчається, засобом якого є комп'ютер [7].

Готуючи заняття з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, учитель не повинен забувати, що це урок, а значить, він планує його відповідно до теми. Добираючи навчальний матеріал, необхідно дотримуватися основних принципів навчання: системності та послідовності, доступності, диференційованого підходу, науковості та ін. При цьому комп'ютери не можуть замінити вчителів, а лише доповнюють їх [7].

Цей процес має такі характеристики [7]:

- принцип адаптивності: комп'ютер підлаштовується під індивідуальні особливості дитини;
- керованість: учитель може коригувати процес навчання в будь-який момент;

- інтерактивний і діалогічний характер навчання: ІКТ має здатність «реагувати» на поведінку учнів і вчителів, що є основною особливістю комп'ютерних методів навчання;

- найкраще поєднання індивідуальної (для вміння працювати самостійно) та групової (для вміння працювати в колективі) роботи;

- підтримка психологічного комфорту учнів під час спілкування з комп'ютером;

- необмежене навчання: зміст, пояснення та застосування, коли подобається.

Комп'ютер можна використовувати на всіх етапах: як під час підготовки уроку, так і під час навчання: під час пояснення нового матеріалу, засвоєння, повторення, контролю [7].

Комп'ютер виконує вагомі функції. У ролі вчителя він є [7]:

- джерелом навчальної інформації;
- наочним посібником;
- тренажером;
- засобом діагностики та контролю.

У ролі робочого інструмента комп'ютер є [7]:

- засобом для створення та зберігання текстів;
- графічним редактором;
- інструментом для підготовки презентацій;
- потужною обчислювальною машиною.

При підготовці уроку вчитель може використовувати різні програмні інструменти [7]:

- Мови програмування. Вони дозволяють створювати різні програми, які можна інтегрувати в різні етапи уроку. Однак, для вчителя-предметника це може бути складно через необхідність спеціальних знань, навичок та значних витрат часу на розробку [7].

- Готові програмні продукти. Вчитель може використовувати такі ресурси, як енциклопедії, навчальні програми та інші цифрові матеріали. Це особливо

корисно в хімії, де комп'ютерні технології можуть забезпечити візуалізацію складних експериментів та створення інтерактивного навчального середовища. Учні можуть самостійно повторювати експерименти, що сприяє розвитку ініціативи та підвищенню інтересу до предмета [7].

- Пакет Microsoft Office. Він надає потужні інструменти для підготовки уроків. Наприклад, Word дозволяє створювати текстові матеріали, Access – організовувати бази даних для перевірки знань, а PowerPoint – готувати візуальні презентації для уроків [7].

- Система баз даних. Хоча її використання вимагає серйозної підготовчої роботи, вона може значно підвищити ефективність навчання та перевірки знань учнів [7].

- Текстовий редактор Word. Дає можливість створювати різноманітні дидактичні матеріали для уроків [7].

- Електронні презентації PowerPoint. Цей інструмент дозволяє легко та швидко підготувати наочні матеріали для уроку. Презентації роблять уроки більш яскравими та ефективними в поданні інформації [7].

На основі наведених даних та відповідних досліджень можна виокремити кілька позитивних аспектів використання ІКТ для підвищення ефективності навчання студентів [6]:

- індивідуалізація та диференціація навчального процесу;
- збільшення активності учнів;
- інтенсивність навчального процесу;
- зростання мотивації до навчання;
- створення умов для самостійної роботи;
- сприяння формуванню самооцінки студентів;
- забезпечення комфортного навчального середовища.

Розробка єдиного інформаційного освітнього середовища навчального закладу дозволяє кожному зануритися в це середовище та забезпечує розширену інтерактивну взаємодію, що максимально наближена до реальної ситуації [7].

Інтеграція комп'ютера в звичайний урок дозволяє вчителю делегувати частину роботи на персональний комп'ютер, що робить навчання більш захоплюючим, різноманітним та інтенсивним. Це прискорює процес запису визначень, теорем і інших важливих матеріалів, оскільки вчителю не потрібно повторювати текст кілька разів – він вже відображений на екрані, і учні можуть без затримок переглядати необхідні фрагменти [7].

Для вчителів цей метод є дуже корисним: він допомагає краще оцінювати здібності і знання учнів, розуміти їх потреби, спонукає до пошуку нових та нетрадиційних форм і методів навчання, а також сприяє професійному розвитку і навчанню роботи з комп'ютером [7].

Використання комп'ютерних тестів і діагностичних інструментів дозволяє вчителю швидко отримувати об'єктивну оцінку рівня засвоєння матеріалу всіма учнями і своєчасно коригувати навчальний процес. Це також надає можливість вибирати рівень складності завдань для кожного учня [7].

Учням важливо, що відразу після виконання тесту вони отримують об'єктивний результат з вказанням помилок, що не завжди можливо при усному опитуванні [7].

Опанування сучасних інформаційних технологій дозволяє учням на уроках, інтегрованих з інформатикою, набути комп'ютерної грамотності та використовувати цей потужний інструмент для вирішення різних завдань – від розв'язання рівнянь і побудови графіків до підготовки текстів і малюнків. Це також створює можливості для прояву творчих здібностей учнів [8].

Однак разом з перевагами виникають і проблеми під час підготовки і проведення таких уроків [8]:

- багато учнів і вчителів не мають комп'ютерів вдома, а час на самостійні заняття в комп'ютерних класах є не в усіх школах;
- вчителі часто мають недостатньо часу для підготовки уроків з використанням комп'ютерів;
- недостатній рівень комп'ютерної грамотності у вчителів;
- відсутність контакту з учителем інформатики;

- у розкладі вчителів немає часу для дослідження можливостей Інтернету;
- складно інтегрувати комп'ютер у структуру уроків;
- не вистачає часу для роботи за комп'ютером для всіх учнів;
- розклад не передбачає час для використання Інтернету на уроках;
- учні можуть відволікатися на ігри, музику та інше через недостатню мотивацію.

Проте застосування сучасних інформаційних технологій у навчанні є однією з найважливіших і стійких тенденцій у світовій освіті. У закордонних школах комп'ютерна техніка та інші ІТ-інструменти стають дедалі популярнішими для вивчення різних предметів, що суттєво впливає на процес здобуття знань, прискорюючи сприйняття і розуміння великого обсягу інформації [8].

2.2 Використання інформаційних технологій в процесі вивчення математики

Враховуючи низькі показники рівня математичної освіченості українських школярів, підтверджені міжнародними дослідженнями PISA та зовнішніми незалежними оцінюваннями останніх років, ситуація з викладанням математики потребує кардинальної зміни. Крім того, реальність дистанційного навчання лише поглиблює проблему, оскільки відсутність візуального контакту створює незручності як вчителям, так і учням [9].

Проблема низької математичної підготовки учнів закладів повної загальної середньої освіти поглиблюється також через зменшення кількості бажаючих стати вчителями природничих предметів та математики. Багато шкіл вже відчувають нестачу кваліфікованих кадрів. Вчителі старшого віку мають труднощі з використанням сучасних освітніх інформаційних технологій. Тому актуальним напрямом удосконалення сучасної математичної освіти є персоналізація, візуалізація та інформатизація навчального процесу, зменшення абстрактності змісту математичної освіти та посилення практичності [9].

Підвищення ефективності вивчення курсів математики та організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів в умовах дистанційного навчання пов'язане з використанням інформаційних технологій у навчальному процесі. Це дає змогу диференційовано та індивідуально підходити до кожного учня, підбирати оптимальний темп навчання, розвивати інформаційні навички та сприймати учнями комп'ютер як засіб навчання. Особливо це стосується навчання математики, оскільки візуалізація навчального процесу дуже важлива при розв'язуванні математичних задач [9].

Адже математика – це вражаючий інструмент, який організовує думки, наводить порядок там, де його немає, усуває непотрібне і приносить ясність. Математика є сферою знань, що досліджує математичні моделі, які відображають об'єктивні властивості та зв'язки. Це мова науки, яка надала людству ефективні способи опису різних явищ реального світу. Державні вимоги до рівня математичної освіти в загальноосвітній школі та соціокультурні пріоритети шкільної математичної освіти зазвичай визначені в цілях навчання математики [10].

Забезпечення якісної математичної освіти для наступного покоління – це складне і відповідальне завдання. Вивчення математики є непростим процесом, але воно виховує логічність мислення, розсудливість та здатність передбачати ситуації наперед, що є важливим у сучасному світі [10].

Математика завжди вважалася одним із найскладніших навчальних предметів. Щоб ефективно навчати учнів, вчитель повинен не лише добре знати свій предмет, але й розуміти, як навчати: бути знайомим з сучасними методами формування математичних понять і володіти новітніми педагогічними технологіями [10].

Відомо, що набагато важливіше навчити, ніж просто розповісти, хоча останній підхід є простішим і швидшим. Вчитель може швидко передати знання, але учні можуть швидко їх забути. Процес навчання не є автоматичним перенесенням інформації в голову учня; він вимагає активної розумової роботи

та участі учня. Пояснення та демонстрація самі по собі не забезпечать стійких знань [10].

Традиційні засоби навчання, такі як дошка, крейда, підручник і зошит, досі використовуються в навчальному процесі. Однак завдяки ІКТ можливе доповнення навчального середовища відео, звуком та анімацією, що суттєво впливає на емоційну складову школяра, підвищуючи його пізнавальну активність, інтерес до предмета і активізуючи навчальну діяльність [10].

Доведено, що кожен учень сприймає нові знання по-різному. Раніше вчителям було важко знайти індивідуальний підхід до кожного учня, але тепер комп'ютерні мережі і онлайн-ресурси дозволяють школи адаптувати подачу нової інформації до індивідуальних потреб учнів [10].

Необхідно навчити дітей швидко освоювати, перетворювати і використовувати величезні обсяги інформації. Важливо організувати навчання так, щоб учень активно і з ентузіазмом працював на уроці, бачив результати своєї праці і міг їх оцінити [10].

Математика – це предмет, у якому ІКТ можуть активізувати всі аспекти навчальної діяльності: вивчення нового матеріалу, перевірку домашнього завдання, самостійну роботу, контрольні та проміжні роботи, позакласну та творчу діяльність [10].

Активна взаємодія учнів з комп'ютерними технологіями розвиває їх навички дослідницької діяльності і дозволяє досягати кращих результатів у вивченні предмету [10].

Використання комп'ютера підвищує інтелектуальний рівень викладання і спрощує вирішення практичних завдань. Він може служити інформаційною системою для розв'язання технологічних, конструкторських та економічних питань, представляючи матеріал у наочному та доступному вигляді. Комп'ютер є джерелом інформації для творчих проектів і оперативного контролю знань учнів, забезпечуючи диференційований підхід до навчання [10].

Ці переваги допомагають вирішити проблему мотивації учнів: уроки з використанням барвистих ілюстрацій та мультимедійних елементів (звуків, відео тощо) привертають увагу навіть байдужих учнів [10].

Вчитель має володіти основами комп'ютерної грамотності і знати сучасні операційні системи, такі як Windows, що може значно полегшити викладання математики та її засвоєння. Педагог повинен уміти працювати з офісними додатками, зокрема, текстовим редактором Word для створення документів, таблиць, схем, ілюстрацій та веб-сторінок. Офісний додаток Excel, у свою чергу, автоматизує обробку числових даних, дозволяє створювати діаграми і виконувати розрахунки. Графічний редактор Paint є стандартною програмою для створення і редагування зображень, що корисно при побудові геометричних фігур на уроках геометрії. Проектна діяльність учнів також отримує підтримку через комп'ютерні презентації. Програма PowerPoint дозволяє створювати презентації, які супроводжують повідомлення відеоматеріалами на великому екрані або моніторі комп'ютера. Це підвищує інтерес до уроку і мотивує учнів, звільняючи вчителя від традиційного використання дошки [10].

Програми контролю забезпечують систему оцінювання знань, умінь і навичок, включаючи питання на відтворення матеріалу, перевірку навичок і вмінь, а також проблемні питання для застосування знань у нестандартних ситуаціях, які зустрічаються в математичних задачах [10].

Використання комп'ютера на уроках математики дозволяє урізноманітнити матеріал на всіх етапах уроку, підвищити мотивацію та інтерес учнів, а також сприяє більш глибокому засвоєнню знань. Це допомагає скоротити час на вивчення матеріалу завдяки наочності та швидкості роботи, перевіряти знання учнів в інтерактивному режимі, що підвищує ефективність навчання та розкриває потенціал учнів [10].

Блез Паскаль, французький філософ і математик, зазначав: «Математика настільки серйозна, що варто спробувати зробити її трохи цікавішою». Якість навчання і виховання безпосередньо залежить від методів і підходів вчителя. Учитель має радіти, коли учні люблять його предмет, із задоволенням відвідують

уроки та прагнуть до навчання. Лише інтерес і захоплення допомагають учням глибше розуміти матеріал і проявляти творчу активність [10].

Професійна культура вчителя математики передбачає працьовитість, допитливість і творчий підхід, а також постійне вдосконалення професійних навичок [10].

2.3 Дослідження можливостей відомих програмних засобів для використання на уроках математики

На сьогоднішній день розроблено велику кількість програмних засобів, орієнтованих на використання у викладанні математики. Існує багато методичних посібників для впровадження таких програм і додатків, як GeoGebra, GRAN-1D, GRAN-2D та інші. Ці програми допомагають у візуалізації складних математичних концепцій і полегшують навчальний процес. Вчителю важливо не лише мати навички роботи з цими програмами, але й вміти оптимально організовувати навчальний процес, підбираючи програмний інструмент, що найбільше підходить для вивчення конкретної теми [11].

Детальніше варто розглянути найпоширеніші програмні продукти для викладання математики[11]:

- GeoGebra – один з найпотужніших інструментів для геометрії, алгебри і навіть 3D-моделювання, його часто використовують для візуалізації і побудови графіків [11].

- Mathcad – зручний інструмент для навчання, обчислень та інженерних розрахунків [11].

- GRAN-1D, GRAN-2D, GRAN-3D – серія програм для графічного представлення математичних функцій в одному, двох і трьох вимірах [11].

Загалом, розвиток програмних засобів продовжує вдосконалювати процес викладання математики, а вчителі мають навчатись ефективно використовувати ці інструменти для досягнення максимальних результатів у навчанні [11].

GeoGebra – це безкоштовна, кросплатформна динамічна математична програма для всіх рівнів освіти, що включає в себе геометрію, алгебру, таблиці,

графи, статистику і арифметику в одному зручному для використання пакеті. Вона завоювала кілька освітніх нагород в Європі та США [11].

Короткі характеристики наведені нижче [11]:

- графіка, алгебра і таблиці взаємопов'язані і повністю динамічні;
- простий у використанні інтерфейс та потужні функції;
- можна створювати власні інтерактивні навчальні матеріали, наприклад веб-сторінки;
- доступний мільйонам користувачів у всьому світі багатьма мовами;
- безкоштовна програма з відкритим вихідним кодом.

Іншими словами, можна створювати креслення за допомогою точок, векторів, сегментів, ліній і конусів, а також інших функцій, які пізніше можна змінювати, використовуючи лише мишу [11].

З іншого боку, також можна безпосередньо вводити умовні символи, наприклад: $g: 3x+4y=7$ або $c: (x-2)^2+(y-3)^2=25$, а також ряд команд, включаючи диференціацію та інтеграцію. Особливістю GeoGebra, яка найбільше запам'ятовується, є подвійний дисплей [11].

Об'єкти, тобто кожен вираз у вікні алгебри відповідає об'єкту в блокноті і навпаки. Після запуску GeoGebra з'являється вікно. За допомогою інструмента малювання, вибраного на панелі інструментів, можна використовувати мишу, щоб побудувати малюнок у своєму блокноті. При цьому у вікні алгебри відображаються відповідні координати та рівняння. Поля введення тексту використовуються для безпосереднього введення координат, рівнянь, команд і функцій [11].

Методичні рекомендації щодо використання GeoGebra пропонують низку порад для оптимізації роботи з програмою. Наприклад, можна створювати кілька параметрів для графіків, змінюючи ім'я повзунків, контролювати швидкість і крок їх анімації, а також використовувати анімацію для наочного спостереження за змінами графіка. Для повного використання всіх функцій GeoGebra, необхідна програма Java, але також доступні онлайн-сервіси та мобільні версії для смартфонів та планшетів. Офіційний сайт: www.geogebra.org [11].

Mathcad має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, що дозволяє вводити формули та дані за допомогою клавіатури та панелей інструментів. Ранні версії (до 13.1) базувалися на системі комп'ютерної алгебри Maple, в той час як версії 14 і 15 використовували ядро MuPAD. Mathcad Prime 1.0 не підтримує символні обчислення, але в оновленій версії 3.0, випущеній у 2013 році, були додані нові можливості, включаючи символні обчислення [11].

У Mathcad робота відбувається в рамках робочого аркуша, де рівняння та вирази відображаються в графічному вигляді, що контрастує з текстовим записом у мовах програмування. Для створення документів-програм застосовується принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get), що забезпечує безпосереднє відображення результату, який користувач бачить на екрані. Це спрощує процес роботи і робить його більш доступним для користувачів без програмістського досвіду [11].

Хоча Mathcad переважно націлена на користувачів без програмістського досвіду, вона також активно використовується в складніших проектах. Ця програма дозволяє візуалізувати результати математичного моделювання, застосовуючи поширені обчислення та традиційні мови програмування. Це робить Mathcad корисним інструментом не лише для новачків, а й для професіоналів, які займаються більш складними завданнями в інженерії, науці та інших галузях [11].

Mathcad є зручним інструментом для навчання, обчислень та інженерних розрахунків. Його відкрита архітектура і підтримка .NET та XML дозволяють інтегрувати його в різні ІТ-системи. Програма налічує близько 1.8 мільйонів користувачів і містить численні оператори та функції для вирішення технічних задач, включаючи чисельні та символні обчислення, роботу зі скалярами, векторами і матрицями, а також автоматичний перехід між одиницями вимірювання [11].

Mathcad пропонує широкий спектр можливостей, включаючи [11]:

- розв'язання диференціальних рівнянь, в тому числі чисельними методами;

- побудову двовимірних і тривимірних графіків;
- використання грецького алфавіту в текстах і рівняннях;
- символні обчислення та операції з векторами й матрицями;
- згладжування кривих і виконання підпрограм;
- знаходження коренів функцій та поліномів;
- статистичні функції та розподіли ймовірностей, пошук власних значень і векторів;
- обчислення з розмірностями.

Mathcad дозволяє інженерам документувати обчислення в процесі їх виконання, виступаючи як система комп'ютерної алгебри для автоматизації математичних розрахунків. Вона часто порівнюється з іншими програмними комплексами, такими як Maple, Mathematica та MatLab, хоча порівняння ускладнене через різні призначення і філософії використання цих програм. Mathcad є популярним вибором серед користувачів завдяки своїй зручності та функціональності. Офіційний сайт – <http://mathcad.com.ua> [11].

Програма GRAN1 дозволяє будувати та аналізувати функціональні залежності в декартових і полярних координатах, а також параметрично та таблично. Вона забезпечує можливості графічного розв'язання рівнянь і нерівностей, визначення коренів многочленів, дослідження границь функцій, обробку статистичних даних і обчислення визначених інтегралів. Серед інших функцій – знаходження площі криволінійних трапецій та об'ємів тіл обертання, що робить її потужним інструментом для математичного аналізу [11].

GRAN-2D зручно використовувати для створення малюнків стереометричних задач, пов'язаних із розташуванням прямих і площин у просторі. Процес побудови нагадує ручне малювання завдяки врахуванню властивостей паралельного проектування. Динамічність комп'ютерних моделей дозволяє легко змінювати ракурс фігури, коригувати опорні точки, поступово відтворювати процес побудови та додавати підказки до умов задачі або її розв'язання [11].

GRAN 3D надає можливість створення та роботи з моделями різних геометричних об'єктів, таких як точки, відрізки, ламані, площини, многогранники та поверхні обертання. Користувач може задавати ці об'єкти різними способами, що дозволяє гнучко працювати з геометричними формами та їх характеристиками, адаптуючи моделі під конкретні потреби чи задачі [11].

Висновки. Використання математичних додатків у онлайн-освіті набуває дедалі більшої популярності. Вони полегшують учням засвоєння складних математичних тем, надаючи доступ до необхідних матеріалів у будь-який час і в будь-якому місці, а також підвищують інтерактивність навчання. Грамотне застосування цих інструментів може посилити зацікавленість у вивченні математики та покращити академічні результати учнів. Таким чином, використання таких технологій є важливим для досягнення ефективніших навчальних результатів.

РОЗДІЛ 3

АНАЛІЗ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ МОБІЛЬНОГО ДОДАТКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ СТАРШОЇ ШКОЛИ

3.1 Особливості мобільного додатка Photomath

Photomath – це мобільний додаток, який спрощує вирішення математичних задач. Він дозволяє сфотографувати математичне завдання за допомогою камери пристрою. Після цього програма використовує технологію оптичного розпізнавання символів для зчитування задачі і пропонує покрокове розв'язання, що допомагає краще зрозуміти алгоритм [12].

Photomath забезпечує зручний спосіб швидко розв'язувати математичні задачі завдяки простому інтерфейсу та миттєвим відповідям. Проте він може мати труднощі з розв'язанням складних питань. Варто виділити переваги та недоліки використання Photomath [12].

Переваги [12]:

- миттєві розв'язки за допомогою розпізнавання фото;
- доступність на різних платформах;
- навчальний інструмент з покроковими рішеннями;
- підтримка широкого спектра математичних задач;
- економія часу при вирішенні простих завдань.

Недоліки [12]:

- можливе виникнення залежності від технології;
- обмежена допомога у глибокому розумінні концепцій;
- іноді можливі помилки, особливо при складних задачах;
- не охоплює всі математичні теми.

Щоб краще зрозуміти, як працює додаток і яку він несе користь для користувачів, варто розглянути найголовніші аспекти та їхні характеристики, які зазначені у табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Коротка характеристика Photomath

Аспект	Рейтинг	Характеристика
Зручність використання	☆☆☆☆ (4.4/5)	Має зручний інтерфейс і дуже простий у використанні.
Функціональність та можливості	☆☆☆☆ (4.0/5)	Добре підходить для вирішення простих рівнянь.
Сумісність та продуктивність	☆☆☆☆ (4.3/5)	Сумісний з більшістю пристроїв і добре працює, особливо з простими питаннями.
Вартість і цінність	☆☆☆☆ (3.9/5)	Дещо дорожчий у порівнянні з альтернативами, якщо пропонує кращі функції.
Приватність та безпека	☆☆☆☆ (3.9/5)	Політика конфіденційності чітка і легко зрозуміла.
Підтримка і ресурси	☆☆☆☆ (4.2/5)	Команда підтримки надійна, додаток має додаткові навчальні матеріали.
Відгуки користувачів та оновлення	☆☆☆☆ (4.0/5)	Багатьом користувачам подобається, але є скарги на нездатність вирішувати складні задачі.
Доступність і інклюзивність	☆☆☆☆ (4.3/5)	Легко доступний і підтримує кілька мов.

Дизайн Photomath простий і організований, що дозволяє користувачам легко зосередитися на розв'язуванні математичних задач. Усі функції та кнопки розташовані логічно та зручно, що робить процес використання додатку приємним. Однак деякі функції не є інтуїтивно зрозумілими, що іноді потребує більше часу для вивчення [12].

Макет програми зручний і впорядкований, нагадуючи організовану книжкову полицю. Колірна схема приємна для очей, а шрифт легко читається. Однак було б добре мати більше можливостей для персоналізації інтерфейсу. Хоча мінімалістичний підхід підходить для більшості користувачів [12].

Використання Photomath схоже на їзду на велосипеді – коли освоїш, усе йде гладко. Додавання задач здійснюється швидко завдяки функції камери, яка дозволяє просто сфотографувати задачу, а програма зробить усе інше. Крокові пояснення допомагають зрозуміти процес розв'язку. Однак для складніших задач може знадобитися більше пояснень [12].

Функція вирішення задач за допомогою камери в Photomath спрощує роботу. Достатньо навести камеру на математичну задачу, і додаток швидко розпізнає та надасть розв'язок [12].

Додаток забезпечує швидкі розв'язки, що економить час і дозволяє швидко рухатися далі на заняттях. Миттєвий зворотний зв'язок підвищує продуктивність і зменшує стрес через терміни виконання завдань [12].

Photomath не тільки вирішує задачі, а й надає детальні пояснення кожного кроку. Це допомагає краще засвоїти концепції та вирішувати подібні задачі в майбутньому з більшою впевненістю [12].

Photomath підтримує різні математичні теми, від базової арифметики до алгебри та навіть обчислення. Це робить додаток корисним інструментом для студентів на всіх рівнях навчання [12].

Функції побудови графіків ще більше деталізують процес навчання, допомагаючи краще зрозуміти абстрактні ідеї через наочне представлення даних або математичних відношень [12].

Технологія розпізнавання рукописного введення дозволяє вводити задачі вручну. Це зручно під роботи з нестандартними позначеннями [12].

Photomath сумісний як з пристроями iOS, так і Android, що робить його доступним для великої кількості користувачів. Додаток можна встановити на смартфон або планшет, а також скористатися його веб-версією через браузер на комп'ютері [12].

Проте виникали деякі проблеми з сумісністю на старих пристроях з застарілими операційними системами. У таких випадках Photomath може працювати не так плавно або не підтримувати певні функції [12].

Photomath забезпечує швидке та точне розпізнавання математичних рівнянь, як рукописних, так і друкованих. Однак його продуктивність може погіршитися в умовах поганого освітлення або з нечіткими записами, що призводить до помилкових або неповних рішень [12].

Крім того, додаток не завжди справляється з розв'язанням складних рівнянь або нестандартних математичних позначень, що іноді призводить до помилок [12].

Photomath виконує певний рівень функцій в залежності від вартості користування. Нижче запропоновані приблизні суми, зважаючи на потреби користувачів [12]:

- безкоштовна версія (Basic) \$0: містить покрокові пояснення;
- місячна підписка \$9.99: покрокові рішення, персоналізовані візуальні підказки, додаткові поради, рішення задач з підручників;
- річна підписка \$69.99: усі функції місячної підписки.

Підписка на Photomath пропонує достатню цінність за свої гроші, оскільки включає корисні функції для комплексного навчання. Однак існують альтернативні сервіси, такі як Wolfram Alpha, які можуть забезпечити схожі функції за нижчою ціною, що може бути важливим для тих, хто шукає бюджетні варіанти [12].

Photomath запевняє, що пріоритетом є збереження конфіденційності даних користувачів. Їхня політика конфіденційності детально пояснює, які дані збираються і для чого. Вони збирають основну інформацію, як-от тип пристрою та мовні налаштування, для покращення роботи додатку, але не вдаються до збору особистих даних, таких як повідомлення чи фото [12].

Photomath використовує різні заходи для захисту даних від хакерів та небажаних гостей, оновлюючи свою систему безпеки для запобігання

потенційним загрозам. Хоча жодна система не є повністю безпечною, Photomath докладає зусиль для захисту даних користувачів [12].

Підтримка Photomath відповідала на запити протягом 7 годин. Хоча це не найшвидший варіант, але відповіді були надані у прийнятний термін [12].

Photomath також надає додаткові навчальні ресурси, включно з анімованими навчальними відео, які пояснюють математичні концепції. Це робить навчання інтерактивнішим та допомагає краще засвоїти матеріал [12].

Також користь, переваги чи недоліки можна оцінити за реальними відгуками користувачів. Нижче запропонований детальний коментар викладачки математики про додаток [13]:

«Photomath («камера-калькулятор») – мобільний додаток, яким користується майже кожен школяр сьогодні. 90 % учнів, з якими я займаюся з захватом розповідають мені про переваги Photomath: «Ця програма допомагає мені зрозуміти алгебру і надолужити пропущені заняття.», «Додаток просто космос, але вчителі помічають що завдання написані не на їхніх поясненнях», «Ідеальний додаток, навіть коли ти і без нього добре знаєш як вирішувати. Всі розв'язання подані по діям і можна легко знайти свою помилку» і т. д.

За допомогою камери свого пристрою миттєво можна відсканувати друкований текст, та навіть рукописні математичні задачі. Завдання також можна вводити вручну. Калькулятор добре справляється з числовими виразами, рівняннями, системами рівнянь, логарифмічними та тригонометричними виразами, границями, похідними, інтегралами, графіками функцій. Що ж ще потрібно для сучасного школяра?

Кожне завдання Photomath розбиває на прості, зрозумілі кроки, за допомогою яких можна краще зрозуміти основну суть розв'язання.

Як на мене, найбільша перевага додатку – можливість будувати та досліджувати графіки різних функцій. Адже, як показує практика, функції – одна з тем, яка викликає в учнів великі труднощі. Крім того, що Photomath будує графік функції, він також вказує на область визначення, точки мінімуму та максимуму, точки перетину з осями координат.

Дійсно, користь програми просто колосальна. Але, на жаль, школярі зловживають використанням Photomath. Вони використовують його під час уроку, при виконанні домашнього завдання, та навіть на контрольних роботах.

На жаль, малий відсоток учнів розуміє справжнє призначення даної програми – не списувати на уроках чи контрольних, а навчатися за допомогою Photomath, розв’язувати задачі самостійно і звіряти відповіді, знаходити свої помилки.

Отже, використовуйте корисні навчальні ресурси з розумом.» [13]

Користувачі здебільшого позитивно відгукуються про Photomath, особливо його здатність вирішувати математичні завдання швидко та ефективно. Однак, деякі користувачі відзначають труднощі з точністю розпізнавання складних рівнянь і нестандартних позначень, що іноді призводить до некоректних рішень [12].

Photomath регулярно оновлюється для покращення функціональності й усунення недоліків. Це допомагає забезпечити стабільну роботу додатку та врахування відгуків користувачів [12].

Photomath доступний на різних платформах і підтримує кілька мов, що робить його корисним інструментом для студентів з усього світу. Це дає змогу користувачам працювати з додатком на різних пристроях [12].

Photomath охоплює широкий спектр математичних тем, від базової арифметики до складної вищої математики, що робить його корисним для учнів різного рівня підготовки [12].

Photomath — корисний інструмент для швидкого вирішення математичних завдань. Наділений простотою та має зручний інтерфейс, що робить його доступним для будь-кого, хто потребує допомоги з математичними домашніми завданнями [12].

Варто зазначити, що Photomath може мати труднощі з більш складними питаннями. Отже, якщо необхідний інструмент для вирішення базових математичних задач і отримання швидких відповідей, Photomath може стати цінним доповненням до навчального арсеналу [12].

3.2 Розв'язання логарифмічних, показникових та показниково-логарифмічних нерівностей за допомогою математичних законів

Для проведення детального аналізу серед логарифмічних нерівностей, які вивчають у старшій школі, розглядається наступна:

$$\log_2(5 - x) \cdot \log_{x+1} \frac{1}{8} \geq -6 \quad (3.1)$$

Проводиться аналіз саме нерівності (3.1), оскільки вона дозволяє дослідити достатню кількість особливостей, зважаючи на правила розв'язування логарифмічних нерівностей. Щоб її вирішити, потрібно знати, яких значень може набувати змінна в підлогарифмічному виразі та основі логарифма, також варто пригадати деякі логарифмічні тотожності та як розв'язувати квадратичні нерівності методом інтервалів.

Перш за все необхідно максимально спростити нерівність (3.1), а саме у лівій частині. Треба звести два логарифми до однієї основи:

$$\begin{aligned} \log_2(5 - x) \cdot \frac{1}{\log_{\frac{1}{8}}(x + 1)} &\geq -6 \\ \log_2(5 - x) \cdot \frac{1}{\log_{2^{-3}}(x + 1)} &\geq -6 \\ \log_2(5 - x) \cdot \frac{1}{-\frac{1}{3}\log_2(x + 1)} &\geq -6 \\ \log_2(5 - x) \cdot \frac{-3}{\log_2(x + 1)} &\geq -6 \\ -3 \cdot \frac{\log_2(5 - x)}{\log_2(x + 1)} &\geq -6 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Далі за правилом логарифмічної тотожності частка логарифмів нерівності (3.2) записується наступним чином:

$$-3 \cdot \log_{x+1}(5-x) \geq -6 \quad (3.3)$$

Кінцевий результат спрощення нерівності (3.3) має такий вигляд:

$$\log_{x+1}(5-x) \leq 2 \quad (3.4)$$

Наступним кроком є логарифмування правої частини нерівності (3.4):

$$\log_{x+1}(5-x) \leq \log_{x+1}(x+1)^2 \quad (3.5)$$

Оскільки основа даних логарифмів не є явною, то потрібно врахувати два випадки, а саме, коли $0 < x+1 < 1$ та $x+1 > 1$. Також слід врахувати, що підлогарифмічний вираз $5-x > 0$. Тобто наступною дією є знаходження області допустимих значень, враховуючи обидва випадки.

ОДЗ:

$$\begin{cases} 0 < x+1 < 1 \\ 5-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x < 5 \end{cases}$$



$$x \in (-1; 0)$$

Оскільки $0 < x+1 < 1$, то, продовжуючи розв'язувати нерівність (3.5), знак необхідно поміняти на протилежний. А також, зважаючи на те, що логарифми з обох частин мають однакові основи, наступна нерівність матиме вигляд:

$$5-x \geq (x+1)^2 \quad (3.6)$$

Наступним кроком є розв'язання одержаної квадратичної нерівності методом інтервалів:

$$5 - x \geq x^2 + 2x + 1$$

$$5 - x - x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$x^2 + 3x - 4 \leq 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



Кінцева пряма цього випадку має такий вигляд:



Отже, $x \in (-1; 0)$.

Розглянемо інший випадок.

ОДЗ:

$$\begin{cases} x + 1 > 1 \\ 5 - x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 5 \end{cases}$$



$$x \in (0; 5)$$

Оскільки $x + 1 > 1$, то, продовжуючи розв'язувати нерівність (3.5), знак залишається без змін. Знову, зважаючи на те, що логарифми з обох частин мають однакові основи, наступна нерівність матиме вигляд:

$$5 - x \leq (x + 1)^2 \quad (3.7)$$

Наступним кроком є розв'язання одержаної квадратичної нерівності методом інтервалів:

$$5 - x \leq x^2 + 2x + 1$$

$$5 - x - x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$x^2 + 3x - 4 \geq 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

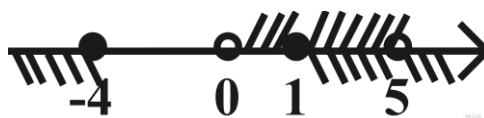
$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



Кінцева пряма цього випадку має такий вигляд:



$$x \in [1; 5).$$

Отже, розв'язком нерівності $\log_2(5-x) \cdot \log_{x+1} \frac{1}{8} \geq -6$ є об'єднання проміжків: $(-1; 0) \cup [1; 5)$.

Наступною детальніше розглядається показникова нерівність:

$$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0 \quad (3.8)$$

Щоб обчислити нерівність, варто спочатку скористатися властивостями степенів. Тоді нерівність (3.8) матиме такий вигляд:

$$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x \cdot 3^x + 3 \cdot 3^{2x} < 0 \quad (3.9)$$

Наступним кроком є перетворення нерівності для подальшого введення заміни, а саме необхідно нерівність (3.9) поділити або на 2^{2x} , або на 3^{2x} :

$$\frac{2 \cdot 2^{2x}}{2^{2x}} - \frac{5 \cdot 2^x \cdot 3^x}{2^{2x}} + \frac{3 \cdot 3^{2x}}{2^{2x}} < 0 \quad (3.10)$$

Після скорочення нерівність (3.10) матиме такий вигляд:

$$2 - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} < 0 \quad (3.11)$$

Далі вводиться заміна та розв'язується одержана квадратична нерівність методом інтервалів:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$$

$$2 - 5t + 3t^2 < 0$$

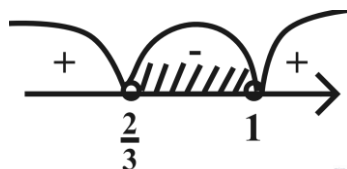
$$3t^2 - 5t + 2 < 0$$

$$3t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$$

$$t_1 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$t_2 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$



$$t \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$$

Далі необхідно повернутися до заміни і скласти подвійну нерівність:

$$\frac{2}{3} < \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1 \quad (3.12)$$

Щоб розв'язати нерівність (3.12), треба кожну частину звести до однієї основи:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{3}{2}\right)^0 \quad (3.13)$$

Оскільки основа подвійної нерівності (3.13) є більшою за один, то знаки нерівності не змінюються. Тому наступна нерівність матиме вигляд:

$$-1 < x < 0 \quad (3.14)$$

Отже, розв'язком нерівності $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0$ є проміжок $(-1; 0)$.

Також варто розглянути нерівності, де використовуються і логарифмічні, і показникові властивості. Для цього варто дослідити таку показниково-логарифмічну нерівність:

$$64^{\log_8(x-1)} \geq 4 \quad (3.15)$$

Для початку необхідно знайти область допустимих значень:

ОДЗ:

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$



$$x \in (1; +\infty)$$

Далі треба звести нерівність (3.15) до однієї основи:

$$4^{3 \log_8(x-1)} \geq 4^1 \quad (3.16)$$

Оскільки основа нерівності (3.16) є більшою за один, то знак нерівності не змінюється у наступній нерівності:

$$3 \log_8(x - 1) \geq 1 \quad (3.17)$$

Після спрощення нерівність (3.17) матиме вигляд:

$$\log_8(x - 1) \geq \frac{1}{3} \quad (3.18)$$

Наступним кроком є логарифмування правої частини нерівності (3.18):

$$\log_8(x - 1) \geq \log_8 8^{\frac{1}{3}} \quad (3.19)$$

Оскільки основа логарифмів нерівності (3.19) є більшою за один, то знак нерівності не змінюється. Тому наступна нерівність матиме вигляд:

$$x - 1 \geq 8^{\frac{1}{3}} \quad (3.20)$$

Далі варто розв'язати нерівність (3.20) і знайти проміжок, якому належатиме невідома:

$$x - 1 \geq \sqrt[3]{8}$$

$$x - 1 \geq 2$$

$$x \geq 3$$



$$x \in [3; +\infty)$$

Зважаючи на ОДЗ, такий проміжок є прийнятним для нерівності (3.15). Отже, розв'язком нерівності $64^{\log_8(x-1)} \geq 4$ є проміжок $[3; +\infty)$.

Щоб дослідити роботу інформаційних технологій для порівняння варто використовувати заздалегідь розв'язані логарифмічні, показникові та показниково-логарифмічні нерівності (див. Додаток А).

3.3 Розв'язання логарифмічних, показникових та показниково-логарифмічних нерівностей з використанням додатка Photomath

Після детального вивчення мобільного додатка Photomath та розв'язання нерівностей за допомогою математичних правил вручну можна перейти до етапу вирішення цих же нерівностей безпосередньо за допомогою вищезазначеного додатка.

Спершу необхідно зробити фото математичної задачі. Знімок логарифмічної нерівності в додатку матиме такий вигляд:



Рис. 3.1. Сканування логарифмічної нерівності

Далі можна детальніше розглянути розв'язання:

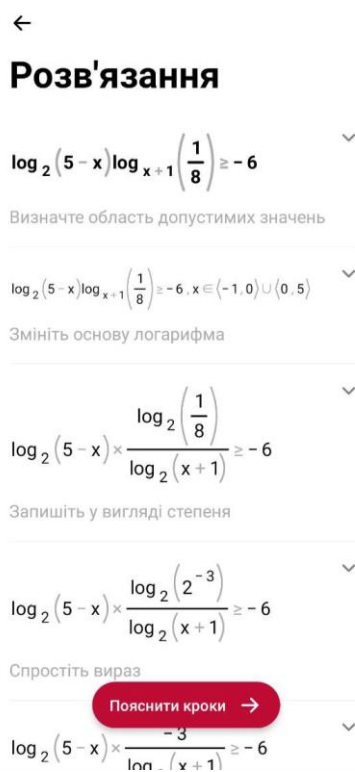


Рис. 3.2. Загальний вигляд розв'язання нерівності

Додаток пропонує нам насамперед визначити область допустимих значень:



Рис. 3.3. Знаходження області допустимих значень

Далі в додатку відбувається перехід до основи 2 логарифма $\log_{x+1} \frac{1}{8}$:

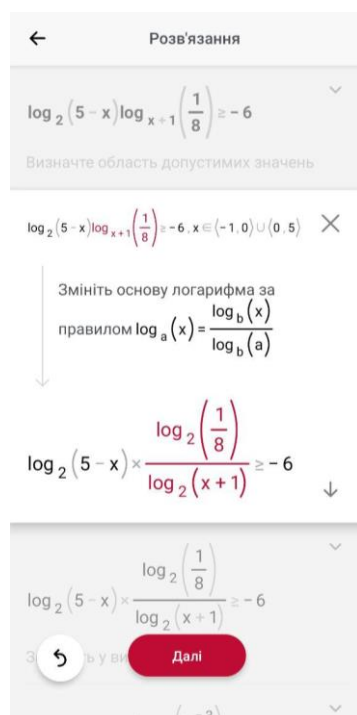


Рис. 3.4. Перехід до іншої основи

Наступним кроком є перетворення підлогарифмічного виразу в чисельнику дробу:

Розв'язання

Визначте область допустимих значень

$\log_2(5-x) \times \log_2\left(\frac{1}{8}\right) \geq -6, x \in (-1; 0) \cup (0; 5)$

Змініть основу логарифма

$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2\left(\frac{1}{8}\right)}{\log_2(x+1)} \geq -6$

Запишіть число у вигляді степеня з основою 2

$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2(2^{-3})}{\log_2(x+1)} \geq -6$

$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2(2^{-3})}{\log_2(x+1)} \geq -6$

Спростіть вираз

Далі

Рис. 3.5. Перетворення підлогарифмічного виразу

Далі відбувається спрощення в чисельнику дробу:

Розв'язання

Змініть основу логарифма

$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2\left(\frac{1}{8}\right)}{\log_2(x+1)} \geq -6$

Запишіть у вигляді степеня

$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2(2^{-3})}{\log_2(x+1)} \geq -6$

Спростіть вираз за допомогою формули $\log_a(a^x) = x$

$\log_2(5-x) \times \frac{-3}{\log_2(x+1)} \geq -6$

$\log_2(5-x) \times \frac{-3}{\log_2(x+1)} \geq -6$

Далі

Рис. 3.6. Спрощення виразу в чисельнику

Далі застосовується формула для перетворення дробу:

Розв'язання

Запишіть у вигляді степеня

$$\log_2(5-x) \times \frac{\log_2(2^{-3})}{\log_2(x+1)} \geq -6$$

Спростіть вираз

$$\log_2(5-x) \times \frac{-3}{\log_2(x+1)} \geq -6$$

Застосуйте формулу
 $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ для
 перетворення дробу

$$\log_2(5-x) \times \left(-\frac{3}{\log_2(x+1)} \right) \geq -6$$

Далі

Рис. 3.7. Перетворення дробу

Наступним етапом є обчислення добутку:

Розв'язання

Спростіть вираз

$$\log_2(5-x) \times \frac{-3}{\log_2(x+1)} \geq -6$$

Перепишіть дріб

$$\log_2(5-x) \times \left(-\frac{3}{\log_2(x+1)} \right) \geq -6$$

Обчисліть добуток

$$-\frac{3\log_2(5-x)}{\log_2(x+1)} \geq -6$$

Далі

Рис. 3.8. Обчислення добутку

Далі відбувається максимальне спрощення нерівності. Кінцевий результат перетворень у додатку має такий вигляд:

Розв'язання

$\log_2(x+1)$

Перенесіть константу у ліву частину

$$\frac{3\log_2(5-x) - 6\log_2(x+1)}{\log_2(x+1)} \leq 0$$

Перетворіть вираз

$$\frac{3\log_2(5-x) - 6\log_2(x+1)}{\log_2(x+1)} \leq 0$$

Винесіть спільний множник 3 за дужки

$$\frac{3(\log_2(5-x) - 2\log_2(x+1))}{\log_2(x+1)} \leq 0$$

Розділіть на можливі випадки

Далі

Рис. 3.9. Кінцевий результат перетворень

Наступним кроком додаток пропонує розділити нерівність на два можливі випадки:

Розв'язання

$\frac{3\log_2(5-x) - 6\log_2(x+1)}{\log_2(x+1)} \leq 0$

Розкладіть вираз на множники

$$\frac{3(\log_2(5-x) - 2\log_2(x+1))}{\log_2(x+1)} \leq 0$$

Розділіть нерівність на два можливі випадки

$$\begin{cases} 3(\log_2(5-x) - 2\log_2(x+1)) \leq 0 \\ \log_2(x+1) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(\log_2(5-x) - 2\log_2(x+1)) \geq 0 \\ \log_2(x+1) < 0 \end{cases}$$

Далі

Рис. 3.10. Розділення нерівності на два можливі випадки

Після цього знаходяться проміжки, яким належить змінна та одержується перетин кожної системи окремо:

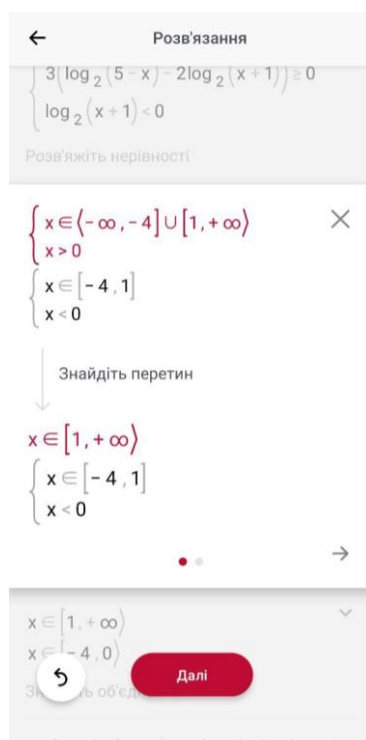


Рис. 3.11. Знаходження перетину першої системи

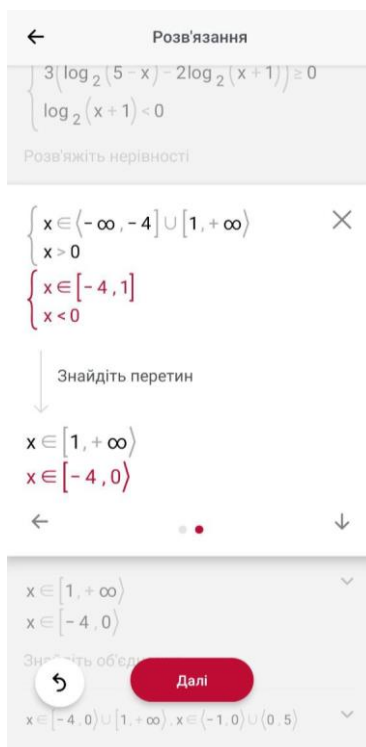


Рис. 3.12. Знаходження перетину другої системи

Наступним кроком додаток пропонує об'єднання двох проміжків:

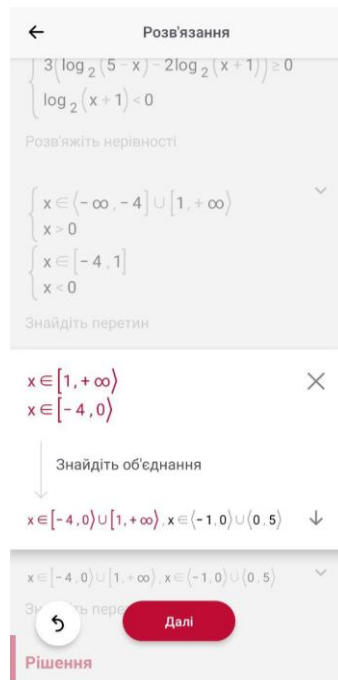


Рис. 3.13. Об'єднання двох проміжків

Далі знаходиться множина розв'язків, зважаючи на область допустимих значень:

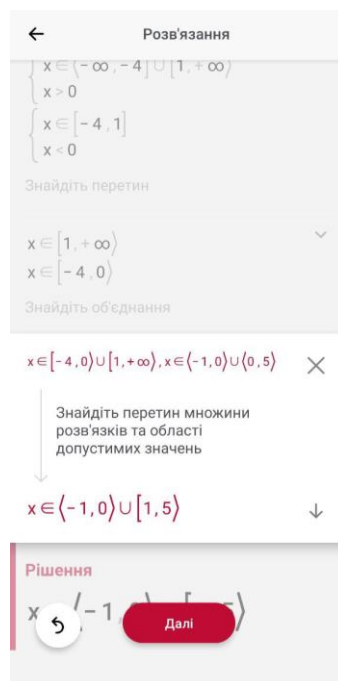


Рис. 3.14. Перетин множини розв'язків та області допустимих значень

Кінцевий розв'язок нерівності у додатку має такий вигляд:

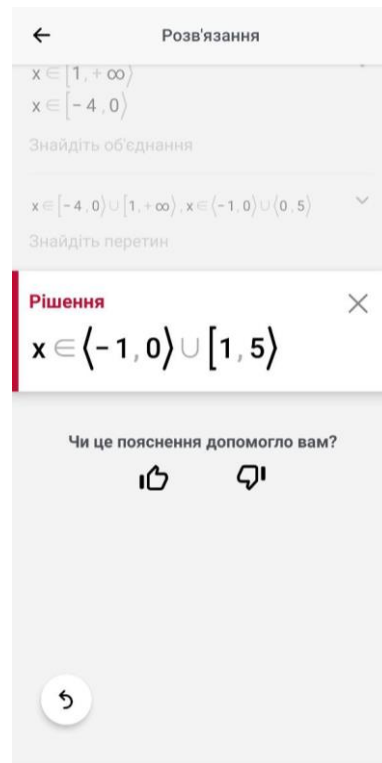


Рис. 3.15. Кінцевий розв'язок нерівності

Проаналізувавши обидва варіанти розв'язування нерівності: мануально і з використанням мобільного додатка, можна побачити, що завдання вирішене різними способами, але з одним і тим самим результатом. Порівнюючи обидва випадки, можна зробити висновок, що, можливо, програма запропонувала більш об'ємний спосіб розв'язання, проте також варто зазначити, що вирішення додатка Photomath змусило подивитися на нерівність з іншого боку і пригадати й інші правила та методи розв'язування, які можна використовувати.

Далі проводилося дослідження розв'язку показникової нерівності у додатку Photomath. Відсканувавши знімок показникової нерівності, розглядається покроковий загальний розв'язок з короткими поясненнями. В додатку він матиме такий вигляд:

←

Розв'язання

$$2 \times 4^x - 5 \times 6^x + 3 \times 9^x < 0$$

Перепишіть

$$2 \times 2^{2x} - 5 \times (2 \times 3)^x + 3 \times 3^{2x} < 0$$

Скористайтеся властивостями степенів

$$2 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x \times 3^x + 3 \times 3^{2x} < 0$$

Розділіть обидві частини

$$2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 < 0$$

Перетворіть вираз

$$2 \times \left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)^2 - 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 < 0$$

Пояснити кроки →

Виконайте заміну

Рис. 3.16. Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (І частина)

← Розв'язання

$$2 \times \left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)^2 - 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 < 0$$

Виконайте заміну

$$2t^2 - 5t + 3 < 0$$

Розв'яжіть нерівність

$$t \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

Підставте назад

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

Перепишіть інтервал

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x > 1 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

Пояснити кроки →

Рис. 3.17. Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (ІІ частина)



Рис. 3.18. Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (III частина)

Порівнюючи метод розв'язування показникової нерівності мануально та алгоритм, який використовує додаток для вирішення, можна помітити незначні відмінності. Photomath перед введенням заміни пропонує поділити нерівність на 3^{2x} , що впливає на подальший розв'язок:

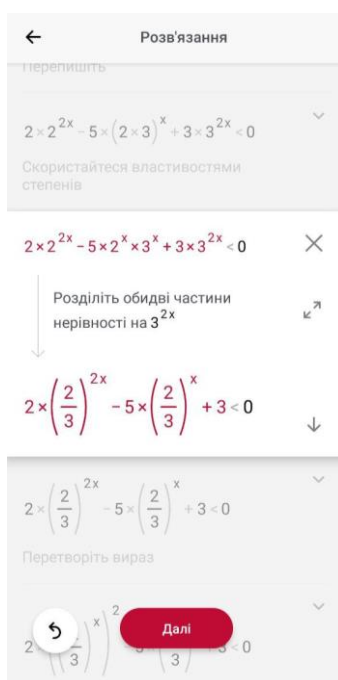


Рис. 3.19. Перетворення нерівності

Після введення заміни та розв'язання одержаної квадратичної нерівності додаток пропонує скласти систему нерівностей:

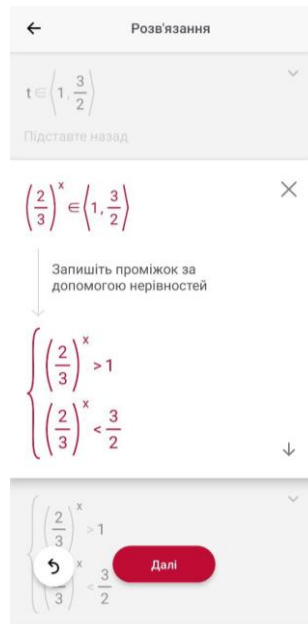


Рис. 3.20. Формування системи нерівностей

Після зведення до однієї основи у наступних нерівностях знак змінюється на протилежний, оскільки основа менша за один. Тому далі система матиме вигляд:



Рис. 3.21. Формування нової системи нерівностей

Далі додаток розв'язує систему та знаходить проміжок, якому належить змінна.

Також додаток Photomath дозволяє одразу дослідити і порівняти розв'язок показниково-логарифмічної нерівності. Покрокове вирішення у програмі матиме такий вигляд:

←

Розв'язання

$64^{\log_8(x-1)} \geq 4$

Визначте область допустимих значень

$64^{\log_8(x-1)} \geq 4, x > 1$

Запишіть у вигляді степеня

$4^{3\log_8(x-1)} \geq 4^1$

Порівняйте степені

$3\log_8(x-1) \geq 1$

Розділіть обидві частини

$\log_8(x-1) \geq \frac{1}{3}$

Перепишіть нерівність

$x-1 \geq 8^{\frac{1}{3}}$

Пояснити кроки →

Рис. 3.22. Загальний вигляд розв'язання показниково-логарифмічної нерівності
(І частина)

← Розв'язання

$\log_8(x-1) \geq \frac{1}{3}$

Перепишіть нерівність

$x-1 \geq 8^{\frac{1}{3}}$

Запишіть у вигляді степеня

$x-1 \geq (2^3)^{\frac{1}{3}}$

Спростіть вираз

$x-1 \geq 2$

Перенесіть константу у праву частину

$x \geq 2+1$

Обчисліть

$x \geq 3, x > 1$

Знайдіть проміжок

Пояснити кроки →

Рис. 3.23. Загальний вигляд розв'язання показниково-логарифмічної нерівності
(ІІ частина)

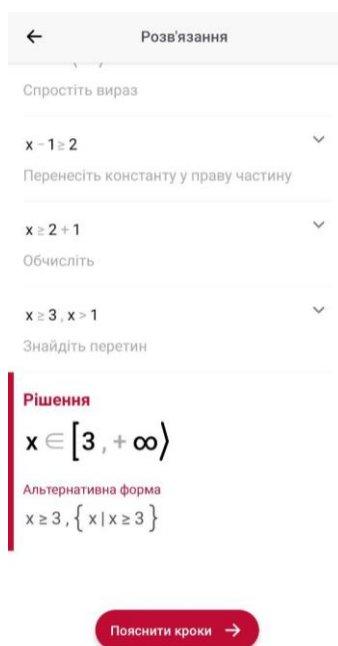


Рис. 3.24. Загальний вигляд розв'язання показниково-логарифмічної нерівності
(III частина)

Проаналізувавши розв'язки показникової та показниково-логарифмічної нерівностей у додатку, способи вирішення значною мірою збігаються та результати цілком однакові, що дає змогу впевнитися у підсумках власних досліджень.

Однак, все ж математичні додатки не здатні повністю замінити вчителя, оскільки людський фактор, взаємодія з учнем та розвиток комплексних навичок залишаються ключовими елементами ефективного навчання. Найбільш оптимальним підходом є поєднання сучасних технологій із професійною підтримкою кваліфікованого вчителя, що створить сприятливі умови для успішного оволодіння математикою. Для підтвердження вищезазначеного у роботі краще використовувати заздалегідь підготовлені конспекти уроків, наприклад, щодо розв'язування логарифмічних (див. Додаток Б) та показникових (див. Додаток В) нерівностей, що дозволяє поєднати традиційний підхід розв'язання нерівностей з використанням інформаційних технологій. А також варто мати збірник з нерівностями, щоб використовувати як для самостійного розв'язування та дослідження, так і для роботи з учнями (див. Додаток Г).

Висновки. Мобільний додаток Photomath – це зручний інструмент для швидкого розв'язання математичних задач, що приваблює своєю простотою та інтуїтивним інтерфейсом. Він доступний кожному, хто потребує додаткової допомоги з виконанням математичних задач, та допомагає освоїти різні способи розв'язування завдання, що продемонстровано на прикладі вирішення нерівностей старшої школи. Тому, якщо потрібен інструмент для розв'язання базових математичних проблем і отримання швидких відповідей, Photomath стане корисним доповненням до навчального процесу.

ВИСНОВОК

Здійснивши детальний аналіз впливу інформаційних технологій на навчальний процес та розібравши на конкретних прикладах їх дію, можна зрозуміти, що сучасні технології дають користувачам можливість розширювати межі своїх думок та міркувань щодо тієї чи іншої задачі. Найголовніше з користю використовувати можливості, а не як легке джерело вирішення завдання, яке постало.

Щоб максимально розкрити тему, проводилися дослідження розв'язання логарифмічних, показникових та показниково-логарифмічних нерівностей з використанням математичних законів мануально та за допомогою додатка Photomath.

Спершу було розглянуто теоретичні основи та методичні особливості вивчення нерівностей у старшій школі. Щоб зрозуміти, яку роль в шкільній програмі посідають вищезазначені нерівності та як їх розв'язувати, було проаналізовано, яке місце займають обрані класи нерівностей в загальній ієрархії вивчення цієї теми, як застосовуються в повсякденному житті та які алгоритми є прийнятними для їх вирішення.

Також було досліджено використання інформаційних технологій в освітньому процесі, щоб проаналізувати їхню важливість та взаємозв'язок з іншою галуззю. Детальніше було розглянуто вплив технологій саме в процесі вивчення математики та можливості програмних засобів для розв'язування різного рівня математичних задач.

На основі вищезазначеного було вивчено особливості мобільного додатка Photomath та розв'язано обрані нерівності спочатку вручну, потім за допомогою зазначеної програми. Було відтворено різні алгоритми розв'язання, що дало можливість порівняти та проаналізувати обидва способи. Також на суміжну тему були відправлені тези до опублікування в збірнику від «ІТМ*плюс-2024 Форум молодих дослідників».

Перевагою використання додатка при вирішенні нерівності є те, що він дозволяє перевірити здогадки щодо розв'язання, якщо виникають сумніви, а також дає можливість для вивчення інших методів, які можна застосовувати в майбутньому при розв'язуванні подібного типу нерівності.

Проаналізувавши інші роботи щодо пов'язаності математики з програмами для вирішення різного виду завдань, а нерівностей зокрема, можна зазначити, що розв'язування нерівностей за допомогою додатка Photomath не досліджувалося детально та не бралось до уваги, як повноцінний напрямок вивчення теми для учнів старшої школи загалом. Дослідження дає змогу зосередитися на вищезазначеному засобі та методах, які він пропонує, для засвоєння матеріалу у процесі вивчення тих чи інших тем з математики.

Застосування програмних засобів сприяють набуттю учнями так званої технологічної компетентності, дозволяють відкрити нові алгоритми та методи розв'язування для подальшого використання. Також сприяють ефективнішому застосуванню вивчених алгоритмів та методів до розв'язування різних видів завдань, забезпечують можливість перевірки правильності отриманих розв'язків і відповідей, що у підсумку позитивно впливає на розвиток логічного мислення та розширення компетенцій, що пов'язані із дослідницькими вміннями.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Математичні навчальні додатки для смартфонів. URL: <https://buki.com.ua/blogs/matematicni-navcalni-dodatki-dlya-smartfoniv/>, дата звернення: 2024/07/29.
2. Мащенко Д. О. Мобільні додатки для підвищення інтересу до вивчення математики. *Застосування мобільних технологій у навчанні*. Ірпінь, 2020. с.98-100.
3. Станжицький О. М., Собчук В. В., Кушніренко С. В., Цань В. Б. Методичні вказівки та завдання для самостійної роботи з дисципліни «Методика навчання математики» Частина II «Нерівності в шкільному курсі математики» для студентів спеціальності 014.04 «Середня освіта (Математика)» механіко-математичного факультету: метод. посіб. Київ, 2022. 123с.
4. Сулик Н. Я. Розв'язування нерівностей: показникових, логарифмічних, тригонометричних: навч.-метод. посіб. Львів, 2011. 65с.
5. Як розв'язати нерівність. URL: <https://buki.com.ua/blogs/yak-rozvyazati-perivnist/>, дата звернення: 2024/09/29.
6. Гуревич Р. С., Кадемія М. Ю., Шевченко Л. С. Інформаційні технології навчання: інноваційний підхід: навч. посіб. / за ред. Гуревича Р. С. Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2012. 348с.
7. Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) та їх роль в освітньому процесі. URL: <https://osvita.ua/school/method/technol/6804/>, дата звернення: 2024/08/05.
8. Гейко О. П. Використання інноваційно-комунікаційних технологій в освіті. URL: <https://naurok.com.ua/stattya-vikoristannya-innovaciyno-komunikaciynih-tehnologiy-v-osviti-88619.html>, дата звернення: 2024/08/05.
9. Сяська Н. А., Кіндрат П. В., Кіндрат В. К. Формування інформаційних компетентностей учнів під час розв'язування рівнянь з параметрами.

International scientific discussion: problems, tasks and prospects. Рівне: Рівненський державний гуманітарний університет, 2021. с.198-205.

10. Використання та впровадження ІКТ на уроках математики. URL: <https://inna-semeniuk.com/dlya-vchiteliv/na-dopomogu-vchitelyu-matematiki/vikoristannya-ikt-na-urokakh-matematiki/>, дата звернення: 2024/08/09.
11. Півторак А. А. Використання ІКТ при вивченні математики. Педагогічний дизайн.: навч.-метод. посіб. Вінниця, 2015. 74с.
12. Photomath Review. URL: <https://www.scijournal.org/articles/photomath-review>, дата звернення: 2024/09/06.
13. PhotoMath – помічник чи зрадник. URL: <https://buki.com.ua/blogs/photomath-pomichnyk-chy-zradnyk/>, дата звернення: 2024/09/06.
14. Бесхлібна О. С. Методика вивчення нерівностей та їх систем в курсі математики середньої школи: кваліфік. роб.: спец. «Середня освіта (Математика)». Кривий Ріг, 2018. 120с.
15. 5 інтерактивних додатків для уроку математики. URL: <https://prometheanworld.com.ua/5-interaktyvnyh-dodatkov-dlya-uroku-matematyky/>, дата звернення: 2024/08/30.

ДОДАТОК А

Практикум з розв'язування нерівностей

$$1. \log_{\frac{1}{2}}(x + 3) \geq -1$$

ОДЗ:

$$x + 3 > 0$$

$$x > -3$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x + 3) \geq \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$x + 3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$x + 3 \leq 2$$

$$x \leq 2 - 3$$

$$x \leq -1$$



$$x \in (-3; -1]$$

$$2. \log_8(3x - 10) < \frac{1}{3}$$

ОДЗ:

$$3x - 10 > 0$$

$$3x > 10$$

$$x > \frac{10}{3}$$

$$x > 3\frac{1}{3}$$

$$\log_8(3x - 10) < \log_8 8^{\frac{1}{3}}$$

$$3x - 10 < 8^{\frac{1}{3}}$$

$$3x - 10 < \sqrt[3]{8}$$

$$3x - 10 < 2$$

$$3x < 2 + 10$$

$$3x < 12$$

$$x < \frac{12}{3}$$

$$x < 4$$



$$x \in \left(3\frac{1}{3}; 4\right)$$

$$3. \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 \leq 0$$

ОДЗ:

$$x > 0$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^2 - 3t + 2 \leq 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$t_1 = \frac{3 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$t_2 = \frac{3 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$



$$1 \leq \log_3 x \leq 2$$

$$\log_3 3^1 \leq \log_3 x \leq \log_3 3^2$$

$$3^1 \leq x \leq 3^2$$

$$3 \leq x \leq 9$$

$$x \in [3; 9]$$

$$4. \lg(x - 2) + \lg(27 - x) < 2$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ 27 - x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x < 27 \end{cases}$$



$$x \in (2; 27)$$

$$\lg((x - 2)(27 - x)) < 2$$

$$\lg((x - 2)(27 - x)) < \lg 10^2$$

$$(x - 2)(27 - x) < 10^2$$

$$27x - x^2 - 54 + 2x < 100$$

$$27x - x^2 - 54 + 2x - 100 < 0$$

$$-x^2 + 29x - 154 < 0$$

$$x^2 - 29x + 154 > 0$$

$$x^2 - 29x + 154 = 0$$

$$D = (-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 154 = 841 - 616 = 225$$

$$x_1 = \frac{29 - \sqrt{225}}{2 \cdot 1} = \frac{29 - 15}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{29 + \sqrt{225}}{2 \cdot 1} = \frac{29 + 15}{2} = \frac{44}{2} = 22$$



$$x \in (2; 7) \cup (22; 27)$$

$$5. \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - x - 20} > 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - x - 20} > \left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$x^2 - x - 20 < 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{1 - 9}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{1 + 9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$



$$x \in (-4; 5)$$

$$6. \quad 2^{x+1} + 2^x < 24$$

$$2^x \cdot 2 + 2^x < 24$$

$$2^x(2 + 1) < 24$$

$$2^x \cdot 3 < 24$$

$$2^x < \frac{24}{3}$$

$$2^x < 8$$

$$2^x < 2^3$$

$$x < 3$$



$$x \in (-\infty; 3)$$

$$7. \quad 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$$

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$$

$$2^x = t$$

$$t^2 - 6t + 8 < 0$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$$

$$t_1 = \frac{6 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$t_2 = \frac{6 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{6 + 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$



$$2 < 2^x < 4$$

$$2^1 < 2^x < 2^2$$

$$1 < x < 2$$

$$x \in (1; 2)$$

$$8. \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$$

$$x + 2 \geq -2$$

$$x \geq -2 - 2$$

$$x \geq -4$$



$$x \in [-4; +\infty)$$

$$9. \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}(2-x)} < 2$$

ОДЗ:

$$2 - x > 0$$

$$x < 2$$

$$2 - x < 2$$

$$-x < 2 - 2$$

$$-x < 0$$

$$x > 0$$



$$x \in (0; 2)$$

$$10. x^{\log_3 x} < 3^{4+3 \log_3 x}$$

ОДЗ:

$$x > 0$$

$$3^{\log_3 x^{\log_3 x}} < 3^{4+3 \log_3 x}$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} < 4 + 3 \log_3 x$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 x < 4 + 3 \log_3 x$$

$$\log_3^2 x < 4 + 3 \log_3 x$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^2 - 3t - 4 < 0$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$t_1 = \frac{3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$t_2 = \frac{3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$



$$-1 < \log_3 x < 4$$

$$\log_3 3^{-1} < \log_3 x < \log_3 3^4$$

$$3^{-1} < x < 3^4$$

$$\frac{1}{3} < x < 81$$

$$x \in \left(\frac{1}{3}; 81\right)$$

ДОДАТОК Б

Конспект уроку

Тема. Використання інформаційних технологій для розв'язування логарифмічних нерівностей.

Мета. Освітня: ознайомити з методами використання інформаційних технологій для розв'язування логарифмічних нерівностей. Розвивальна: розвинути навички роботи з онлайн-інструментами для математичних обчислень. Виховна: залучити до активної практичної діяльності під час вивчення математики.

Тип заняття: засвоєння нових знань.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Повідомлення теми та мети уроку.

II. Перевірка домашнього завдання

Наявність письмового домашнього завдання в зошитах.

III. Мотивація навчальної діяльності студентів

Розробка єдиного інформаційного освітнього середовища дозволяє кожному зануритися в це середовище та забезпечує розширену інтерактивну взаємодію, що максимально наближена до реальної ситуації.

Застосування пакетів прикладних програм дозволяє поєднувати прийоми наукового пізнання із дослідницькими навичками, надавши процесу навчання самостійного, творчого характеру і більшої ефективності.

IV. Пояснення нового матеріалу

В процесі розв'язування задач за допомогою комп'ютера необхідно створити абстрактну модель задачі і лише потім її реалізувати за допомогою програм. Використання пакетів прикладних програм дозволить зосередити більшу увагу саме на наступних етапах:

— дослідження зв'язків між суб'єктами моделі, побудова ланцюжка логічних міркувань від умови до отримання логічного висновку;

– подальший аналіз моделі і дослідження умов її існування.

Для початку пропонується розв'язати наступну логарифмічну нерівність $\log_8(3x - 10) < \frac{1}{3}$ вручну, використовуючи математичні властивості.

Щоб обчислити нерівність, варто спочатку знайти область допустимих значень:

ОДЗ:

$$3x - 10 > 0$$

$$3x > 10$$

$$x > \frac{10}{3}$$

$$x > 3\frac{1}{3}$$

Наступним кроком є логарифмування правої частини нерівності:

$$\log_8(3x - 10) < \log_8 8^{\frac{1}{3}}$$

Оскільки основа логарифмів нерівності є більшою за один, то знак нерівності не змінюється. Тому наступна нерівність матиме вигляд:

$$3x - 10 < 8^{\frac{1}{3}}$$

Далі варто розв'язати нерівність і знайти проміжок, якому належатиме невідома:

$$3x - 10 < \sqrt[3]{8}$$

$$3x - 10 < 2$$

$$3x < 2 + 10$$

$$3x < 12$$

$$x < \frac{12}{3}$$

$$x < 4$$

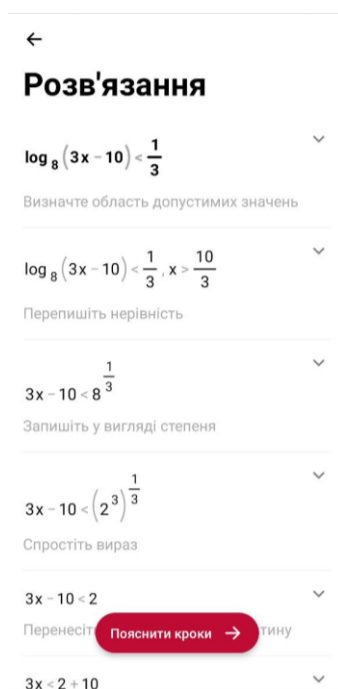
Кінцевим кроком є знаходження проміжку, зважаючи на ОДЗ:



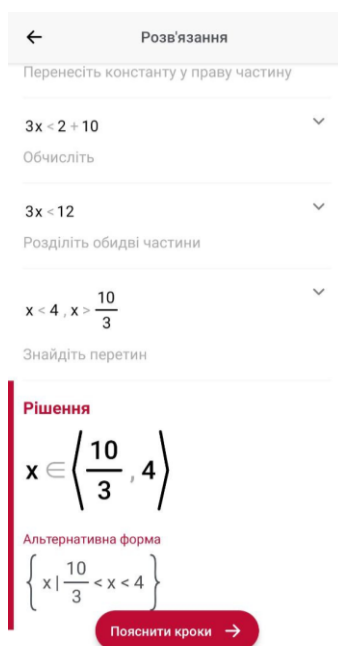
$$x \in \left(3\frac{1}{3}; 4\right)$$

Отже, розв'язком нерівності $\log_8(3x - 10) < \frac{1}{3}$ є проміжок $\left(3\frac{1}{3}; 4\right)$.

Для розв'язання логарифмічної нерівності $\log_8(3x - 10) < \frac{1}{3}$ за допомогою автоматизованої програми використовуємо мобільний додаток Photomath та дослідимо модель розв'язку нерівності.



Загальний вигляд розв'язання логарифмічної нерівності (І частина)



Загальний вигляд розв'язання логарифмічної нерівності (II частина)

Проаналізувавши обидва способи вирішення, можна помітити, що результати щодо вищезазначеної нерівності загалом збігаються, що дає змогу впевнитися у підсумках власних досліджень.

V. Закріплення вивченого матеріалу

Розв'язати нерівності за допомогою мобільного додатка Photomath та без нього, проаналізувати результати:

$$1. \log_{\frac{1}{2}}(x + 3) \geq -1$$

$$2. \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 \leq 0$$

VI. Рефлексія

1. Що нового дізнались на уроці?
2. Чи корисна ця тема для Вас?
3. Охарактеризуйте урок трьома словами.

VII. Домашнє завдання

Індивідуальне завдання

$$1. \log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$$

$$2. \log_{\frac{1}{3}}(x + 2) + \log_{\frac{1}{3}} x < -1$$

$$3. \log_{\frac{1}{4}}^2 x + 2 \log_{\frac{1}{4}} x - 8 \leq 0$$

Розв'яжіть нерівність за допомогою мобільного додатка Photomath та без нього, проаналізуйте результати.

ДОДАТОК В

Конспект уроку

Тема. Використання інформаційних технологій для розв'язування показникових нерівностей.

Мета. Освітня: ознайомити з методами використання інформаційних технологій для розв'язування показникових нерівностей. Розвивальна: розвинути навички роботи з онлайн-інструментами для математичних обчислень. Виховна: залучити до активної практичної діяльності під час вивчення математики.

Тип заняття: засвоєння нових знань.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Повідомлення теми та мети уроку.

II. Перевірка домашнього завдання

Наявність письмового домашнього завдання в зошитах.

III. Мотивація навчальної діяльності студентів

Застосування інформаційних технологій під час дистанційного навчання є потужним інструментом для наочності, мотивації та засобу підвищення інтересу до вивчення математики.

Основними завданнями впровадження в освітній процес сучасних інформаційних технологій є:

- активізація пізнавальної і дослідницької діяльності учнів;
- оволодіння інформаційними і предметними компетентностями;
- формування навичок саморозвитку і самооцінки;
- застосування навичок математичного моделювання;
- візуалізація процесу навчання.

Застосування пакетів прикладних програм дозволяє поєднувати прийоми наукового пізнання із дослідницькими навичками, надавши процесу навчання самостійного, творчого характеру і більшої ефективності.

IV. Пояснення нового матеріалу

В процесі розв'язування задач за допомогою комп'ютера необхідно створити абстрактну модель задачі і лише потім її реалізувати за допомогою програм. Використання пакетів прикладних програм дозволить зосередити більшу увагу саме на наступних етапах:

- дослідження зв'язків між суб'єктами моделі, побудова ланцюжка логічних міркувань від умови до отримання логічного висновку;
- подальший аналіз моделі і дослідження умов її існування.

Наприклад, для початку пропонується розв'язати показникову нерівність $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0$ вручну за допомогою математичних законів.

Щоб обчислити нерівність, варто спочатку скористатися властивостями степенів. Тоді нерівність матиме такий вигляд:

$$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x \cdot 3^x + 3 \cdot 3^{2x} < 0$$

Наступним кроком є перетворення нерівності для подальшого введення заміни, а саме необхідно нерівність поділити або на 2^{2x} , або на 3^{2x} :

$$\frac{2 \cdot 2^{2x}}{2^{2x}} - \frac{5 \cdot 2^x \cdot 3^x}{2^{2x}} + \frac{3 \cdot 3^{2x}}{2^{2x}} < 0$$

Після скорочення нерівність матиме такий вигляд:

$$2 - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} < 0$$

Далі вводиться заміна та розв'язується одержана квадратична нерівність методом інтервалів:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$$

$$2 - 5t + 3t^2 < 0$$

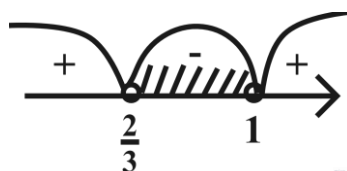
$$3t^2 - 5t + 2 < 0$$

$$3t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$$

$$t_1 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$t_2 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$



$$t \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$$

Далі повертаємося до заміни і складаємо подвійну нерівність:

$$\frac{2}{3} < \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1$$

Щоб розв'язати нерівність треба звести до однієї основи:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{3}{2}\right)^0$$

Оскільки основа подвійної нерівності є більшою за один, то знаки нерівності не змінюються. Тому наступна нерівність матиме вигляд:

$$-1 < x < 0$$

Отже, розв'язком нерівності $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0$ є проміжок $(-1; 0)$.

Для розв'язання показникової нерівності $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0$ за допомогою автоматизованої програми використовуємо мобільний додаток Photomath та дослідимо модель розв'язку нерівності.

←

Розв'язання

$$2 \times 4^x - 5 \times 6^x + 3 \times 9^x < 0$$

Перепишіть

$$2 \times 2^{2x} - 5 \times (2 \times 3)^x + 3 \times 3^{2x} < 0$$

Скористайтесь властивостями степенів

$$2 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x \times 3^x + 3 \times 3^{2x} < 0$$

Розділіть обидві частини

$$2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 < 0$$

Перетворіть вираз

$$2 \times \left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)^2 - 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 < 0$$

Пояснити кроки →

Виконайте заміну

Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (І частина)

← Розв'язання

$$2 \times \left(\left(\frac{2}{3} \right)^x \right)^2 - 5 \times \left(\frac{2}{3} \right)^x + 3 < 0$$

Виконайте заміну

$$2t^2 - 5t + 3 < 0$$

Розв'яжіть нерівність

$$t \in \left(1, \frac{3}{2} \right)$$

Підставте назад

$$\left(\frac{2}{3} \right)^x \in \left(1, \frac{3}{2} \right)$$

Перепишіть інтервал

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3} \right)^x > 1 \\ \left(\frac{2}{3} \right)^x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

Пояснити кроки →

Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (II частина)

← Розв'язання

Перепишіть інтервал

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3} \right)^x > 1 \\ \left(\frac{2}{3} \right)^x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

Розв'яжіть нерівності

$$\begin{cases} x < 0 \\ x > -1 \end{cases}$$

Знайдіть перетин

Рішення

$$x \in \langle -1, 0 \rangle$$

Альтернативна форма

$$\{ x \mid -1 < x < 0 \}$$

Пояснити кроки →

Загальний вигляд розв'язання показникової нерівності (III частина)

Порівнюючи та аналізуючи обидва способи, можна оволодіти двома методами розв'язування однієї і тієї самої нерівності, тим самим розширити своє бачення щодо розв'язування нерівностей в цілому. Як можна помітити, способи вирішення та результати щодо вищезазначеної нерівності загалом збігаються, що дає змогу впевнитися у підсумках власних досліджень.

V. Закріплення вивченого матеріалу

Розв'язати нерівності за допомогою мобільного додатка Photomath та без нього, проаналізувати результати:

1. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2$

VI. Рефлексія

1. Що нового дізнались на уроці?
2. Чи корисна ця тема для Вас?
3. Охарактеризуйте урок трьома словами.

VII. Домашнє завдання

Індивідуальне завдання

1. $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56$

2. $3^{2x^2-6} > \frac{1}{81}$

3. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \geq 26$

Розв'яжіть нерівність за допомогою мобільного додатка Photomath та без нього, проаналізуйте результати.

ДОДАТОК Г

Збірник завдань

1. $\log_2(2x - 3) < \log_2(x + 1)$
2. $\log_{0,6}(3 - 2x) > \log_{0,6}(5x - 2)$
3. $\log_{0,4}(x^2 - 3) < \log_{0,4}(x + 3)$
4. $\log_2 2x > \log_2(x + 1)$
5. $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$
6. $\log_{0,5}(x^2 + x) > -1$
7. $\log_{0,3}(x^2 + x - 12) \geq \log_{0,3}(6x - 6)$
8. $\log_9(x^2 - 6x + 8) \leq 0,5$
9. $\lg x + \lg(x - 3) > 1$
10. $\log_{\frac{1}{3}}(x + 2) + \log_{\frac{1}{3}} x < -1$
11. $\log_3(x - 2) + \log_3(x - 10) \geq 2$
12. $\log_{0,1}(x - 5) + \log_{0,1}(x - 2) \geq -1$
13. $\log_{\frac{1}{3}}^2 x \geq 4$
14. $\log_2^2 x \geq 9$
15. $2\log_4^2 x - \log_4 x - 1 < 0$
16. $\lg^2 x + 3 \lg x - 4 < 0$
17. $\log_{\frac{1}{4}}^2 x + 2 \log_{\frac{1}{4}} x - 8 \leq 0$
18. $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 \geq 0$
19. $2\log_{\frac{1}{9}}^2 x - 5 \log_{\frac{1}{9}} x + 2 \geq 0$
20. $\log_{1,5} \log_3 \frac{3x-5}{x+1} \leq 0$
21. $\log_x(6 - x) \geq 2$
22. $\log_{x-3}(x^2 - 4x)^2 \leq 4$
23. $3^{2x^2-6} > \frac{1}{81}$
24. $2^{x^2-6x-2,5} > 16\sqrt{2}$

$$25. 49^{x+1} < 7^{-x}$$

$$26. \left(\frac{3}{7}\right)^{x^2-x} < \frac{9}{49}$$

$$27. 0, 6^{\frac{x+5}{x^2-9}} < 1$$

$$28. 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5x^2} \leq \left(\frac{1}{8}\right)^{-3x}$$

$$29. \left(\frac{4}{5}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} < \frac{2}{3}$$

$$30. 7^{x+2} - 14 \cdot 7^x > 5$$

$$31. 9 \cdot 3^{x-1} + 3^x < 36$$

$$32. 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56$$

$$33. \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \geq 26$$

$$34. 2 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^{x+3} \leq 650$$

$$35. 5^x + 3 \cdot 5^{x-2} > 140$$

$$36. \left(\frac{3}{4}\right)^x - \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \frac{3}{16}$$

$$37. 3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 > 0$$

$$38. 4^x + 2^{x+3} - 20 < 0$$

$$39. 6^{2x-1} - \frac{1}{3} \cdot 6^x - 4 \leq 0$$

$$40. 0, 25^x - 12 \cdot 0, 5^x + 32 \geq 0$$

$$41. 25^x + 5^x - 30 \geq 0$$

$$42. 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 < 0$$

$$43. 3^{-2x} - 7 \cdot 3^{-x} - 18 > 0$$

$$44. 7^x - 6 \cdot 2^{x+2} \leq 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$$

$$45. 2^{x+1} < \log_3(x+4)$$

$$46. \log_2(x+3) \geq 3^{x-2}$$

$$47. 5^{\log_3(x+2)} \leq 25$$

$$48. 6^{\log_4(x+1)} < 216$$

$$49. 10^{\log_{0,5}(x+3)} > 1000$$

$$50. 7^{x-5} > 3^{x^2+x-30}$$