

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему “Формування критичного мислення здобувачів освіти при
розв’язуванні рівнянь і нерівностей та аналізі їх коренів”

Виконала:

магістрант(ка) групи СОМ(М)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Дрінь Наталія Ярославівна

(прізвище та ініціали студента)

Керівник: Кульчицька Н.В.

(прізвище та ініціали)

Рецензент: д.т.н., професор Мойсишин В.М.

(прізвище та ініціали)

Івано-Франківськ – 2024 р.

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет _____ математики та інформатики
Кафедра _____ математики та інформатики і методики навчання
Освітній рівень _____ другий (магістерський)
Спеціальність _____ 014.04 Середня освіта (Математика)

Затверджено на засіданні кафедри математики
та інформатики і методики навчання,
протокол № 12 від 18 жовтня 2023 р.
Завідувач кафедри _____ Кульчицька Н. В.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Дрінь Наталія Ярославівна

(прізвище, ім'я, по батькові)

- Тема роботи Формування критичного мислення здобувачів освіти при розв'язуванні рівнянь і нерівностей та аналізі їх коренів
- Керівник роботи Кульчицька Наталія Володимирівна, канд. пед. наук, доцент
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)
- Перелік питань, які потрібно розробити: аналіз інформаційних джерел, поняття критичного мислення, аналіз критичного мислення у процесі шкільної освіти, формулювання умов завдань та відповідей при розв'язуванні рівнянь і нерівностей
- Дата видачі завдання 20 жовтня 2023 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	<i>Вибір напрямку та теми дослідження</i>	вересень-жовтень 2023 р.	
2	<i>Аналіз інформаційних джерел за поставленою проблемою</i>	листопад-грудень 2023 р.	
3	<i>Психологія творчого математичного мислення. Написання розділу I</i>	січень-березень 2024 р.	
4	<i>Аналіз критичного мислення у процесі шкільної освіти</i>	лютий-квітень 2024 р.	
5	<i>Написання розділу II</i>	травень-червень 2024 р.	
6	<i>Формулювання умов завдань та відповідей при розв'язуванні рівнянь і нерівностей</i>	липень-вересень 2024 р.	
7	<i>Написання розділу III</i>	вересень-жовтень 2024 р.	
8	<i>Оформлення роботи та підготовка до захисту</i>	листопад-грудень 2024 р.	

Студент _____
(підпис)

Дрінь Н.Я.
(прізвище та ініціали)

Керівник роботи _____
(підпис)

Кульчицька Н.В.
(прізвище та ініціали)

ANNOTATION

of the master thesis

"Formation of critical thinking of students when solving equations and inequalities and analyzing their roots

This master's thesis investigates effective methods for developing critical thinking in school students and university students during the process of solving equations and inequalities. Specifically, the study analyzed the processes of understanding, predicting, and verifying mathematical hypotheses. The research revealed that the proposed pedagogical approaches contribute to the development of creative mathematical thinking.

The goal of the thesis is to conduct a theoretical analysis and experimental study of critical mathematical thinking, to justify and develop methods for its activation.

The subject of the study is the process-dynamic features and individual differences of critical mathematical thinking.

The work is presented on 59 pages, contains 3 sections, and 14 sources in the bibliography.

During the study, a system of psychological influence was tested, aimed at leveling out the subjective rejection of certain types of problems and forming a positive attitude towards them. The individual characteristics of creative mathematical thinking, expressed in different mathematical styles, identified in the study, as well as the differential analysis of the experimental influence on them, expand the possibility of improving the individual approach in the process of teaching mathematics. The results of the study can be used by teachers of secondary and higher educational institutions in the process of teaching mathematics to deepen their understanding of the psychological foundations of studying mathematics.

Keywords: Critical thinking, mathematical competence, equations and inequalities, teaching methods, creative mathematical thinking."

АНОТАЦІЯ

до магістерської роботи

"Формування критичного мислення здобувачів освіти при розв'язуванні рівнянь і нерівностей та аналізі їх коренів"

У магістерській роботі досліджувалися ефективні методи формування критичного мислення школярів та студентів під час розв'язування рівнянь та нерівностей. Зокрема, аналізувалися процеси розуміння, прогнозування та перевірки математичних гіпотез. Дослідження виявило, що запропоновані методичні прийоми сприяють розвитку творчого математичного мислення та мають позитивний вплив на успішність навчання.

Мета дипломної роботи полягає у теоретичному аналізі та експериментальному вивченні критичного математичного мислення, в обґрунтуванні та розробці методів його активізації.

Предметом дослідження є процесуально-динамічні особливості та індивідуальні відмінності критичного математичного мислення.

Робота представлена на 59 сторінках, містить 3 розділи, 14 джерел у списку літератури.

В ході дослідження апробована система психологічного впливу, спрямованого на нівелювання суб'єктивного неприйняття деяких класів задач та формування позитивного ставлення до них. Виявлені в дослідженні індивідуальні особливості творчого математичного мислення, що виражені різними математичними стилями, розширюють можливість вдосконалення індивідуального підходу у процесі навчання математики. Результати дослідження можуть бути використані викладачами середніх та вищих навчальних закладів в процесі викладання математики для поглиблення розуміння ними психологічних засад вивчення математики.

Ключові слова: Критичне мислення, математична компетентність, рівняння та нерівності, методи навчання, творче математичне мислення.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГІЯ ТВОРЧОГО МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ.....	7
1.1 Творчість як предмет психологічних досліджень.....	7
1.2 Проблема творчого математичного мислення.....	10
1.3 Математична діяльність як джерело наукових досліджень.....	10
1.4 Формування гіпотези розв’язку творчої математичної задачі.....	14
1.5 Особливості формування гіпотези розв’язку в математиці.....	15
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ У ПРОЦЕСІ ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ.....	17
2.1 Погляди сучасних педагогів на роль і місце критичного мислення у процесі шкільної освіти.....	17
2.2 Цілі та завдання розвитку критичного мислення у сучасних школярів	18
2.3 Методи навчання математики в структурі уроків критичного мислення як шлях до формування компетентності учнів.....	20
2.4 Методи навчання математики	22
2.5 Місце методів навчання математики в структурі уроку критичного мислення	31
РОЗДІЛ 3. ФОРМУЛЮВАННЯ УМОВ ЗАВДАНЬ ТА ВІДПОВІДЕЙ ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ.....	34
3.1 Розв’язування рівнянь та аналіз їх коренів у загальноосвітній школі із застосуванням прийомів критичного мислення.....	34
3.2 Застосування критичного мислення студентами на навчальних заняттях з математики.....	39
3.3 Стилї математичного мислення.....	42
3.4 Розв’язання задач на дослідження при диференціально-інтегральному стилї математичного мислення.....	46
3.5 Апробація результатів роботи.....	51

	3
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	52
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	54
ДОДАТОК А.....	56
ДОДАТОК Б.....	57
ДОДАТОК В.....	58
ДОДАТОК Г.....	59

ВСТУП

У сучасній шкільній освіті існує значна кількість методик навчання та різних типів уроків, мета яких — забезпечення якісного засвоєння знань учнями.

Інноваційний підхід до навчання, впровадження нових технологій і методів є ключовими напрямками розвитку освіти. Учень і вчитель розглядаються як рівноправні суб'єкти навчального процесу. Інтерактивне навчання передбачає створення життєвих ситуацій, рольові ігри, спільне вирішення проблем на основі аналізу обставин, що робить уроки більш цікавими та насиченими. Інтерактивні уроки потребують професіоналізму вчителя, адже їх структура суттєво відрізняється від традиційної.

На початку XXI століття пошук нових освітніх підходів став глобальною тенденцією. В умовах суспільних змін в Україні зростає значення формування у молоді життєвих компетенцій, гнучкості, конкурентоспроможності та здатності до адаптації. Це визначає необхідність створення сучасної філософії освіти, яка сприятиме розвитку потенціалу особистості, і формування педагогіки компетентної людини. Якість освіти оцінюється тим, наскільки випускники підготовлені до реального життя.

Сучасний стан розвитку суспільства вимагає, з одного боку, актуалізації змісту освіти, а з іншого — створення умов для впровадження стратегічних напрямків, відображених у Державній програмі "Освіта (Україна XXI століття)". Центральним завданням є активізація людського фактора, розкриття творчого потенціалу особистості, що є передумовою для вирішення нових проблем у науці, виробництві та суспільстві.

Творчий підхід стає ключовим у діяльності студентів, зокрема під час опанування нового матеріалу та виконання самостійних завдань. Проте практика свідчить, що творчий процес нерідко залишається поза увагою викладачів через недостатнє розуміння механізмів його функціонування, що негативно впливає на розвиток творчого потенціалу студентів.

Мета роботи полягає у теоретичному аналізі та експериментальному вивченні критичного математичного мислення, а також у розробці методів його активізації.

Завдання дослідження:

- дослідити процес розв’язання творчих математичних задач студентами та визначити психологічні особливості функціонування компонентів математичного мислення;
- розкрити сутність психологічних механізмів перевірки математичних результатів у процесі розв’язування задач;
- визначити стиль критичного математичного мислення та проаналізувати його вплив на ефективність розв’язання задач.

Об’єкт дослідження: процес функціонування критичного математичного мислення при розв’язанні математичних задач.

Предмет дослідження: динамічні й індивідуальні особливості критичного мислення учнів та студентів у процесі розв’язання різних типів математичних задач.

Практичне значення дослідження. Розроблено психологічно обґрунтовані методи активізації творчого математичного мислення, які спрямовані на подолання суб’єктивних труднощів та формування позитивного ставлення до різних типів задач. Отримані результати дозволяють викладачам застосовувати індивідуальний підхід у навчанні математики, враховуючи стильові особливості мислення студентів. Висновки дослідження можуть бути корисними викладачам шкіл і університетів, а також спеціалістам у галузі психології мислення та творчості.

Апробація результатів роботи. Дрінь Н.Я., Антонюк Н.В. Критичне мислення при розв’язуванні рівняння лінійної фільтрації за законом Дарсі при дослідженні малих витоків з газопроводів: Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення (випуск 93): матеріали Міжнародної наукової інтернет-конференції, м. Тернопіль, Україна, м. Ополь, Польща, 12-13 листопада 2024 р. С. 96-98. ISSN 2522-932X.

<http://www.konferenciaonline.org.ua/us/article/id-1950/>

Структура роботи. Робота складається зі вступу, трьох розділів та підпунктів, загального висновку, списку використаної літератури.

РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГІЯ ТВОРЧОГО МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

1.1 Творчість як предмет психологічних досліджень

Життєвий шлях людини рясніє безліччю викликів, перешкод, завдань та вимог. У процесі вирішення цих завдань виявляється творчий потенціал особистості. Творчість є багатогранною та охоплює численні сфери: наукову, технічну, літературну, музичну, образотворчу, ігрову, освітню, побутову, військову, управлінську, ситуативну, комунікативну та ін. Очевидно, що таке розмежування є умовним. Кожна особа змушена проявляти творчість у різноманітних сферах.

Як приклад, студенту необхідно проявляти творчі здібності як у навчальній сфері, засвоюючи нові знання, так і в комунікативній для взаємодії з викладачами та студентами, а також, навчаючись у технічному ВНЗ, він має бути здатним до технічної творчості, від нього вимагається також побутова творчість для раціонального розподілу бюджету, організації дозвілля та інше.

Варто підкреслити, що питання критеріїв розмежування діяльності на творчу та нетворчу становить одну з найбільш складних проблем психології, оскільки феномен творчості є досить широким і різноманітним, ускладнює її вивчення за допомогою природничо-наукових методів. Ця спонтанність пов'язана з непередбачуваністю моменту інсайту та з тим фактом, що ідея розв'язку часто не має прямого зв'язку з поставленою проблемою.

У відповідності з об'єктом та предметом дослідження була сформульована гіпотеза дослідження, яка базується на таких припущеннях:

- Творчий процес у математиці представляє собою діяльність, що інтегрує загальні характеристики інтелектуальної творчості з унікальними аспектами математичної сфери. Це виявляється у процесі інтерпретації задачі, створення та перевірки гіпотези її розв'язку, де розв'язання нової математичної проблеми суб'єктом є відображенням творчого процесу.

- Розуміння творчої математичної задачі суб'єктом відбувається на різних етапах розв'язання задачі, як на свідомому, так і на несвідомому рівні. Це досягається через аналіз нової інформації на основі наявної системи знань суб'єкта, завдяки взаємодії числових, символічних та просторових компонентів математичного мислення.

- Формування гіпотези розв'язку творчої математичної задачі відбувається через послідовне мисленнєве наближення абстрактної ідеї або візуального образу до бажаного результату, що включає активізацію різноманітних математичних концепцій, трансформацію виниклих образів математичних об'єктів, висунення, перевірку та відбір ідей.

- Апробація гіпотез у математичному мисленні є ключовим елементом творчого математичного процесу, який реалізується через аналіз основної математичної сутності структурних елементів математичних результатів у контексті умов і вимог задачі.

- Несвідомі мисленнєві процеси, як істотна частина творчого математичного мислення, присутні на всіх етапах розв'язання творчої математичної задачі, виконуючи різноманітні функції та маючи різну значимість у пошуковому процесі.

- Індивідуальні особливості у творчому математичному мисленні, що проявляються під час розв'язання математичних задач, є важливим регулятивно-операційним фактором пошукового процесу, зокрема, через математичні стилі суб'єктів, що займаються розв'язанням задач.

Сучасні досягнення в області психології творчості підтверджують, що застосування системного підходу до дослідження інтелектуальної творчості дозволяє забезпечити його комплексне вивчення. Це вимагає при дослідженні творчого математичного мислення визначення основних психологічних аспектів і базових компонентів, які будуть спрямовувати основний напрямок дослідження, включаючи процесуально-динамічний аспект, що охоплює когнітивні, операційні та регулятивно-особистісні компоненти, а також індивідуальний аспект.

Процесуально-динамічний аспект виступає як інтегративна форма, що об'єднує різноманітні психічні явища суб'єкта і слугує характеристикою творчого математичного мислення. Він охоплює весь пошуковий процес, тому аналіз цього аспекту є важливим на всіх етапах розв'язання творчих задач. Зміст пошукових дій залежить від етапу розв'язання задачі, на кожному з яких процесуально-динамічна сторона не лише проявляється, але й формується.

Творче математичне мислення також тісно пов'язане зі специфікою математики, що включає в себе знакову символіку, формалізацію методів дослідження, наявність аксіоматичних і конструктивних методів у побудові математичних теорій, алгоритмічність розв'язання задач, що відображається у змісті кожної складової творчого математичного мислення.

Для досягнення поставлених цілей використана система загальнонаукових методів теоретичного та емпіричного дослідження. Теоретичні методи включають аналіз, порівняння та узагальнення теоретичних та емпіричних даних. Емпіричні методи охоплюють спостереження, інтерв'ю, моделювання експериментальних ситуацій, анкетування, аналіз продуктів діяльності, тестування. Зокрема, було застосовано комплекс методів, що включав теоретичний аналіз філософської, психологічної та педагогічної літератури з досліджуваної проблеми, аналіз основних понять, їх порівняння та узагальнення, а також систематизацію теоретичного і емпіричного матеріалу.

Описано особливості математичної діяльності; надано процесуально-динамічний аналіз процесів осмислення математичної задачі, створення гіпотези її розв'язання, верифікації результатів математичної роботи; виявлено зв'язок між свідомими та несвідомими аспектами мислення на різних стадіях вирішення задач; за допомогою експериментального дослідження вивчено значення суб'єктивних мисленнєвих нахилів у процесі математичного дослідження; виокремлено та охарактеризовано три індивідуальні стилі креативного математичного мислення (диференційний, інтегральний, диференційно-інтегральний); розроблено та обґрунтовано концептуальну схему управління

процесами стимулювання та оптимізації математичних пошукових дій за допомогою тренінгового навчання.

1.2 Проблема творчого математичного мислення

У даній роботі проведено аналіз особливостей математичної діяльності та підходів до її вивчення, як з позицій самої математики, так і з точки зору наукознавства, філософії, психології та інших дисциплін. В роботі здійснено огляд різноманітних аспектів психологічних досліджень процесу пошуку під час вирішення суб'єктами нових математичних завдань. Визначено цілі дослідження та окреслено методи їх досягнення: здійснено аналіз наукової бази, на підставі якої математична задача розглядається як модель творчого процесу в математиці; описано набори задач, що були використані у дослідженні, та ті психологічні аспекти, які, на думку автора, можуть бути прояснені за їх допомогою. Введено чотири класи творчих математичних задач: задачі на визначення невідомого параметра, задачі на доказ, задачі на конструювання, задачі на аналіз, та представлено огляд їх аналізу, який буде виконаний у подальших розділах.

1.3 Математична діяльність як джерело наукових досліджень

Сфера математичних досліджень охоплює аналіз правил обчислення, вивчення геометричних фігур та функцій, розгляд явищ імовірності, а також дослідження, пов'язані з граничними переходами тощо. Проте, таке визначення не розкриває сутності математичної науки, а лише виокремлює її дослідницькі напрями. На відміну від біологічної, фізичної чи хімічної наук, де об'єктом дослідження є природні явища, математика не має в природі явищ, які були б її виключним предметом вивчення.

Визнано, що математика перевершує просте наукове поле, ставши мовою різноманітних наукових дисциплін. Вона еволюціонувала з інструменту

кількісних обчислень до засобу точного аналізу та формулювання концепцій і завдань, як це підкреслив видатний сучасний математик Б.В.Гнеденко.

У якості методу пізнання фізичного світу математика демонструє неперевершену потужність та ефективність. Вона дозволила коригувати ілюзії, відкривати фізичні явища, які були недоступні для людського сприйняття. “Можливо, природа насправді має значно складнішу структуру, і в її основі не лежить жоден “план”. Але навіть у такому разі, математика як метод дослідження, опису та пізнання природи не має собі рівних.”

Математичний результат вирізняється тим, що його застосування не обмежується вивченням конкретного явища чи процесу, а може бути використаним у широкому спектрі ситуацій, фізична природа яких кардинально відрізняється від раніше досліджених. “Незважаючи на те, що математика є продуктом людської діяльності, вона відкрила доступ до деяких таємниць природи, сприяючи досягненню результатів, які перевищили всі очікування. Парадоксально, але саме завдяки абстрактним математичним концепціям людство змогло досягти значних успіхів. Математичний опис завжди слугував для мислячого науковця джерелом захоплення, оскільки природа демонструє високий рівень відповідності математичним моделям.” Таким чином, математика становить відносно незалежний соціальний та культурний феномен.

Прогрес у математиці супроводжується глибоким внутрішньопредметним осмисленням її сутності, а дослідження, що проводяться в межах математичної науки, інтегруються в контекст діяльності математичної спільноти. Водночас, аналіз математичного процесу не обмежується лише внутрішньонауковим підходом, з позицій самих математиків, що зумовлено їх професійною діяльністю (попри те, що такий підхід є найбільш розповсюдженим).

Математичні стандарти закріплені в категоріальних засадах та логічних критеріях[3]. Категорії формують систему аксіом, що підтримує визначення об'єкта дослідження, встановлюючи межі для змісту концепцій. Логічні критерії виступають як обмеження для структури понять та їх взаємозв'язків. Елементарні математичні структури не є результатом узагальнення досвіду, а представляють

собою систему концепцій, що належать до форми знання, яка існує до досвіду і має інше джерело походження. "Первинні математичні ідеалізації відрізняються від фізичних абстракцій тим, що вони стосуються не світу досвіду, а світу відносин, що виявляються через активність. Вони віддзеркалюють категоріальні поділи і мають не менше зв'язку з реальністю, ніж закони фізики".

Формалізація - це ключова характеристика математики. Головна відмінність природничої дисципліни від математики полягає в специфіці досліджуваної області, характерній для цієї науки. Кожна природнича наука визначається через матеріальну унікальність свого об'єкта дослідження, реальними характеристиками тієї частини реальності, яку вона вивчає. Так само свій об'єкт визначає і психологія. Не існує природних явищ, які були б об'єктом дослідження математики, але не належали б до фізичних, хімічних, біологічних, соціальних та інших явищ. Незважаючи на відсутність субстанційного існування математичних об'єктів, можна говорити про їхню реальну значимість.

Той самий об'єкт може бути досліджений різними методами, включаючи математичні, але змінюючи методи, ми завжди залишаємося в рамках певної природничої науки, оскільки для неї реальний об'єкт, а не метод дослідження, є основною відмінною рисою. Вирішальною характеристикою будь-якої математичної дисципліни завжди є певний формальний метод, який застосовується до різних матеріальних систем, тому має різноманітне практичне застосування.

На початку XX століття набув поширення рух за "функціональне мислення", тобто мислення в категоріях змінних і функцій. Особливістю математичного процесу в цьому контексті було: 1) наявність змінних; 2) вираження цих змінних через символи. Математичні методи перетворюють реальність, яка є багатозначною, у символічні конструкції. Математики трансформують об'єкти в символи та схеми символів і аналізують такі схеми. Цей підхід до створення математичних теорій називають конструктивним і він зумовлений виключно евристичними мотивами.

У літературі виокремлюють ще одну особливість: алгоритмічність вирішення багатьох математичних задач. Тобто, акцент робиться на тому, що для вирішення певного типу задач існують інструкції щодо конкретних операцій та їх послідовності виконання для досягнення розв'язку.

Повертаючись до того, що математика є мовою різних наук, слід підкреслити, що математизація знань є природним процесом, який дозволяє економити ресурси для вирішення різноманітних проблем та час на їх дослідження. Математика, будучи частиною всіх сфер пізнання, також дозволяє досліджувати явища лише апроксимаційно. Однак важливо враховувати, що її висновки логічно абсолютно точні та строгі. Їх наближеність має не внутрішній характер, а не є безпосередньо пов'язаним з описом реальних явищ. Дослідження математики “ззовні” проводиться з точки зору спостерігача, який не бере участі в математичній діяльності безпосередньо. Така перспектива, позиція спостерігача, його інтерпретація математики та її опис залежать від сфери дослідження вченого.

Коли такий аналіз виконується з позицій світоглядного аналізу математики, то виникаюче уявлення належить до області філософії математики. Фізик може розглядати математику як мову наук. Соціолога можуть цікавити структура математичної спільноти, групові відмінності та інтереси, розподіл професійної активності за віковими та статевими ознаками.

Для психолога математична діяльність стає об'єктом дослідження процесів пошуку, математичних здібностей, взаємодій між математиками тощо. Нещодавно у філософських дослідженнях з'явилася проблема стилю в математиці. Інтерес до неї спричинив дебати щодо значення та сутності терміну “стиль у математиці”; щодо властивостей різних наукових математичних шкіл та різних історичних етапів розвитку математики; щодо визначення особливостей індивідуальних виявів математичної творчості. В деякому розумінні, такі дослідження мають безпосередній зв'язок з темою, аналізованою в даній роботі.

Проте, математична діяльність як значущий вид людської діяльності, незважаючи на численні дослідження, проведені як ззовні, так і зсередини, залишається недостатньо дослідженою. Володіючи своїми специфічними характеристиками, такими як використання формалізованих об'єктів, наявність математичної символіки, алгоритмічність методів розв'язання численних математичних задач, своєю двоаспектною внутрішньою структурою (конструктивною та аксіоматичною), математика має потенціал бути корисною для будь-якої іншої когнітивної діяльності. Така багатоаспектність математичної діяльності ставить перед психологією численні завдання.

1.4 Формування гіпотези розв'язку творчої математичної задачі

Дослідження процесу створення гіпотези для вирішення творчих математичних завдань відзначається паралельністю з процесом втілення задуму, що є відмінним від розв'язання стандартних задач. Абстрактні математичні моделі, як аналоги реального світу, сприяють активізації пошукових дій, які одночасно націлені на ідентифікацію та реалізацію рішення.

З використанням системного аналізу розглядається значення та роль когнітивних зусиль особи, що розв'язує задачу, системоутворююча роль операційного компоненту мислення та регулятивна функція особистісного аспекту в процесі пошуку. Описано ключові стратегічні методи, які забезпечують ефективність розв'язання творчих математичних завдань.

Представлено процесуально-динамічний опис розв'язання таких завдань. Виконано аналіз процесу формування гіпотези розв'язку під час роботи над задачами різного типу (знаходження невідомих величин, доведення, конструювання, дослідження), при цьому особлива увага приділяється ролі кількісних характеристик структурних елементів та їх візуальних представлень. Визначено зміст та значення несвідомих актів у творчому математичному мисленні.

1.5 Особливості формування гіпотези розв'язку в математиці

Первинним результатом ініційного етапу розгляду задачі, який полягає у дослідженні її умов, є детальне виокремлення цих умов під впливом встановлених вимог. Вимоги задачі відіграють ключову роль, адже саме вони визначають аспект, через який у початкових даних виокремлюються відповідні аспекти структурних елементів. Це призводить до такого представлення задачі, при якому її умови стають гомогенними та порівнянними.

Досягнення цього ефекту відбувається через абстрагування від одного аспекту їхнього якісного змісту та фокусування на іншому, що веде до переходу до символічного представлення. Вчені, що досліджують процес мислення під час пошуку розв'язків задач, підкреслюють важливість виокремлення таких відповідних ознак для ефективного розв'язання задачі. У теорії мислення етап, що настає за аналізом умови задачі, визначається як етап формування розв'язку, який розпочинається з формулювання гіпотези щодо принципів розв'язання.

Незважаючи на загальну згоду серед дослідників процесу формування розв'язку як процесу висунення та перевірки гіпотез, рідко хто з них звертає увагу на механізми створення гіпотез. Так чи інакше, все ж таки визнано, що розуміння умови задачі становить початковий етап пошукової діяльності, яка спрямована на її розв'язання. Від якості цього початку залежить подальший процес розв'язання. Проте, ключовим елементом у розв'язанні задачі є виявлення методів (або принципів) або основного способу її розв'язання.

Спектр математичних задач є надзвичайно широким. Різноманітність застосовуваних методів є значною. На перший погляд, спільні риси, що об'єднують їх під назвою "математичні задачі", не дають підстав вважати, що існує універсальний механізм їх розв'язання. З іншого боку, детальний аналіз процесу пошуку розв'язку математичної задачі з урахуванням домінуючих у кожній галузі математики методів не сприяє створенню цілісного уявлення про творчий пошуковий процес у математиці. Тому, аналізуючи розв'язання творчих

математичних задач, ми зосередимося на тому, що є спільним для них: наявність абстрактних формалізованих об'єктів, деякі з яких потрібно визначити таким чином, щоб вони задовольняли інші математичні умови. Основною відмінністю розв'язання творчих математичних завдань є паралельне існування двох тенденцій, двох основних напрямків пошуку: аксіоматичного та конструктивного (функціонального). Зазвичай, вони не існують у чистому вигляді, оскільки сучасний суб'єкт розв'язання математичної задачі в достатній мірі володіє обома методами, знання про які він набував протягом усього навчального процесу та має значний досвід їх застосування. Згідно з конструктивним підходом, створюється певна математична конструкція: вираз, функція, що описує проблемну математичну ситуацію. Наприклад, вводиться невідома величина, яка символізує шукане, за допомогою якої формулюється рівняння, описуюче задачну ситуацію, та знаходиться розв'язок цього рівняння (визначається значення невідомої величини). Розв'язок рівняння представляє собою значення шуканої величини або її складової, іноді з певними обмеженнями.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ У ПРОЦЕСІ ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ

2.1 Погляди сучасних педагогів на роль і місце критичного мислення у процесі шкільної освіти

Що представляє собою критичне мислення? Які сучасні концепції існують у цій сфері в контексті педагогіки? Концепція критичного мислення базується на знаменитій фразі Сократа: "Я знаю, що нічого не знаю". Сумнів виступає як основа пізнання. Коли учень не сприймає слова вчителя як абсолютну істину, він починає критично мислити. Це стає одним з ключових завдань освітян – вчити аргументовано дискутувати, не приймаючи інформацію бездоказово.

Друге важливе завдання педагога – стимулювання мотивації до знань. "Наші численні дослідження протягом років демонструють значення мотивації в когнітивній активності учнів" [3; 6]. Учень, який усвідомлює цінність вивчення матеріалу, підходить до його осмислення більш активно. Запитання вчителя мають спонукати учня до пошуку, роздумів, порівнянь, обґрунтування власної точки зору. Стимулювання інтересу до навчання є актуальною проблемою для сучасних педагогів. Про це свідчить зростаюча кількість публікацій у професійних виданнях, зокрема роботи В. Секіріної, О. Богданової, О. Давиденко, О. Куцевола та інших. Автори акцентують на необхідності формування у учнів пізнавального інтересу, який сприяє зосередженості на осмисленні цілей діяльності та орієнтації на навчання, знайомству з новими фактами, більш повному й глибокому розумінню реальності.

Інтерес, у свою чергу, стимулює волю та увагу, допомагаючи учням краще та міцніше запам'ятовувати інформацію. Таким чином, однією з ключових задач викладання є викликання та розвиток пізнавального інтересу у школярів. Методологи пропонують різноманітні прийоми та методи навчання, які, за результатами практики, сприяють залученню учнів до навчального процесу. Прийоми навчання представляють собою окремі операції, інтелектуальні чи практичні дії вчителя, що розкривають або доповнюють метод засвоєння

матеріалу.

Методи навчання у школі – це систематизовані способи взаємодії вчителя та учнів, спрямовані на досягнення освітніх та виховних цілей. Одним із ефективних прийомів, що сприяє розвитку пізнавального інтересу до предмету, є створення розуміння його необхідності та значущості як в цілому, так і в окремих аспектах. Очевидно, що існуюча освітня система потребує оновлення, оскільки вона успадкувала деякі риси культури, яка в пострадянський період характеризувалася як державна в контексті її ідеологічної заангажованості. Така культура та освіта ґрунтувалися на принципі "людина для держави". В умовах сучасних історичних реалій, що передбачають європейську інтеграцію України, виникає потреба в переосмисленні та перебудові методик навчання таким чином, щоб освітній процес був спрямований не на механічне накопичення інформації, а на розвиток критичного мислення та творчих здібностей учнів.

Відповіддю на цей виклик є зацікавленість у міжнародних освітніх проектах, які надають можливість країнам, що довгий час перебували під впливом тоталітарних режимів та в інформаційній ізоляції, використовувати досвід та досягнення освітніх технологій країн з розвинутою демократією.

2.2 Цілі та завдання розвитку критичного мислення у сучасних школярів

Фундаментальна відмінність між консервативною, ідеологічно навантаженою системою освіти та принципами демократичного, інтерактивного підходу до навчання полягає перш за все в тому, що:

- інформація повинна слугувати не як кінцева мета навчального процесу, а як його вихідний елемент;
- процес навчання не обмежується механічним запам'ятовуванням інформації, яка авторитарно визначена в навчальних матеріалах, а зосереджений на розвитку здатності учнів самостійно навігувати в інформаційному полі;

викладачу не варто перехоплювати ініціативу учнівського мислення своїми ідеями;

– освітній процес має ґрунтуватися на принципі порівняння різних інформаційних джерел або поглядів з метою формування усвідомлення, що знання не є статичною сумою фактів, а представляє собою динамічний процес їх взаємозв'язку;

– суть навчання полягає у залученні нових знань до вже відомих, що передбачає необхідність відтворення цих відомих знань, аби зрозуміти, що ми насправді знаємо про даний предмет.

Принцип самостійного навчання виокремлюється як особливо значущий серед сучасних освітніх підходів. "Головне завдання для учнів полягає в тому, щоб навчитися ефективно засвоювати знання, наші вихованці повинні бути здатними сприймати нову інформацію, ретельно та критично її аналізувати, досліджувати нові концепції, розглядаючи їх з різних точок зору та формуючи власні висновки щодо їх достовірності, оцінювати та визначати їх значення відповідно до особистих потреб та цілей" [4; 8].

Такий підхід значно спрощує роботу вчителя і дозволяє зробити процес навчання максимально природним. Водночас, завдання вчителя полягає не в демонстрації високого рівня володіння предметом, а в створенні умов для осмислення запропонованої інформації та її самостійного засвоєння, критичного аналізу та застосування в практиці творчих завдань. Критичне мислення лежить в основі інтерактивних методів навчання, які активно розробляються та впроваджуються в практику загальноосвітніх шкіл. Сучасні активні та інтерактивні методи навчання необхідно впроваджувати обдуманно. Від вчителя залежить, чи буде розвиватися критичне мислення у його учнів. Вибираючи методи формування критичного мислення, необхідно враховувати специфіку класу (рівень підготовки учнів) та особистісні якості вчителя. Крім того, кожен педагог має свої унікальні методи роботи. Однак, важливо пам'ятати, що впровадження новітніх освітніх технологій не виключає застосування класичних

методів навчання, які були апробовані століттями розвитку європейської педагогічної думки та довели свою ефективність.

Метою освіти не є накопичення великої кількості знань або інформації учнем, а здатність управління цією інформацією: її пошук, якісне засвоєння, виявлення сенсу, застосування в житті. Не привласнення «готових» знань, а конструювання власних, що формуються в процесі навчання.

2.3 Методи навчання математики в структурі уроків критичного мислення як шлях до формування компетентності учнів

Методика розробки та вдосконалення критичного мислення представляє собою комплекс заходів, спрямованих на аналіз проблемних питань та контекстів через призму незалежного вибору, критичної оцінки та ідентифікації ступеня релевантності інформації з урахуванням індивідуальних потреб та амбіцій.

Навряд чи є що – небудь більш важливе для знання, для спокійного життя і для успіху будь – якої справи, ніж вміння людини мислити.

Джон Локк



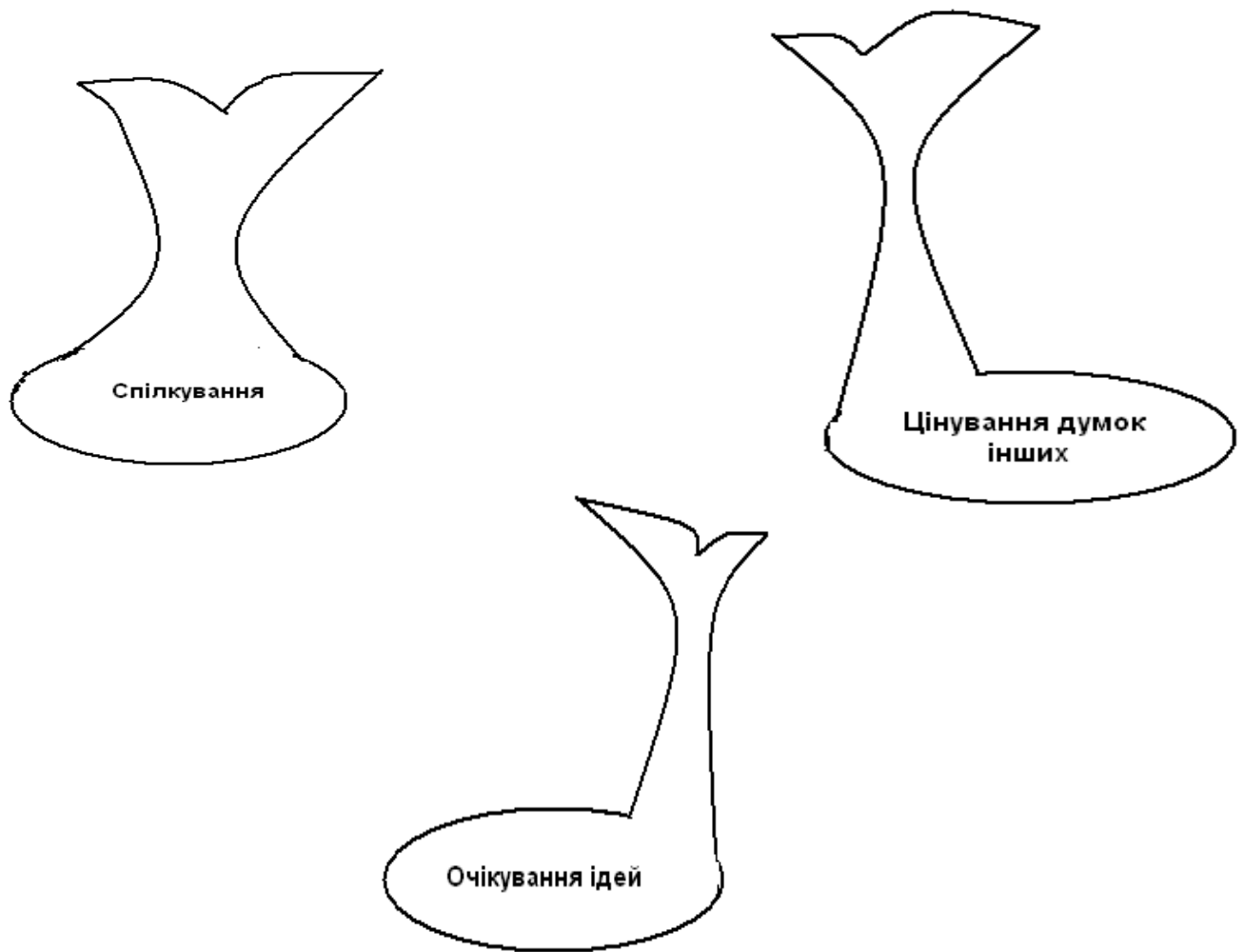


Рис.2.1. Етапи критичного мислення

Структура уроку критичного мислення включає п'ять ключових етапів.

1. *Розминка.* Цей етап замінює собою традиційні організаційні моменти у класичному уроці. Його основна мета полягає у створенні оптимального психологічного середовища для навчання. Значення етапу. Позитивний психологічний клімат сприяє ефективному засвоєнню матеріалу, зміцненню авторитету викладача та психологічному розвантаженню студентів.

2. *Обґрунтування навчання.* На цьому етапі відбувається формулювання цілей уроку, стимулювання внутрішньої мотивації студентів до вивчення конкретної теми та предмету загалом. Значення етапу. Ефективність засвоєння матеріалу зростає, коли студенти усвідомлюють його практичну значимість для себе та знають, що від них вимагатиметься протягом уроку.

3. *Актуалізація.* Лейтмотив етапу: «Пробудіть, викличте інтерес, збудіть, спонукайте студентів висловити те, що вони вже знають». На цьому етапі

відновлюються знання та навички, необхідні для подальших етапів уроку, та визначається рівень освоєння теми. Значення етапу. Знання, пов'язані з особистим досвідом студентів, запам'ятовуються краще та швидше, тому створення умов для самостійного відкриття знань підвищує роль студента в навчальному процесі.

4. *Усвідомлення змісту.* На цьому етапі студент знайомиться з новою інформацією, аналізує її та формує особисте розуміння, при цьому вплив викладача мінімізується. Значення етапу. Етап спрямований на розвиток навичок роботи з інформацією, самостійності, вміння виділяти головне, формування компетентності студентів з предмету.

5. *Рефлексія.* Студент стає носієм ідеї, інформації, знань, отримує можливість їх застосування та обміну з іншими, проводить оцінку та самооцінку своєї діяльності. Значення етапу. Цей етап передбачає усвідомлення виконаної роботи, демонстрацію знань та їх застосування, можливість рефлексії над підвищенням якості роботи, визначення потреби в корекції.

2.4 Методи навчання математики

Розвиток критичного мислення відбувається через аналіз інформації, вирішення задач, аналіз проблематики, оцінювання ситуацій та вибір обґрунтованих методів дії. Таким чином, математична освіта сприяє ефективному формуванню та розвитку критичного мислення. Застосування специфічних стратегій та технологій навчання на етапах уроку математики може значно підвищити ефективність цього процесу.

Крім того, кожен урок математики передбачає засвоєння математичного матеріалу, що неможливе без застосування спеціалізованих методик роботи та розвитку компетенцій учнів, інтеграції предметного матеріалу з продуктивними технологіями. Отже, інтеграція методів навчання математики в структуру уроків критичного мислення є доцільною для забезпечення засвоєння математичних знань, розвитку предметних умінь та навичок, створення умов для розвитку

критичного мислення, а також формування та розвитку ключових компетентностей учнів.

Методики навчання математики мають суттєві відмінності порівняно з методиками навчання інших шкільних дисциплін. Розглядаючи класифікацію найбільш значущих методів навчання для шкільної математики, важливо враховувати, що під методами навчання слід розуміти ті, що охоплюють усі ключові етапи освітнього процесу. Система уроків з кожної теми включає вивчення нового матеріалу, його закріплення, формування вмінь та навичок через розв'язування задач. Кожен з цих аспектів може бути реалізований за допомогою різноманітних методів. Більше того, не завжди раціонально починати навчання з вивчення нового матеріалу. Для покращення сприйняття матеріалу учнями корисно спочатку створити відповідний контекст: стимулювати навчальний інтерес, викликати зацікавленість до теми, залучити увагу.

Тому пропонується така класифікація методів навчання математики: активізація уваги учнів; вивчення нового матеріалу; закріплення знань.



Рис.2.2. Структура методу навчання – активізації уваги школярів

Давайте детально розглянемо специфічні методики викладання математики та їх відповідність до етапів уроку, спрямованого на розвиток критичного мислення.

1. Методи активізації уваги учнів: мотиваційні заходи; пробудження інтересу; створення проблемних ситуацій; стимуляція.

Мотивація представляє собою метод навчання, при якому формуються або активізуються мотиви діяльності, учнів переконують у корисності та необхідності вивчення матеріалу.

Мотив є внутрішнім стимулом діяльності, усвідомленою бажаною метою, яка спонукає особу до активності.

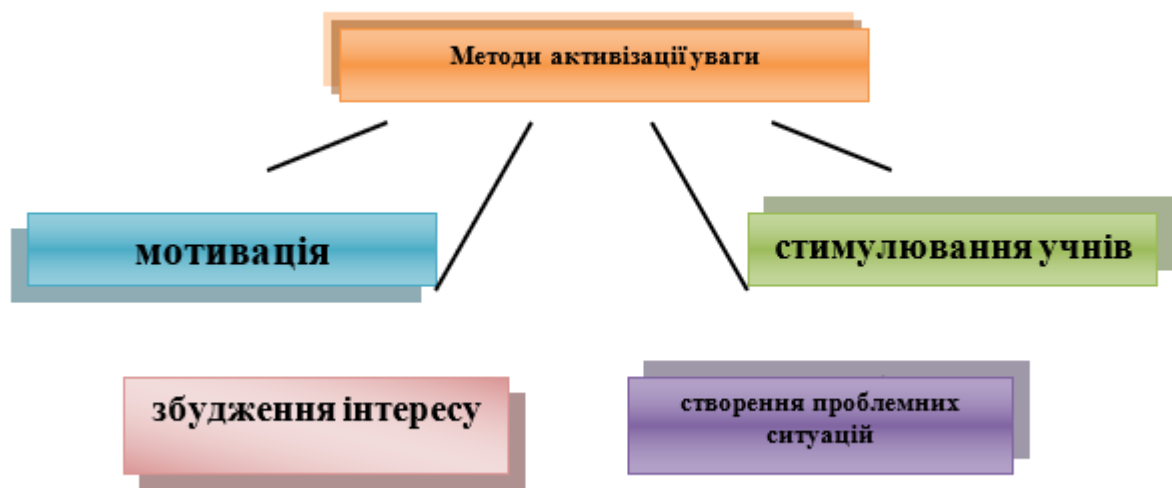


Рис.2.3. Поділ структури одного з методів - активізації навчання

Мотив повинен бути ясным, обґрунтованим та відносно лаконічним.

Мотивація є невід'ємною частиною процесу визначення цілей. Учень, який володіє активними, потужними, свідомими мотивами до діяльності, зазвичай досягає успіху в цій діяльності швидко та ефективно, незважаючи на наявність значних перешкод. У процесі проведення кожного уроку метод мотивації має включати відповідь на запитання «Для чого мені це необхідно?» Мотиви вивчення математики включають: розвиток універсальної культури; застосування в практичній діяльності; продовження освіти; успішне

проходження тематичних оцінювань, виконання домашніх завдань, державної підсумкової атестації, завдань зовнішнього незалежного оцінювання та вступних іспитів; використання матеріалу при вивченні наступних тем; міжпредметні зв'язки; внутрішня мотивація кожного студента та інше.

Метод стимулювання інтересів — це підхід до навчання, який супроводжується позитивними емоціями, зацікавленістю у навчальному процесі та сприяє концентрації уваги, відіграє ключову роль у формуванні та розвитку пізнавального інтересу.

Ступені зацікавленості в навчанні.

Початковий	Цікавість	Ситуативна, виникає за певних умов, зазвичай швидко зникає
Середній	Допитливість	Характерне прагнення глибше ознайомитися з тим чи іншим предметом, виявляється в подиві, у відчутті радості пізнання
Найвищий	Пізнавальний інтерес	Стійкий інтерес до математики, що проявляється в бажанні самостійно розібратися в проблемній ситуації, узагальнити знайдене рішення, застосувати знайдений спосіб до розв'язання інших задач

Розширення та поглиблення пізнавального інтересу зазвичай веде до формування особистісного інтересу — стійких інтересів людини до певної сфери, наприклад, математики, спорту тощо. Інтерес виступає одним із найефективніших мотивів навчального процесу. Стимулювання зацікавленості до навчального матеріалу є ключовим методом активізації уваги учнів, що залишається актуальним на всіх етапах уроку. Учні мають усвідомлювати, що навчання математики не завжди є цікавим та легким, і часто вимагає зусиль волі та праці. Інтерес не виникає сам по собі, а математичні абстракції та логічна строгість не завжди викликають зацікавлення. Важливо не розважати учнів, а

залучати їх до математики через застосування таких методів, як повідомлення про несподівані факти, звернення до досвіду учнів, використання цікавих задач, розгадування математичних кросвордів, створення математичних казок, використання цитат відомих особистостей та розробка власних висловлювань учнями, участь у позакласних заходах з математики, залучення учнів до аналізу уроків тощо.

Метод проблемних ситуацій полягає у створенні умов, за яких перед вивченням теорем, правил, властивостей, коли це природно та зрозуміло для учнів і не вимагає значного часу, формується проблемна ситуація. Це сприяє залученню уваги учнів до розв'язання проблеми та до теми, що вивчається.

Важливо не плутати цей метод з проблемним методом навчання, який є одним із дослідницьких методів, адже мова йде лише про створення проблемних ситуацій для активізації уваги учнів. Проблема ситуація визначається як інтелектуальна перешкода, що виникає, коли людина не може пояснити певні явища або факти, або не знає, як досягти бажаної мети відомими способами. Розв'язання проблемного запитання відбувається у процесі вивчення нового матеріалу.

Створення проблемних ситуацій може бути ефективно комбіноване з грою, особливо в середніх класах. Метод стимулювання учнів заключається у впливі на учня через заохочення та авансування його навчальної діяльності, створенні відчуття натхнення, що виникає внаслідок видимого успіху. Необхідно переглянути підхід до поточних оцінок. Ш.А.Амонашвілі, С.М.Лисенкова, В.Ф.Шаталов та інші прихильники педагогіки співробітництва стверджують, що незалежно від рівня класу, вони протягом десятиліть не ставили учням низьких оцінок і не скаржились батькам на учнів, що демонструє можливість та переваги такого підходу до навчання. Поточні оцінки мають стимулювати учнів та сприяти їх навчанню. Учні повинні відчувати радість від успіху, навіть якщо він незначний, з акцентом на слові «успіх» замість «незначний».

На своїх уроках я часто підкреслюю, що навіть помилки є кроком до успіху. Не слід утримуватися від виставлення високих оцінок за досягнення, які

не відображені у критеріях оцінювання, такі як перемога в олімпіадах, створення математичної газети, участь у конкурсах, нові ідеї на уроці, активна робота тощо.

Методи вивчення нового матеріалу: заучування; конкретно-індуктивний; абстрактно-дедуктивний; сократичний; евристичний; дослідницький; проскриптивний; інскриптивний.

Метод заучування. Заучування поділяється на неусвідомлене (зубріння) та усвідомлене (переосмислення). Для того, щоб навчити учнів заучувати матеріал усвідомлено, необхідно заохочувати їх до наведення власних прикладів, створення креслень, позначень; виділення ключових слів у правилах, теоремах, параграфах; розробки асоціацій для запам'ятовування; пояснення матеріалу власними словами; складання алгоритмів, схем для кращого запам'ятовування.

Конкретно-індуктивний — це педагогічна стратегія, яка передбачає перехід від конкретних прикладів до узагальненої теорії. Цей метод сприяє глибшому розумінню та засвоєнню навчального матеріалу; активізує навчальну діяльність студентів; дозволяє представити математичні концепції в більш доступній формі; забезпечує зв'язок навчання з реальним життям, дає змогу використовувати математику як інструмент пізнання світу; сприяє інтеграції теоретичних знань і практичного досвіду.

Абстрактно-дедуктивний метод — це педагогічний підхід, який починається з формулювання загальних визначень, правил або теорем, після чого доводяться відповідні твердження, а конкретні приклади та окремі випадки розглядаються вже наступним етапом. Цей метод демонструє значення теоретичних знань для будь-якої діяльності; дозволяє виявити винятки з загальних правил; сприяє всебічному аналізу досліджуваної проблеми; розвиває навички роботи з інформацією; поглиблює розуміння та осмислення навчального матеріалу; стимулює аналітичне мислення та критичне ставлення до отриманої інформації.

Сократичний метод — це дидактична методика, в рамках якої викладач за допомогою цілеспрямованих запитань спонукає студентів до самостійного виявлення істин і необхідних висновків, а у випадку некоректних відповідей

використовує додаткові питання для демонстрації їх нелогічності. Особливості сократичного методу: ефективний підхід до навчання; сприяє розвитку критичного мислення; містить елементи дослідницького навчання; вимагає значних часових ресурсів; потребує від викладача та студентів уміння швидко знаходити приклади та формулювати продумані запитання; активізує творчий потенціал студентів; розвиває навички пошуку нових рішень; формує позитивне ставлення до критики; підвищує рівень володіння математичною мовою; вчить використовувати особистий досвід.

Евристичний метод — це навчальна стратегія, в ході якої перед студентами ставляться питання, збираються їхні відповіді, а викладач може уточнювати, коригувати відповіді, самостійно відповідати на деякі запитання, надавати пояснення. Особливості евристичного методу: включає елементи сократичного методу; базується на принципі «відкриття»; процес відбувається відносно швидко; надає зразки коректних і стислих відповідей на поставлені запитання; забезпечує взаємодію між студентами та викладачем; формує повагу до праці інших.

Дослідницький метод — це підхід до навчання, який дозволяє студентам самостійно «відкривати» теореми, формули, закономірності, що вивчаються, або, поряд з узагальненням існуючих знань, ставити перед ними конкретні дослідницькі завдання. Характеристика дослідницького методу відповідає етапу уроку, спрямованого на критичне мислення — осмислення змісту; сприяє розвитку самостійності; активізує учнівську активність; стимулює пізнавальний інтерес; забезпечує співпрацю, роботу в парах та групах; допомагає формувати власні методи дослідження.

Проскриптивний — метод, при якому подання матеріалу супроводжується детальними словесними або символічними записами. Використання цього методу передбачає надання зразків оформлення знань, що є корисним для студентів при підготовці до різних видів письмових робіт; забезпечує чітке розуміння причинно-наслідкових зв'язків між етапами доведення або розв'язання задач; сприяє розвитку культури математичної мови.

Інскриптивний — метод, при якому подання матеріалу не супроводжується детальними математичними записами, але допускаються короткі записи, схеми, ключові слова.

2. Методи закріплення знань:

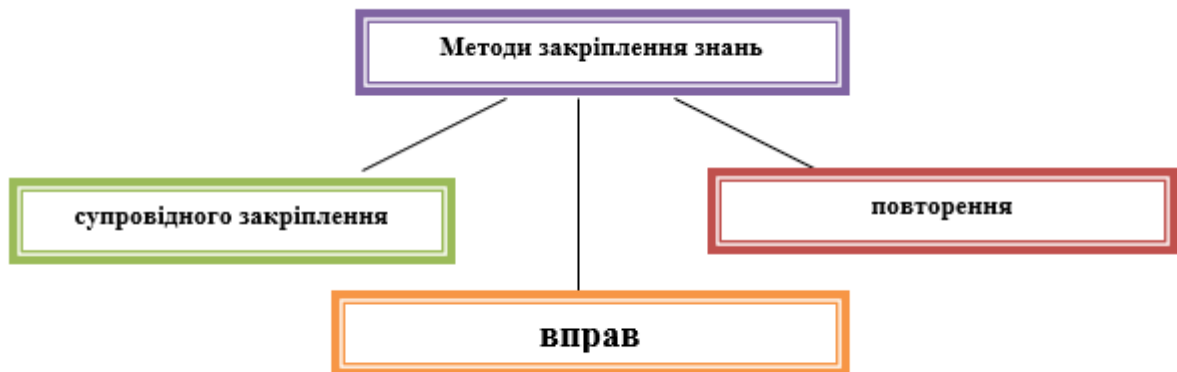


Рис.2.4. Поділ методу закріплених знань

Методика супроводжувального закріплення — це методика, яка передбачає інтегроване поєднання процесів закріплення та засвоєння нового матеріалу з моменту його вперше представлення. Рекомендується кількаразове повторення, обговорення та аналіз формулювань означень, правил, аксіом, процесів виведення формул, розв’язання базових задач, а також доведення теорем безпосередньо після їх викладу.

Під час процесу закріплення важливо зосередитись на наступних аспектах: концепція доведення або розв’язку та його ключові етапи; основні фази доведення або розв’язку; важливі терміни у визначеннях та правилах; детальне обґрунтування висновків.

Методика повторення — це методика, що забезпечує повторний перегляд раніше вивченого матеріалу з метою його додаткового закріплення, поглиблення розуміння та систематизації. Повторення може бути як епізодичним, так і систематичним. Епізодичне повторення включає, наприклад, повторення теми розв’язання прямокутних трикутників під час уроків стереометрії, тематичне повторення перед контрольною роботою.

Методика виконання вправ — методика, що спрямована на вдосконалення певних навичок через виконання максимально можливої кількості тренувальних вправ. Застосовуючи цю методику, рекомендується інтегрувати тренувальні вправи з ігровою діяльністю, груповою роботою, самоконтролем, самооцінюванням; більшість тренувальних вправ ефективно виконувати усно та в швидкому темпі; залучення учнів до процесу створення таких вправ є доцільним.

Методики навчання розв'язуванню задач та вправ: імітація; метод спроб та помилок; поступове ускладнення; евристичні настанови.

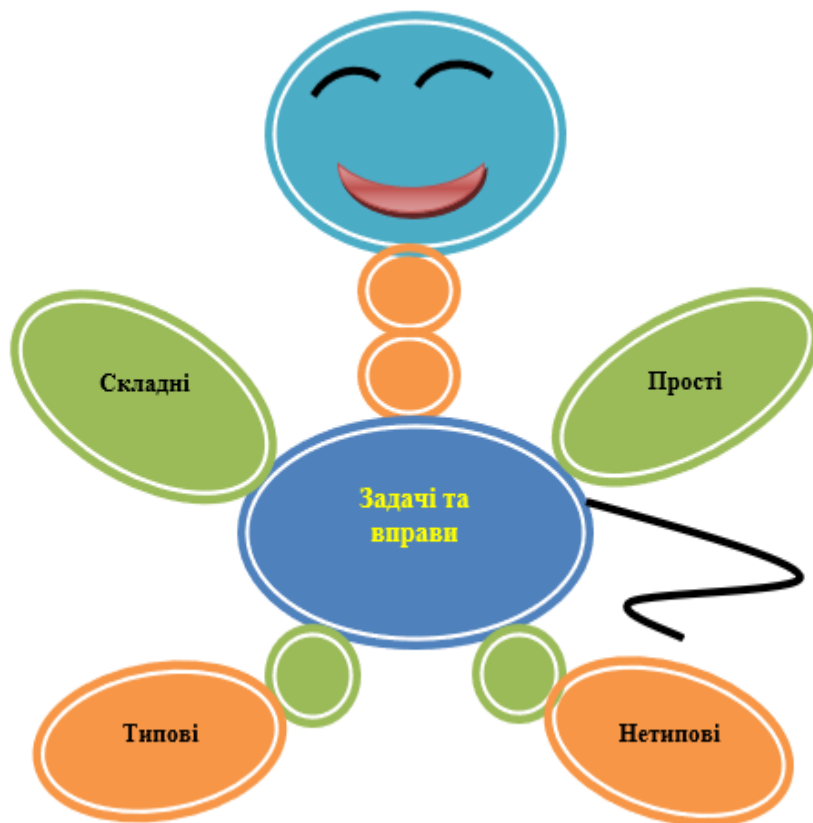


Рис. 2.5. Види задач та вправ у математиці

Метод імітації — це стратегія організації навчального процесу, в рамках якої учні відтворюють дії викладача, що є ключовим для формування базових навичок, та представляє собою важливий етап на шляху до розвитку творчих здібностей. Обов'язок викладача полягає в наданні учням оптимальних прикладів для імітації.

Метод проб та помилок — відноситься до креативних методів навчання, який зазвичай застосовується для визначення стратегії розв'язання проблем. Завдання викладача полягає в організації процесу роботи над проблемою таким чином, щоб кожен студент міг висловити власну думку, сформулювати гіпотезу, вибрати найбільш раціональний варіант розв'язку, а також звернутися за допомогою до викладача або інших студентів. В цьому контексті ефективними виявляються такі стратегії критичного мислення, як «Взаємне навчання», «Парна робота», «Вибір позиції» та інші.

Метод поетапного ускладнення — у процесі вивчення конкретної теми спочатку пропонуються задачі простішого рівня та менш складні, які згодом поступово ускладнюються. Цей метод є найбільш ефективним для навчання розв'язанню типових задач, більшість з яких може бути виконана усно.

Метод евристичних інструкцій — у процесі пошуку стратегії розв'язання складної задачі студентам пропонується система інструкцій або керівних питань. Метод евристичних інструкцій виявляється найбільш ефективним для навчання розв'язанню нетипових задач. Під час застосування цього методу доцільно залучати студентів до формування плану розв'язання задачі, створення навчальних пам'яток, повторення основних методів розв'язання вже вирішених задач, виділення в складній задачі вже відомих простіших елементів, самоперевірки за готовим розв'язком, створення ілюстрацій, схем, таблиць до задач.

2.5 Місце методів навчання математики в структурі уроку критичного мислення

Аналізуючи схематичні зображення з попереднього розділу, стає очевидним, що методології викладання математики тісно переплетені з ключовими етапами уроку, спрямованого на розвиток критичного мислення. Це пояснюється тим, що вказані методи сприяють мотивації учнів, ефективній обробці математичної інформації, розвитку навичок визначення основного та

значущого, умінню ідентифікувати та артикулювати проблеми, пропонувати різноманітні варіанти дій та вибирати найбільш ефективні, а також залучати та розширювати особистий життєвий досвід.

Розгляд позиціонування зазначених методів у структурі уроку, орієнтованого на критичне мислення, буде представлено в таблиці:

Методи навчання математики у структурі уроку критичного мислення

Етапи критичного мислення	Методи навчання математики
Розминка	Збудження інтересу; мотивації
Обґрунтування навчання	Мотивації; проблемних ситуацій
Актуалізація	Доцільних задач; проблемних ситуацій; стимулювання; конкретно-індуктивний
Усвідомлення змісту	Заучування; конкретно-індуктивний; абстрактно-дедуктивний, сократичний, евристичний, дослідницький, проскриптивний, інскриптивний; супровідного закріплення; наслідування; спроб та помилок
Рефлексія	Вправ, повторення; поступового ускладнення; евристичних наставлянь

Розвиток компетентностей учнів здійснюється не лише через впровадження оновленого змісту освіти, але й через застосування відповідних методів та технологій навчання. Технологія формування компетентностей “Розвиток критичного мислення” визнана однією з найефективніших. Вона є універсальною, надпредметною та міждисциплінарною, сприяє досягненню

освітніх результатів, таких як здатність працювати з інформаційними потоками у різних сферах знань.

Вона також розвиває навички висловлювання власних думок усно та письмово, формування особистої точки зору на основі аналізу різноманітного досвіду, ідей та уявлень; вирішення проблем; самостійне навчання; співпрацю та роботу в команді.

Особи, що володіють навичками критичного мислення, характеризуються так:

- відзначаються чесністю по відношенню до себе;
- переборюють сумніви;
- задають питання;
- ґрунтують судження на фактах;
- виявляють зв'язки між поняттями;
- є інтелектуально незалежними;
- вміють відрізнити головне від неважливого;
- їх важко піддати маніпуляції.

Кожна дитина має певні здібності. Наш обов'язок — виявити найдрібніші прояви таланту та розвивати їх. Адже в майбутньому професійному житті стануть в нагоді міцна пам'ять, гостре око, вишуканий смак, образне мислення.

На уроці важливо застосовувати проблемні завдання, які провокують дискусію, стимулюють до роздумів та пошуку відповідей. «Дій, як ми, дій краще за нас!» — такий девіз уроків, де застосовується технологія критичного мислення. Створення ситуації успіху, віра в можливості дитини та врахування її індивідуального стилю навчання мають найбільший вплив на мотивацію до навчання, формуючи сценарій «переможця». А саме: «Сьогодні я кращий, ніж вчора!» Тільки так можна створити умови для всебічного розвитку особистості, формування в ній творчого критичного мислення.

РОЗДІЛ 3. ФОРМУЛЮВАННЯ УМОВ ЗАВДАНЬ ТА ВІДПОВІДЕЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ

3.1 Розв'язування рівнянь та аналіз їх коренів у загальноосвітній школі із застосуванням прийомів критичного мислення

У рамках Концепції нової української школи акцентується на тому, що культивування критичного мислення представляє собою одне з ключових завдань освітньо-виховного процесу. Критичне мислення передбачає здатність до вільного застосування інтелектуальних стратегій та операцій вищого порядку для генерування виважених суджень та оцінок, а також для прийняття рішень. З педагогічної перспективи критичне мислення визначається як набір когнітивних операцій, що відображає здібність особи:

- аналізувати, порівнювати, синтезувати, оцінювати інформацію з різноманітних джерел;
- ідентифікувати проблеми, формувати запитання;
- висувати гіпотези та оцінювати альтернативи;
- здійснювати обдуманий вибір, приймати рішення та обґрунтовувати його.

Огляд практичних методів і дидактичних матеріалів, спрямованих на застосування технік розвитку критичного мислення учнів під час навчання різних дисциплін у загальноосвітніх закладах, представлено в методичних посібниках для вчителів та викладачів університетів від таких зарубіжних авторів, як О. Бутенко, С.Заїр-Бек, А.Кроуфорд, Д.Макінстер, С.Метьюз, Р.Паул, В.Саул. Серед українських педагогів Т. Воропай, К.Костюченко, О.Тягло, Л.Терлецька та інші розробляють концепції щодо виховання критичного мислення у студентів. Виклад основного матеріалу. У науковій літературі чітко окреслені основні етапи педагогічної технології «Розвиток критичного мислення». Виклик включає мотивацію до роботи з новим матеріалом; активацію існуючих знань; конструктивний обмін думками.

Осмислення - засвоєння нової інформації з теми; класифікація отриманих даних; підтримка інтересу до предмета вивчення.

Рефлексія - діалог щодо нових знань; набуття додаткових відомостей; стимулювання до подальшого розширення знань; оцінювальний аспект. Ці етапи були успішно адаптовані сучасними педагогами та застосовуються на ключових стадіях уроку.

Методика проведення уроку, спрямованого на розвиток критичного мислення, залежить від його змісту та дидактичних цілей, типу уроку (набуття нових знань чи формування навичок), а також від конкретного навчального предмета. Пропонуємо перелік вправ та їх застосування на різних етапах уроку, які сприяють мотивації учнів 10 класу до розвитку критичного мислення під час вивчення теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь».

Організаційний етап уроку налаштовує учнів на продуктивну роботу. Для мотивації можна використати наступний епіграф: «Перша умова, якої треба дотримуватися в математиці, – це бути точним, друга – бути чітким, і наскільки можливо, простим. (Л. Карно)».

Таким чином, протягом уроку учні будуть виявляти неточності, допущені в процесі навчання, та аналізувати помилки. На завершальному етапі уроку необхідно повернутися до епіграфа та сформулювати відповідні висновки та оцінку уроку. На етапі актуалізації базових знань доцільно згадати визначення основних тригонометричних функцій у форматі колективної бесіди.

Дітям можна запропонувати скласти опорний конспект «Корені найпростіших тригонометричних рівнянь», за таким прикладом:

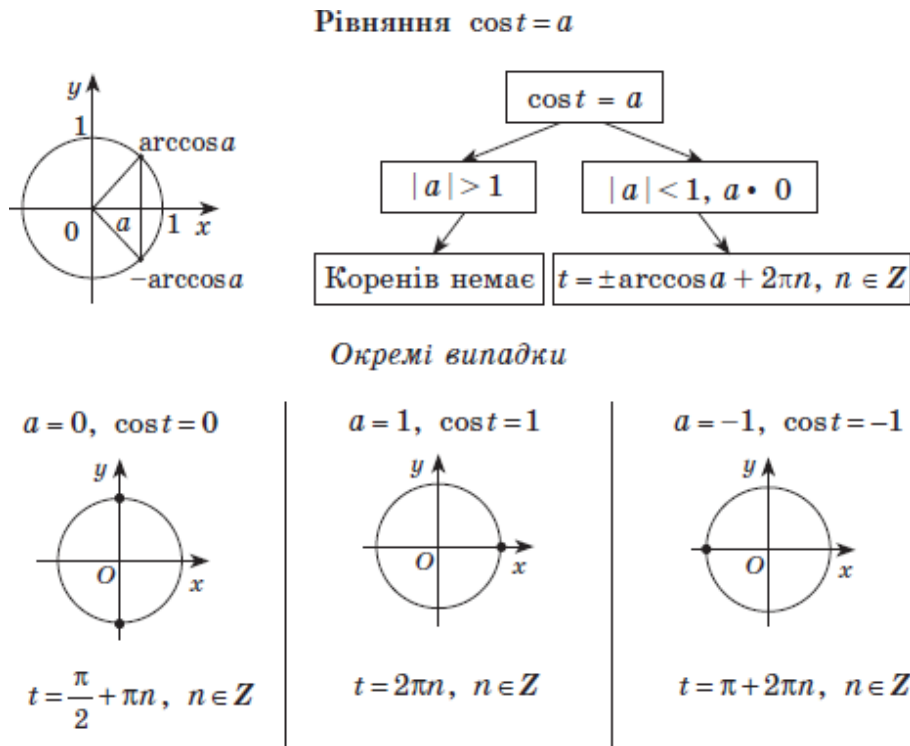


Рис 3.1. Корені найпростіших тригонометричних рівнянь

Отже, учні матимуть змогу систематизувати такі отримані знання.

Стимулюють також увагу учнів та мотивують до критичного мислення завдання, що не лише потрібно розв'язати, але й зрозуміти, що саме потрібно було знайти, тобто завдання на встановлення закономірності. Наведено приклади таких завдань.

Завдання. Встановити пропущені вирази або функції

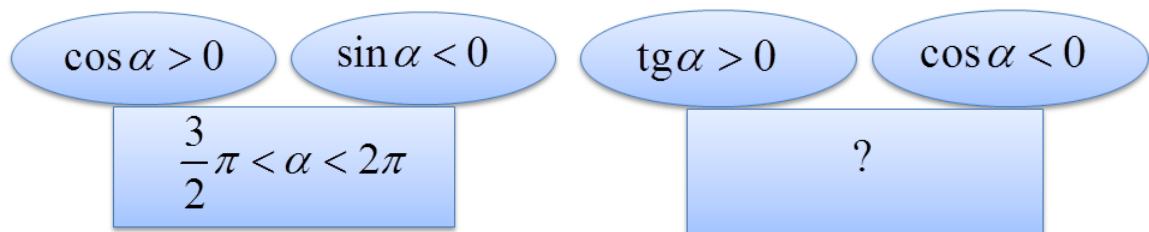


Рис.3.2 Завдання

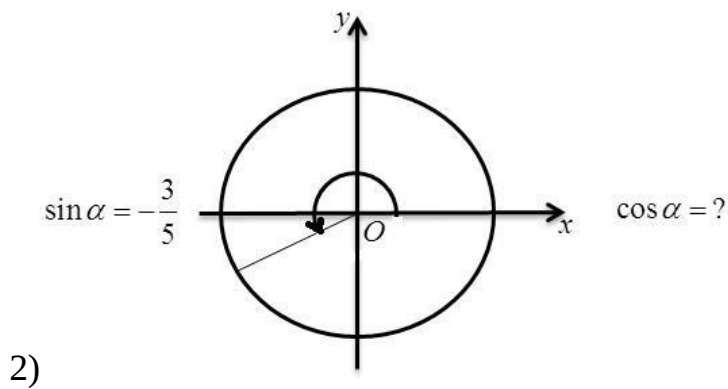


Рис.3.2. Завдання

Також, доцільно розв'язувати вправи на відповідність: установіть відповідність між рівностями та точками одиничного кола, для яких вони виконуються.

Приклади таких завдань: <https://learningapps.org/watch?v=p3c4ps43a18>).

За даною структурою уроку наступним етапом має бути повідомлення теми, мети і завдань уроку. Хоча, можна запропонувати учням це зробити і самостійно. Вчитель задає учня навідні питання, такі як: які основні методи розв'язування тригонометричних рівнянь відомі? (метод розкладання на множники та метод заміни) і розглядає наступні приклади, після чого учні сформулюють дану тему уроку.

|

Приклад 1. Розв'язати рівняння $|\cos 2x| = \sin 2x - 1$.

Очікувана відповідь. Знайдемо область значень функції $y = \sin 2x - 1$. Оскільки областю значень $y = \sin x$ є $-1 \leq \sin x \leq 1$, то і $-1 \leq \sin 2x \leq 1$, тоді $-2 \leq \sin 2x - 1 \leq 0$. Знайдемо область значень функції $y = |\cos 2x|$: $|\cos 2x| \geq 0$. Рівність $|\cos 2x| = \sin 2x - 1$ буде виконуватися лише у випадку, коли $|\cos 2x| = 0$ та $\sin 2x - 1 = 0$. Тобто маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} |\cos 2x| = 0, \\ \sin 2x - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos 2x = 0, \\ \sin 2x = 1; \end{cases}$$

Вчитель нагадує учням, що також для розв'язування деяких тригонометричних рівнянь можуть і застосовуватися властивості таких функцій, зокрема оцінка лівої або правої частин рівняння.

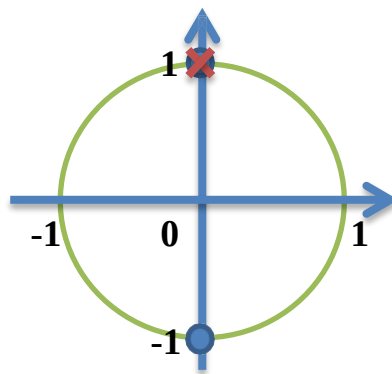


Рис.3.3 Одиничне коло

Розв'яжемо дану систему за допомогою бачимо одиничного кола.

Оскільки спільним розв'язком є одна точка, матимемо:

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Приклад 2. Розв'язати рівняння $\frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = y^2 - 4y + 5$

Очікувана відповідь. Розглянемо функції:

$$f(x) = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}; g(y) = y^2 - 4y + 5.$$

$g(y) = y^2 - 4y + 5 = (y - 2)^2 + 1$ $\min g(y) = 1$	$f(x) = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = \sin x$ $\min f(x) = -1$ $\max f(x) = 1$
---	---

Рівність $f(x) = g(y)$ виконується лише тоді, коли $f(x) = 1; g(y) = 1$,

тобто матимемо $\begin{cases} \sin x = 1, \\ (y - 2)^2 + 1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z, \\ y = 2. \end{cases}$

Відповідь: $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\right), n \in Z$.

Підсумовуючи урок, учні роблять висновок, що даним метод розв'язку тригонометричних рівнянь можна також назвати методом оцінки.

3.2 Застосування критичного мислення студентами на навчальних заняттях з математики

Звісно, творче завдання не передбачає прямого застосування алгоритмів. Їх використовують лише після адаптації до конкретної ситуації. Відоме правило слугує допоміжним інструментом для досягнення поставленої мети. Саме така форма аналогізації є характерною для аналізу творчого пошукового процесу.

Як зазначалося раніше, математика володіє власним методом пошуку істини, який базується на протиставленні — це метод доведення від супротивного. Його суть полягає у припущенні, що вірним є протилежне твердження. На цій основі будується стратегія реконструювання. Загалом вона застосовується значно рідше порівняно з іншими підходами (лише у 9% розв’язків), однак її частота помітно зростає у задачах, що потребують високого рівня творчості.

Порівняння часто завершується створенням нових рішень шляхом комбінування вже відомих елементів. Це є природним процесом для студентів, який зустрічається у близько 23% випадків. Адже студенти добре адаптовані до поєднання різних розділів математики під час розв’язання завдань, причому не лише математичних.

Різні прийоми комбінування, які використовуються як допоміжні методи у вирішенні задач, докладно описані Д. Пойєю. Ми неодноразово ілюстрували цей підхід, наприклад, застосовуючи результати аналітичної геометрії в математичному аналізі для обчислення означених інтегралів.

Решта результатів експериментального дослідження (майже 27%) була отримана шляхом змішування зазначених прийомів: дія за аналогією поєднувалася з комбінуванням структурних елементів і методів, іноді всупереч наявному аналогу.

Варто зазначити, що використовуючи однакові стратегічні дії, людина може застосовувати різні тактичні прийоми. Це можна проілюструвати на прикладі розв’язання задачі двома студентами.

Задача. Розв’язати рівняння відносно x : $\frac{a^2 + x}{b^2 - x} - \frac{a^2 - x}{b^2 + x} = \frac{4abx + 2a^2 - 2b^2}{b^4 - x^2}$

Студент А:

I крок: Потрібно звести ліву частину до спільного знаменника -

$$\frac{2a^2x + 2b^2x}{b^4 - x^2} = \frac{4bx + 2a^2 - 2b^2}{b^4 - x^2},$$

2 крок: Перенести вираз правої частини в ліву і ще раз зводити до спільного знаменника –

$$\frac{2a^2x + 2b^2x - 2abx - 2a^2 + 2b^2}{b^4 - x^2} = 0,$$

3 крок: Групувати елементи в чисельнику і відкидати знаменник -

$$b^4 - x^2 \neq 0, \quad \text{тому } 2x(a^2 - 2ab + b^2) + 2(b^2 - a^2) = 0,$$

4 крок: Згортати формулу і ділити на 2, перемістити другий доданок вправо

$$x(a-b)^2 = a^2 - b^2,$$

5 крок: зробити висновок –

якщо $a = b$, то рівняння має вид: $0 \cdot x = 0$, тобто розв'язком є будь-яке дійсне значення x , крім $x = b^2, x = -b^2$; якщо $a \neq b$, то $x = \frac{a+b}{a-b}$.

Студент У:

1 крок: домножити обидві частини рівності на вираз $b^4 - x^2$:

$$(b^2 + x)(a^2 + x) - (b^2 - x)(a^2 - x) = 4abx + 2a^2 - 2b^2,$$

2 крок: перемножити вирази –

$$2a^2x + 2b^2x = 4abx + 2a^2 - 2b^2,$$

3 крок: групувати елементи і скорочує на 2 –

$$x(a-b)^2 = a^2 - b^2, \quad \text{далі думки подібні, як у першому випадку.}$$

Аналізуючи пошукову активну діяльність двох студентів, можна зазначити, що обидва також використовували стратегію комбінування, та при цьому застосовували різні тактичні прийоми.

Математичні пошукові дії, що вже визначаються домінуючими тенденціями мислення розв'язувачів, значною мірою залежать від особистісного компоненту творчого процесу. Встановлено також, що успішність вирішення будь-якого нового завдання залежить від мотивації. С.Л. Рубінштейн зазначав, що мотивація є детермінанта поведінки, інтегрує людину у контекст діяльності.

Кожна задача викликає у суб'єкта певне ставлення, що також впливає на процес її оцінки. Це демонструє особливості мотивації мислення. У нашому експериментальному дослідженні завдання і не супроводжувалися заохоченнями, що учасники дуже швидко усвідомлювали. Основним стимулом для роботи виступали також пізнавальні потреби. З часом у процесі розв'язання задач всі ці мотиви розвивалися. Джерелом цього розвитку були також виявлені невідповідності між використаними діями і основною умовою задачі, а також протиріччя між даними, умовами та вимогами завдання.

Інтуїтивні моменти даного творчого математичного мислення відіграють одну з важливих ролей у пошуковому процесі. Вони гармонійно поєднуються з логічними компонентами на різних етапах формування і гіпотези розв'язку — від початкових кроків аж до її повного оформлення. Всі ці моменти також характерні для задач усіх різних класів.

Механізми інтуїтивних здогадок також базуються на діях за аналогією, комбінаторних та реконструктивних діях.

3.3 Стилi математичного мислення

У цій роботі ми зосереджуємося на аналізі математичного стилю, прагнучи дослідити індивідуально-особистісні фактори математичної діяльності студентів технічних університетів через визначені математичні стилі. Термін «стиль у математиці» широко використовується в історії та філософії математики, позначаючи характерні риси математичної творчості: особливості індивідуальних підходів, специфіку напрямів науки, риси наукових шкіл, регіональні відмінності та історичні періоди розвитку математики.

Цей багатогранний підхід викликає численні наукові дискусії. Існують різні модальні аспекти математичних висловлювань, які, за думкою автора, дозволяють диференціювати математиків за стилем мислення через відповідні модальні антології.

Частина уявлень у математиці, пов'язана з категоріями та логікою, принципово відрізняється від емпіричних уявлень як за генезисом, так і за функціями. На думку деяких дослідників, поєднання емпіричних і категоріальних систем у мисленні математиків є ключовою основою для диференціації стилів мислення.

Визначаючи математичний стиль як поєднання змісту та форми творчої діяльності, В.Є. Войцехович виділяє три фактори, що формують стилі мислення:

Особистісні риси вченого — інтелект, емоції, пам'ять, воля, система цінностей, перевага дискретного або неперервного мислення, спрямованість на нові відкриття чи обґрунтування наявного знання.

Характеристики математичного знання — доказовість, трансцендентність, формально-знаковий характер, орієнтація на істину, зв'язок із природничими та гуманітарними науками.

Соціокультурний контекст епохи — панівний світогляд, культурні особливості, наукові пріоритети.

Ці стилі розташовуються між полярними категоріями, такими як змістовий і формальний, дискретний і неперервний, національний і інтернаціональний, тимчасовий і вічний.

На думку автора, кожна людина володіє певним обсягом знань, які залишаються невисловленими і не стають загальнодоступними. У моменти осяяння таке приховане знання може бути вербалізоване та перетворене на явне, формалізоване у вигляді математичних символів і термінів. На цій основі запропоновано виділити два основні стилі: аналітичний та інтуїтивний.

Таким чином, математичний стиль визначається як сукупність індивідуальних рис, що відрізняють діяльність одного математика від іншого, не зачіпаючи технологічних аспектів, і є відображенням багатогранності цієї діяльності та її результатів. Стиль мислення — це індивідуальний почерк, притаманний кожній особистості.

Аналізуючи процес пошуку рішень у творчих математичних задачах студентів технічних університетів, ми спробували виділити їхні математичні стилі. Критеріями поділу були роль несвідомих актів і характер усвідомлених логічних кроків у пошуковому процесі. Для цього ми досліджували процес розв'язання ними конкретних завдань.

Розв'язати рівняння: $x + \frac{1}{x} = 3\frac{1}{3}$

1. Побудувати трикутник, що проходить через 4 точки, які розміщені так, що жодні з трьох не лежать на одній прямій, з'єднавши їх трьома відрізками, щоб при цьому не відривати олівця від паперу.

2. З точки C на колі опущено два перпендикуляри CA і CB на два взаємноперпендикулярні діаметри. Обчислити величину відрізка AB, якщо радіус кола рівний 5см.

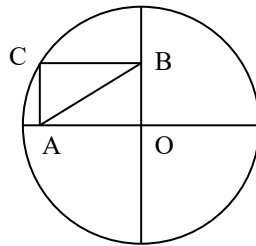


Рис.3.4 Коло

Це задачі з багатозначним змістом, які містять приховану проблему. Перша та третя задачі допускають кілька варіантів розв'язання, кожен із яких базується на різних узагальнених схемах, що відображають певний зміст завдання. У процесі розв'язання цих задач мислення має враховувати логічний, числовий і просторовий аспекти.

Крім того, пошук розв'язків передбачає появу інтуїтивних здогадок. Саме аналіз мисленнєвих дій, що виникають під час розв'язання цих задач, було покладено в основу диференціації математичних дій за стилями мислення.

Першу задачу можна швидко розв'язати, коли здогадатись переструктурувати рівняння таким чином: $x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$, звідки слідує, що $x = 3$, або $x = \frac{1}{3}$.

Зміст догадки в третій задачі полягає в побудові ще одного радіуса з точки С. Оскільки діагоналі прямокутника рівні, то шукана діагональ АВ рівна радіусу СО, отже $AB = 5\text{см}$.

Однак ці задачі можуть бути розв'язані і без використання зазначених здогадок. У таких випадках здогадки лише сприяють пришвидшенню розв'язання та слугують ілюстраціями процесу виникнення несвідомих мисленнєвих знахідок і їхньої ролі у вирішенні творчих математичних завдань.

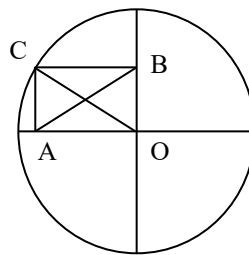


Рис.3.5 Коло

Друга задача підсвідомо спонукає розв'язуючого до певної трафаретної дії.

Сприймаючи чотири точки як вершини уявного чотирикутника, розв'язуючі мисленнєво залишаються в його межах. Більш того, вони сприймають задані точки за вершини чотирикутника. В той час, як розв'язок потребує виходу за межі уявного чотирикутника й відмови від використання даних точок як вершин майбутнього трикутника. Тобто, аналіз пошукового процесу в цьому випадку також дає інформацію про взаємодію усвідомлених і неусвідомлених мисленнєвих актів.

Проаналізувавши пошуковий процес студентів, ми виділили 3, на нашу думку, різних за характером перебігу, шляхи подолання математичної проблеми. Проілюструємо це на вказаних задачах.

Перша задача.

I. З'ясовується область визначення ($x \neq 0$) і проводяться наступні алгебраїчні перетворення: $\frac{x^2+1}{x} - \frac{10}{3} = 0$, $3x^2 + 3 - 10x = 0$ $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

Отриманий результат перевіряється методом підстановки.

II. Після короткотривалого вивчення умови виникає догадка, про яку згадувалось вище, і на її основі відразу подається відповідь: $x = 3$, а через певний період - $x = \frac{1}{3}$.

III. Не з'ясовуючи область визначення, розпочинаються алгебраїчні перетворення: $\frac{x^2+1}{x} - \frac{10}{3} = 0$. Після короткої паузи подальші перетворення рівняння припиняються, оскільки розв'язувачі починають сумніватися в доцільності виконаних дій. На їхню думку, рівняння стало більш складним, тому вони повертаються до початкового вигляду. У процесі детального аналізу структурних елементів рівняння з'являється здогадка про необхідність розчленування дробового числа, після чого відразу записується один із коренів $x = 3$. Інший корінь на цьому етапі не знаходиться — його вдається визначити лише після подальших пошукових дій, часто вже на етапі перевірки.

3.4 Розв'язання задач на дослідження при диференціально-інтегральному стилі математичного мислення

Розв'язання задач на дослідження є яскравим прикладом прояву інтуїтивного компонента творчого математичного мислення. Уже на перших етапах, аналізуючи вимоги на кшталт «дослідити», «з'ясувати», «чи правильно?», «чи існує?», «чи залежить?», суб'єкт інтуїтивно інтерпретує ці вимоги, переформулюючи їх у зрозумілій для себе формі. Такий підхід уже неодноразово ілюструвався у попередніх розділах.

Задачі цього типу потребують інтуїтивного передбачення математичного результату за заданих умов, ще до початку формальних математичних дій. Це передбачення спирається на несвідоме виділення певних властивостей математичних об'єктів, що згадуються у задачі, і на їх поєднання у нові структурні елементи для формування необхідних властивостей, умов чи наслідків.

Залежно від підходу до мислення, можна виділити три стилі творчого математичного мислення:

Диференціальний стиль – акцент на логічно обґрунтованих мисленнєвих кроках протягом усього процесу розв'язання.

Інтегральний стиль – фокус на висуненні ідеї, яка базується на здогадці та пізніше обґрунтовується.

Диференціально-інтегральний стиль – одночасний розвиток кількох напрямків пошуку, заснованих як на логіці, так і на інтуїтивних здогадках.

Ці стилі по-різному впливають на значущість різних етапів розв'язання. Для диференціального стилю ключовим є процес розуміння задачі; для інтегрального — формування гіпотези; для диференціально-інтегрального — апробація математичних гіпотез.

Оскільки мисленнєві стратегії визначають творчі математичні потенції, вони по-різному проявляються у кожному стилі.

Студенти з диференціально-інтегральним стилем мислення зазвичай починають пошук рішень у стані часткового нерозуміння умови чи навіть вимоги задачі. Формування гіпотези розв'язку базується на певному початковому трактуванні вимоги, однак у процесі пошуку її зміст може уточнюватися, змінюючи напрям мисленнєвих дій.

Аналіз пошукової діяльності при цьому стилі можна проілюструвати на прикладі розв'язання задачі. Після короткого ознайомлення зі змістом задачі починаються пошукові дії, спрямовані на уточнене та перефразоване завдання.

Знайти значення параметра a , при яких нерівність виконується для будь-якого x .

Вони намагаються це зробити шляхом перебору різних варіантів, тому поле пошуку поділяється на дві частини: $a > 10$.

$$4\cos^2 x - 4a \sin x < 10 - a.$$

Нехай $10 - a < 0$, тобто $a > 10$, тоді

$$4\cos^2 x - 4a \sin x < 0,$$

$$\cos^2 x < a \sin x,$$

$$4a \sin x > 0,$$

тому, $\sin x > 0$, бо $a > 10$, отже $a > 0$

Оскільки з цієї умови випливають обмеження на значення x , то таке припущення про величину a не задовольняє вимогу і не приведе до відповіді на вихідне запитання задачі.

Нехай $10 - a \geq 0$, тобто $a \leq 10$, тоді потрібно оцінити ліву частину нерівності:

$$4\cos^2 x - 4a \sin x = 4(\cos^2 x - a \sin x),$$

$$\cos^2 x - a \sin x < \frac{10 - a}{4},$$

$$\cos^2 x - \frac{5}{2} < a(\sin x - \frac{1}{4})$$

На цьому етапі пошуковий процес зупиняється. Вдалося з'ясувати, що при $a > 10$ таких значень a не існує, а у випадку $a \leq 10$ пошуковий процес зайшов у безвихідь, тому студент повертається до тексту завдання. Через певний період він знову повертається до вивчення умови. Тепер робиться акцент на тому, що значення x мусять бути будь-якими, а значення параметра a – хоч би одне, тому знову вивчається вихідна нерівність і розпочинається підбір потрібного значення a :

$$a = 0, \quad 4\cos^2 x < 10 - \text{справедливо для будь-якого } x;$$

$$a = 1, \quad 4\cos^2 x - 4\sin^2 x = 4\cos 2x < 9 - \text{справедливо для будь-якого } x;$$

$$a = 2, \quad 4\cos^2 x - 8\sin^2 x = 4 - 12\sin^2 x < 8 - \text{справедливо для будь-якого } x \text{ і т.д.}$$

Процес підбору варіантів зупиняється після перевірки кількох конкретних значень параметра. Отриманий результат задовольняє умову задачі, дозволяючи досліднику дати ствердну відповідь на запитання: «Так, таке значення параметра

існує». Однак суб'єктивне задоволення від такого розв'язку залишається невідчутним, тому пошук продовжується.

Перехід від однієї гіпотези до іншої під час розв'язання дослідницьких задач відбувається завдяки переформулюванню вихідної вимоги задачі.

Інтуїтивні здогадки, що супроводжують цей процес, здебільшого пов'язані зі змістом цієї вимоги. У ході розробки однієї ідеї може виникнути нова здогадка, яка змінює напрям пошуку: розпочатий шлях припиняється, і мисленнєві зусилля спрямовуються на розробку іншої гіпотези. Такі переключення можуть відбуватися неодноразово. Їх основою є інше розуміння суті задачі, зокрема її вимоги, яке виявляється у зміненому формулюванні задачі «для себе».

Навіть завершуючи пошукову діяльність, дослідник часто вагається, який саме варіант розв'язку вважати остаточним, оскільки кілька знайдених варіантів можуть відповідати вихідній умові задачі. Зазвичай перевіряється кілька розв'язків, і нерідко подається кілька відповідей, що свідчить про функціонування різних уявлень про розв'язок.

Несвідомі мисленнєві акти є невід'ємною частиною пошукової діяльності у кожному стилі творчого математичного мислення.

Для диференціального стилю інтуїтивні знахідки виникають у процесі логічних дій, зосереджених на вивченні умови задачі та перевірці її структурних елементів, і відіграють важливу роль у переформулюванні умов задачі.

При інтегральному стилі здогадки дозволяють сформувати цілісне уявлення про умову задачі навіть без глибокого попереднього аналізу, що сприяє формуванню гіпотез розв'язку.

У диференціально-інтегральному стилі інтуїтивні дії виникають у ході недостатньо організованих пошуків. Вони можуть суттєво змінити напрям пошуку, забезпечити цілісне уявлення про задачу (або кілька варіантів такого уявлення) та прискорити процес розв'язання.

Дослідження стилів творчого математичного мислення, проведене під час розв'язання задач різних класів, підтверджує, що загальний характер пошукових дій, властивий певному стилю, залишається сталим незалежно від типу задач.

Проте виявлено відмінності в пошуковій діяльності, які стосуються змісту, функціонування та значущості окремих компонентів творчого математичного мислення: логічного, інтуїтивного, числового, символічного та просторового.

1. Метод раптових заборон полягає в забороні студентам на певному етапі розв'язання використовувати певні прийоми.

Задача №1.

Відправляючись у подорож, турист розрахував витратити дорогою 72 гривні. Протягом перших k днів його витрати співпадали з розрахунками, а потім він почав витрачати щодня на одну гривню більше, ніж розраховував. В дорозі він затримався на один день, тому витратив на всю подорож на 23 гривні більше, ніж розраховував. Скільки днів продовжувалась подорож?

Щоб розв'язати задачу студент вводить змінну величину x , і позначає так ту кількість днів, що турист був у подорожі. Потім описує дану ситуацію рівнянням:

$$\frac{72k}{x-1} + \frac{71+x}{x-1}(x-k) = 95, \text{ що легко зводиться до зрозумілого квадратного}$$

рівняння: $x^2 - (k+24)x + k + 95 = 0$, яке має два дійсні корені:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}(k+24 \pm \sqrt{k^2 + 44k + 196})$$

Тепер, щоб знайти конкретне значення коренів, студент надає різних значень параметрові k : $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Затративши достатньо часу, він зумів перевірити кілька таких послідовних значень k і хоча жоден з них не задовольнив задачу, бажання все таки студента працювати в такому самому напрямі збереглося. Проте, в пошукову роботу втручається експериментатор.

Не користуйтеся даним методом. Визначте можливі значення коренів у загальному вигляді.

k - повинно бути додатнім, відмінним від нуля. $k = 1, 2, \dots$ (замислюється)
 x_1, x_2 - це кількість днів, тому можуть також приймати лише цілі та додатні значення. Отже $k \pm \sqrt{k^2 + 44k + 196}$ - натуральне парне число: $k = 2n$, тобто $x_{1,2} = n + 12 \pm \sqrt{n^2 + 11n + 49}$, а тому $\sqrt{n^2 + 11n + 49}$ - ціле додатне число і т. д.

Ми спостерігали, як раптова заборона сприяла руйнуванню стереотипного підходу до діяльності. Мислення стало більш гнучким, що дозволило глибше усвідомити отриманий проміжний результат. Це підтверджується подальшими мисленнєвими кроками. З'являються нові, якісно відмінні прогнози щодо значення шуканого розв'язку. Активізуються дії з перевірки, що сприяють зниженню витрат мисленнєвих зусиль. Усе це разом формує здатність змінювати підхід до розв'язання задач залежно від нових обставин.

3.5 Апробація результатів роботи

Проходивши практику у Івано-Франківському приватному закладі ліцеї "ВС СКУЛ" (ліцей з дошкільним відділенням, початковою школою та гімназією) та у ВСП "Фаховий коледж електронних приладів ІФНТУНГ" я мала можливість здійснити апробацію розробок магістерського дослідження.

Також 12-13 листопада взяла участь у Міжнародній науковій інтернет-конференції: Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення (випуск 93), м. Тернопіль, Україна, м. Ополе, Польща. Тема – Критичне мислення при розв'язуванні рівняння лінійної фільтрації за законом Дарсі при дослідженні малих витоків з газопроводів.
<http://www.konferenciaonline.org.ua/us/article/id-1950/>

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Розвиток критичного мислення надає учням значні переваги для формування сильної особистості. Це включає навчання загальним прийомам розумової діяльності, таким як пошук аналогій, виявлення закономірностей, встановлення залежностей між об'єктами та поняттями, порівняння, виділення спільного й особливого, формування логічних висновків. Крім того, розвивається критичне мислення через дослідження й розв'язання задач засобами математичного моделювання. Такий підхід підсилює основний принцип навчання — заохочення учнів до пізнання навколишнього світу, зокрема за допомогою комп'ютерної підтримки у пошуку інформації.

Творчий математичний процес має суб'єктивно унікальний характер. Вивчення індивідуальних і особистісних факторів, які впливають на пошукову діяльність, можна здійснювати через аналіз стилів діяльності людини в певній галузі. Творчий математичний стиль є інструментальною характеристикою пошукового процесу в математиці. Він відображає своєрідність індивідуального підходу до обробки інформації, залишається стабільним у часі та різних умовах, і характеризує психологічні особливості діяльності людини.

У пошуковій діяльності студентів, які розв'язують творчі математичні задачі, виділяють три стилі мислення:

1. Диференціальний стиль — акцент на логічно структурованих діях протягом усього процесу.
2. Інтегральний стиль — фокус на інтуїтивних здогадках, які згодом обґрунтовуються.
3. Диференціально-інтегральний стиль — поєднання логічних дій та інтуїтивних здогадок, які розробляються одночасно.

Критерієм для такого поділу є характер усвідомлених мисленнєвих дій та роль несвідомих актів у процесі пошуку. Незалежно від стилю мислення, для студентів з різними підходами характерна спільна структура пошукових етапів і мікроетапів, хоча значущість окремих компонентів може варіюватися.

Активізація пошукових дій досягається через досвід розв'язання творчих математичних задач в умовах ускладнення, яке спрямоване на стимулювання базових компонентів мислення.

Дослідження було зосереджене на вивченні творчого математичного мислення через його ключові складові:

- процес розуміння завдання;
- процес прогнозування можливого розв'язку;
- процес апробації математичних гіпотез.

Аналіз результатів акцентувався на динаміці цих процесів, факторах, що впливають на їхню успішність, і умовах, які сприяють активізації та оптимізації мислення. У фокусі дослідження також були індивідуальні стилі творчого мислення, притаманні студентам, які розв'язували творчі математичні задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дрінь Н.Я. Критичне мислення при розв'язуванні рівняння лінійної фільтрації за законом Дарсі при дослідженні малих витоків з газопроводів Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення: матеріали міжнародної наукової інтернет-конференції (випуск 93), м. Тернопіль, 12-13 листопада 2024 р. Тернопіль, 2024. С. 96-98.
2. Державний стандарт базової середньої освіти : постанова Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р., № 898
3. Кроуфорд А., Саул В., Метьюз С., Макінстер Д. Технології розвитку критичного мислення учнів / Наук. ред., передм. О.І. Пометун. – К.: Плеяди, 2006. – 220с.
4. Ліпман М. Чим може бути критичне мислення / Метью Ліпман // Вісник програм шкільних обмінів. – 2006. – № 27. – С. 17-23.
5. Макаренко В. М. Технологія формування та розвитку критичного мислення // Математика в школах України. – 2007. – № 26. – С. 2–10.
6. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра(підручник) 9 клас. – Х.: «Гімназія». 2010 – 320 с.
7. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу: підручник для 10 (академічний рівень). - Х.: «Гімназія». 2010 – 320 с.
8. Наволокова Н. П. Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій. – Х.: Вид. група «Основа», 2009. – 176 с.
9. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
10. Стіл Дж., Мередит К., Темпл Ч. Методична система “Розвиток критичного мислення у навчанні різних предметів” (Підготовлено для проекту “Читання та письмо для розвитку критичного мислення”) / Посібники I-VIII. – Науково-методичний центр розвитку критичного та образного мислення

“Інтелект”, 1998.

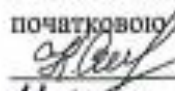
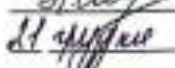
11.Тягло О. В. Критичне мислення: навч. посіб. [Текст] / О. В. Тягло. – Х.: Вид. група «Основа», 2008. – 189 с.

12.Тягло О. Післямова до статей Метью Ліпмана і Марка Вайнстейна / О. Тягло // Вісник програм шкільних обмінів. – 2006. – № 27. – С. 26-27.

13.Урок математики в сучасних технологіях: теорія і практика: Розвиток критичного мислення: Навч. – метод. посібник / Упоряд. І.С. Маркова – Х.: Вид. група «Основа». 2007 – 125с.

14.Шарко В.Д. Сучасний урок: технологічний аспект: Посібник для вчителів і студентів. – К.: СПД Богданова А.М., 2007.

ДОДАТОК А

Директор Івано-Франківського
приватного закладу ліцею "ВС СКУЛ",
ліцей з дошкільним відділенням,
початковою школою та гімназією
 Світлана КЛІМКОВСЬКА
 2023 року

АКТ

використання результатів виконаної науково-дослідної роботи

Дрінь Наталії Ярославівни

За матеріалами науково-дослідної роботи Дрінь Наталії Ярославівни на тему «Формування критичного мислення здобувачів освіти при розв'язуванні рівнянь і нерівностей та аналізі їх коренів», виконаної у період 01.11.2023р.-15.12.2023р. в рамках виконання науково-дослідної теми кафедри математики та інформатики і методики навчання «Інноваційні методи навчання математики» розроблено три заняття для 10 класу, кожне заняття розраховано на 1,5 год. Матеріали науково-дослідної роботи можна використовувати при проведенні індивідуальних занять та в позакласній роботі.

Комісія в складі:

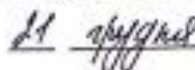
Голова комісії: Світлана Клімковська, директор ліцею "ВС СКУЛ";

Члени комісії:

Надія Яцента, заступник директора з навчально-виховної роботи;

Наталія Дмитрієва, вчитель математики вищої кваліфікаційної категорії

встановили використання в процесі освітньої діяльності ліцею матеріалів науково-дослідної роботи при проведенні позакласних занять з математики з учнями 10 класу з метою популяризації використання ІКТ в освітніх цілях.

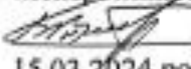
 2023 р.

Голова комісії:  Світлана КЛІМКОВСЬКА

Члени комісії:  НАДІЯ ЯЦЕНТА

 НАТАЛІЯ ДМИТРІЄВА

ДОДАТОК Б

Директор ВСП "Фаховий коледж
електронних приладів ІФНТУНГ"
 Василь БЕРЕГОВСЬКИЙ
15.03.2024 року

АКТ

використання результатів виконаної науково-дослідної роботи

Дрінь Наталії Ярославівни

За матеріалами науково-дослідної роботи Дрінь Наталії Ярославівни на тему «Формування критичного мислення здобувачів освіти при розв'язуванні рівнянь і нерівностей та аналізі їх коренів», виконаної у період з 05.02.2024 року по 15.03.2024 року в рамках виконання науково-дослідної теми кафедри математики та інформатики і методики навчання «Інноваційні методи навчання математики» розроблено три навчальні заняття для академічної групи другого курсу ПП-22-01. Кожне заняття розраховано на 2 академічні години. Матеріали науково-дослідної роботи можна використовувати при проведенні індивідуальних занять та в позааудиторній роботі.

Комісія в складі:

Голова комісії: Василь БЕРЕГОВСЬКИЙ, директор ВСП "Фаховий коледж електронних приладів ІФНТУНГ";

Члени комісії:

Оксана КУЧЕРЕНКО, заступниця директора з виховної роботи;

Ірина ФЕДЕЙКО, викладач математики вищої кваліфікаційної категорії.

встановили використання в процесі освітньої діяльності Коледжу матеріалів науково-дослідної роботи при проведенні позааудиторних занять з математики з академічною групою другого курсу ПП-22-01 з метою популяризації використання ІКТ в освітніх цілях.

15.03.2024 р.

Голова комісії:

Члени комісії:

Василь БЕРЕГОВСЬКИЙ

Оксана КУЧЕРЕНКО

Ірина ФЕДЕЙКО



ДОДАТОК В



www.konferenciaonline.org.ua

**Міжнародна наукова
інтернет-конференція**

**Інформаційне суспільство:
технологічні, економічні
та технічні аспекти становлення**

Випуск 93

ISSN 2522-932X

Google Scholar

AKADEMIA NAUK STOSOWANYCH
WYŻSZA SZKOŁA ZARZĄDZANIA I ADMINISTRACJI
W OPOLE

12-13 листопада 2024 р.

м. Тернопіль, Україна – м. Ополе, Польща
2024

ДОДАТОК Г

*Дрінь Наталія Ярославівна,
кандидат технічних наук, кафедра зберігання та
транспортування енергоносіїв, Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ
ORCID: 0000-0002-2386-6996*

*Антонюк Назар Володимирович, кафедра зберігання та
транспортування енергоносіїв, Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ*

**КРИТИЧНЕ МИСЛЕННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯННЯ ЛІНІЙНОЇ
ФІЛЬТРАЦІЇ ЗА ЗАКОНОМ ДАРСІ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ
МАЛИХ ВИТОКІВ З ГАЗОПРОВОДІВ**

Інтернет-адреса публікації на сайті:
<http://www.konferenciaonline.org.ua/ua/article/id-1950/>

У пошуковій діяльності науковців, що розв'язують творчі математичні задачі, можна виділити три стилі математичного мислення: диференціальний, інтегральний, диференціально-інтегральний. Критерієм такого поділу можна вважати характер перебігу усвідомлених мисленнєвих кроків та місце і роль у пошуковому процесі неусвідомлених актів. При цьому, в пошуковому процесі

96



www.konferenciaonline.org.ua

C E R T I F I C A T E

is hereby granted to

Дрінь Наталія Ярославівна

*for participation in the International Scientific Internet Conference «Information society: technological, economic and technical aspects of formation» (issue 93)
with a publication on the topic:*

**«КРИТИЧНЕ МИСЛЕННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯННЯ ЛІНІЙНОЇ
ФІЛЬТРАЦІЇ ЗА ЗАКОНОМ ДАРСІ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ МАЛИХ
ВИТОКІВ З ГАЗОПРОВОДІВ».**

Form of participation: remotely, duration of conference is 18 hours 0,6 ECTS credits

Conference was held with the assistance and participation of Public Organization "Scientific Community" and Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu



Ternopil - Opole
November 12-13, 2024

KO №01407