

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника²²

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

**на тему: «Вивчення елементів стохастики у шкільному курсі математики
засобами цифрових технологій»**

Виконала: магістрантка групи СОМ(М)(З)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Клевець Марія Любомирівна

Керівник Заторський Роман Андрійович

Рецензент _____

(прізвище та ініціали)

Івано-Франківськ – 2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1	6
ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ У НАВЧАННІ СТОХАСТИКИ	6
1.1. Місце і роль стохастики на уроках математики	6
1.2 Теоретичні основи введення ймовірісно-статистичної лінії в шкільний курс математики.....	12
1.3. Методика вивчення теорії ймовірностей і елементів статистики. 19	
Висновки до розділу 1	24
РОЗДІЛ 2	26
ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИКИ.....	26
2.1. Методичні прийоми та рекомендації використання цифрових технологій на уроках математики.....	26
2.2. Використання онлайн сервісів для створення вправ та тестувань	30
2.3. Використання онлайн сервісів для розв’язання та візуалізації задач	36
Висновки до розділу 2.....	40
РОЗДІЛ 3	42
РОЗРОБКА ВЕБКВЕСТУ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИКИ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ.....	42
3.1. Особливості використання сервісу Genially	42
3.2. Вебквест «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає».....	44
3.3. Апробація та аналіз її результатів	48
Висновки до розділу 3.....	53
ВИСНОВКИ	55
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	57
ДОДАТКИ.....	62

ВСТУП

Актуальність дослідження. Сучасне суспільство все більше стикається з необхідністю аналізу випадкових процесів та прийняття рішень в умовах невизначеності, що робить важливим включення елементів стохастики до навчальних програм середньої освіти.

Вивчення стохастичних процесів дозволяє школярам формувати навички логічного та критичного мислення, що є необхідним для адаптації до сучасного світу. Одночасно, впровадження цифрових технологій у навчальний процес відкриває нові можливості для інтерактивного вивчення складних математичних понять. Зокрема, цифрові інструменти сприяють візуалізації й моделюванню стохастичних процесів, підвищуючи якість засвоєння матеріалу та мотивуючи учнів до глибшого розуміння теми.

У контексті швидкого розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та їх інтеграції в освітній процес, використання цифрових технологій для вивчення стохастики стає не лише бажаним, але й необхідним, що дозволяє не тільки адаптувати навчальні програми до потреб сучасності, але й покращити рівень математичної підготовки учнів, формуючи у них компетентності, необхідні для подальшого навчання та професійної діяльності в умовах цифрового суспільства.

Розробкою даної проблеми займалося багато науковців, представники різних галузей науки. Проблеми створення і впровадження комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики в закладах освіти досліджували М. Жалдак, О. Штонда, О. Яременко та інші [17, 37, 39]. Таким чином, дослідження проблеми вивчення елементів стохастики засобами цифрових технологій є вкрай актуальним, оскільки воно сприяє підвищенню ефективності навчання та відповідає вимогам сучасної освітньої парадигми, орієнтованої на інновації та розвиток цифрових компетентностей.

Мета дослідження полягає в розробці та обґрунтуванні методичних підходів до вивчення елементів стохастики у шкільному курсі математики із застосуванням цифрових технологій для підвищення ефективності навчання, мотивації учнів та розвитку їхніх математичних компетентностей.

Завдання дослідження дослідження наступні:

- Проаналізувати місце та роль елементів стохастики в шкільному курсі математики.
- Описати теоретичні основи введення ймовірнісно-статистичної лінії в шкільну програму.
- Розробити методичні прийоми використання цифрових технологій для вивчення стохастики на уроках математики.
- Оцінити ефективність онлайн-сервісів для створення вправ, тестувань і розв'язання задач зі стохастики.
- Запропонувати інтерактивні дидактичні матеріали з використанням цифрових інструментів.
- Провести аналіз результатів практичної реалізації впровадження цифрових технологій у вивченні елементів стохастики.

Об'єктом дослідження є процес вивчення елементів стохастики в шкільному курсі математики.

Предметом дослідження постають засоби цифрових технологій та їхнє використання у навчальному процесі для викладання елементів стохастики.

Методи дослідження: аналіз та синтез(для опрацювання наукових джерел, аналізу існуючих підходів до викладання стохастики у шкільному курсі математики, а також для узагальнення отриманих результатів і формулювання висновків та рекомендацій щодо впровадження цифрових технологій у навчальний процес); класифікація та систематизація(для структурування інформації щодо методів і технологій викладання

стохастики, зокрема з використанням цифрових інструментів, а також для організації матеріалів дослідження); анкетування та інтерв'ю(для збору інформації від вчителів та учнів щодо ефективності застосування цифрових технологій під час вивчення елементів стохастики, а також для виявлення потреб і побажань учасників освітнього процесу); педагогічний експеримент(для перевірки розроблених методичних підходів у реальних умовах навчального процесу та оцінки їхньої ефективності на основі отриманих результатів).

Структура роботи. Кваліфікаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаної літератури та додатків. Загальний обсяг дипломної роботи складає 63 сторінки. Список використаних джерел нараховує 39 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ У НАВЧАННІ СТОХАСТИКИ

1.1. Місце і роль стохастики на уроках математики

Стохастика охоплює два важливих розділи математики: теорію ймовірностей та математичну статистику, які використовуються для вивчення випадкових явищ. В Україні елементи стохастики стали частиною шкільної програми з математики з 1996 року. Історично, стохастика з'явилася завдяки аналізу азартних ігор, демографічних переписів та питань майнового страхування. У 17 столітті ці питання досліджували відомі французькі математики Блез Паскаль та П'єр Ферма [12].

Ключовим поняттям стохастики є стохастичний експеримент. Це випробування, результат якого заздалегідь передбачити неможливо через його випадковий характер. Однак, не кожен експеримент із випадковістю є стохастичним, і надання точного визначення цього поняття є доволі складним завданням. Одна з головних ознак стохастичного експерименту полягає в тому, що його можна багаторазово повторювати за однакових умов, і результати попередніх випробувань не впливатимуть на результати наступних. Такі результати називаються випадковими подіями або просто подіями.

Теорія ймовірностей відіграє суттєву роль у викладанні математики, адже допомагає учням краще розуміти ймовірність подій і приймати рішення на її основі. Теми з теорії ймовірностей, що можуть вивчатися в школі, охоплюють базові ймовірності, комбінаторні методи, розподіли ймовірностей, статистику тощо[12].

Автор [15] визначив мету викладання стохастики – «це не лише ідейне збагачення курсу математики, але й посилення його розвиваючого та прикладного значення, а також формування у школярів стохастичного мислення».

На сучасному етапі шкільної математичної освіти основними цілями навчання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики є (рис.1.1.):



Рис.1.1. Цілі вивчення стохастики.

Введення теорії ймовірностей у шкільний курс математики ґрунтується на теоретичних основах стохастичних процесів. Глибоке і правильне розуміння основних положень теорії ймовірностей вимагає чіткого усвідомлення змісту вихідних базових понять і постійного зв'язку теорії з практикою.

Етапи формування стохастичних уявлень, знань і вмінь учнів, які мають здібності до математики, полягають у наступному(рис.1.2.):

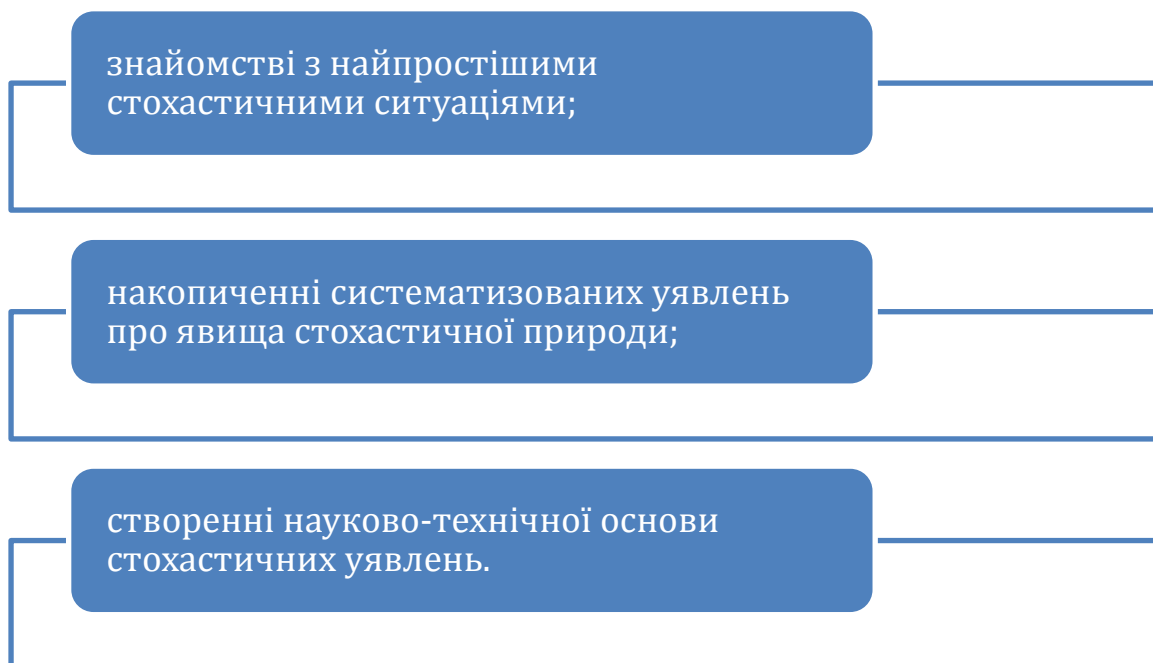


Рис.1.2. Етапи вивчення стохастики.

Вибір підходу до викладання таких дисциплін, як "Основи теорії ймовірностей" та "Вступ до статистики", в класах з різним профілем навчання має велике значення. Важливо знайти баланс між строгістю викладу, зрозумілістю та прикладною спрямованістю матеріалу. У математичних класах подання матеріалу зазвичай має абстрактний характер, з великою кількістю формальних доведень, а значна частина навчального матеріалу виноситься на самостійне опрацювання [13].

В роботі застосовується емпіричний підхід до введення поняття ймовірності, що дозволяє учням інтуїтивно засвоїти не лише саме поняття, але й аксіоматичну основу сучасної теорії ймовірностей. Статистична ймовірність (або відносні частоти) є більш зрозумілою, враховуючи вік учнів, їх рівень математичної підготовки, життєвий досвід, абстрактне мислення та здатність до узагальнення [13]. Отже, вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики доцільно починати з поняття статистичної ймовірності та її властивостей.

При вивченні основ теорії ймовірностей та вступу до статистики найбільші труднощі, як правило, виникають при використанні теоретичних знань для розв'язання прикладних і практичних задач. Під час розробки методики формування ймовірнісно-статистичного мислення учнів у процесі розв'язання задач з теорії ймовірностей та статистики необхідно зважати на такі принципи(рис.1.3.):



Рис.1.3. Принципи вивчення теорії ймовірності та статистики.

Методика повинна сприяти розвитку критичного мислення учнів, щоб вони могли аналізувати та оцінювати інформацію, з якою стикаються у повсякденному житті. Індивідуалізація самотійних і домашніх завдань, з обов'язковою подальшою перевіркою, сприятиме формуванню навичок самотійної роботи. Індивідуальні практичні завдання для розв'язання стохастичних задач допоможуть учням опанувати застосування ймовірнісно-статистичних методів та понять на практиці в школі [19].

Інтеграція ймовірнісно-статистичної складової у шкільний курс математики сприяє розвитку логічного мислення учнів, оскільки їм доводиться аналізувати велику кількість інформації, встановлювати зв'язки між різними елементами та вміти вирішувати складні задачі, використовуючи стохастичні методи. Це також надає учням можливість застосовувати отримані знання у реальних життєвих ситуаціях [15].

Однією з головних цілей навчання наукових дисциплін у школі є формування наукового світогляду. Наукова картина світу, яка розвивається в процесі навчання, є важливою складовою світогляду учнів. Вона відображає сучасні інтеграційні процеси в науці та сприяє розвитку наукового мислення. У процесі вивчення природничих наук формуються наукові локальні картини світу, такі як біологічна, економічна, хімічна, фізична тощо. Математичні моделі є універсальним інструментом для наукового пізнання та інтеграційним елементом у процесі формування наукової картини світу в учнів.

У цьому контексті стохастична складова відіграє особливу роль, оскільки статистичні та ймовірнісні моделі допомагають не лише вивчати природні процеси, але й досліджувати явища соціальної реальності. Методи теорії ймовірностей і математичної статистики стали важливим інструментом для аналізу сучасної фізики, біології та економіки. Вони широко застосовуються для прогнозування та вивчення різноманітних явищ і процесів, зокрема в економіці, де вони використовуються для аналізу приватизації, вдосконалення ринкових відносин тощо.

Шкільний курс математики, зокрема стохастики, відіграє важливу роль у формуванні загального світогляду учнів, їхнього розуміння навколишнього світу та ролі людини в ньому, а також підготовці до майбутнього життя. На думку Шевчука Л. Д., «вивчення стохастичної лінії сприяє розвитку якостей мислення, необхідних для успішної соціалізації молоді в умовах ринку, що відповідає міжнародним освітнім стандартам»

[36]. З розвитком підприємств, які виробляють масову продукцію, стохастика використовується для організації виробничих процесів, зокрема для статистичного контролю. Сучасний науково-технічний прогрес та соціальні реалії висувають до суспільства нові вимоги - вміння аналізувати випадкові чинники, оцінювати ймовірності, висувати гіпотези, прогнозувати розвиток подій та приймати рішення в умовах стохастичної невизначеності. Інтеграція елементів стохастики в шкільну математичну програму є ключовим аспектом модернізації математичної освіти на сучасному етапі, коли у повсякденне життя входять референдуми, соціологічні опитування, кредити, страхування, банківські операції тощо.

Незважаючи на те, що ми рідко замислюємося над цим, математичні знання застосовуються щодня - під час вирішення питань і задач, з якими ми стикаємося у різних життєвих ситуаціях. Хоча ці проблеми часто виражаються через нематематичні поняття, їх можна перевести на мову Дані, отримані з вибірки, взятої з генеральної сукупності, можна використовувати для отримання загальних висновків щодо всієї сукупності. Наприклад, при випробуванні нових автомобільних шин відбирається певна кількість продукції для проведення тестів. На основі результатів можна оцінити, які шини - нові чи старі - мають кращі характеристики, що дає підставу для прийняття рішення про подальше виробництво нової моделі шин. Такі рішення називаються статистичними. Вони мають ймовірнісну природу, тобто завжди залишається певний ризик помилки. Однак цінність статистичних рішень полягає в тому, що за допомогою ймовірнісних підходів можна точно оцінити рівень ризику, пов'язаний із тим чи іншим вибором [15].

Сьогодні для успіху в житті та кар'єрі, як для нас, так і для наших дітей, недостатньо лише енциклопедичних знань, які легко доступні в Інтернеті. Необхідні навички нестандартного мислення, креативного

підходу та швидкого прийняття рішень, що формуються через розвиток стохастичного мислення.

Отже, щоб досягти успіху в сучасному світі, випускникам школи слід оволодіти базовими методами математичної діяльності й навичками розв'язання практичних задач. Існують різні трактування поняття «прикладна спрямованість». Спираючись на думки Ю. М. Колягіна та В. В. Пікана, прикладна спрямованість у навчанні математики полягає в орієнтації навчального змісту і методів на використання математичних знань у техніці, науці, професійній сфері та повсякденному житті. Зокрема, прикладна спрямованість стохастики стосується її використання в інших предметах та у майбутній професійній діяльності.

1.2 Теоретичні основи введення ймовірісно-статистичної лінії в шкільний курс математики

Розглянемо детально зміст початкової програми "Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики" вивчається у 9 та 11 класах(таб.1.1.).

Таблиця 1.1

Зміст навчальної програми

Клас	Зміст навчального матеріалу	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів
9 клас (8 год)	Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики: Основні правила комбінаторики. Частота та ймовірність випадкової події. Початкові відомості про статистику. Способи подання даних та їх	Учень (учениця): наводить приклади: випадкових подій, подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків, застосування правил комбінаторики пояснює, що таке: частота випадкової події, ймовірність випадкової події знаходить, відбирає і впорядковує інформацію

	обробки	доступних джерел розв'язує задачі, що передбачають: використання комбінаторних правил суми та добутку; знаходження ймовірності випадкової події; обчислення частоти випадкової події; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків
11 клас(базовий рівень)	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	Учень (учениця): обчислює відносну частоту події; обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних.

Зробимо порівняльну характеристику підручників з алгебри для 11 класу поглибленого рівня. Для цього було проаналізовано підручник "Алгебра 11 клас" для поглибленого вивчення математики, авторами якого є А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір, а також підручник "Алгебра" для академічного та профільного рівня, авторами якого є Є.П. Нелін і О.Є. Долгова, який також може використовуватись для поглибленого вивчення [16].

Детальніше розглянемо логіко-математичний аналіз на прикладі підручника "Алгебра 11 клас" для поглибленого вивчення, автори: А.Г. Мерзляк та інші.

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу.

Нові терміни: перестановка, розміщення, комбінація, елементарний результат, простір елементарних результатів, перетин, об'єднання і доповнення випадкових подій, несумісні та незалежні події.

Факти: теорема про ймовірність об'єднання множин, теорема про ймовірність перетину множин, біном Ньютона, властивості ймовірностей.

Методи: обчислення перестановок, розміщень, комбінацій, обчислення ймовірності випадкової події.

Основні поняття: частота, класична ймовірність, достовірна і неможлива подія, рівноймовірні події.

Методи: обчислення суми, різниці, добутку і відношення ймовірностей.

Логіко-математичний аналіз визначень нових термінів

Приведемо визначення нових понять з позначенням відповідного типу визначення:

Перестановка скінченної множини M - це будь-який впорядкований набір, утворений з усіх елементів множини M (тип - через найближчий рід).

Розміщенням з n елементів по k називається будь-який впорядкований набір із k елементів даної множини з n елементів (тип - через найближчий рід).

Комбінація з n елементів по k - це будь-яка підмножина з k елементів множини з n елементів (тип - через найближчий рід).

Елементарний результат - це будь-який результат експерименту (тип - через найближчий рід).

Простір елементарних результатів - це множина всіх елементарних результатів (тип - через найближчий рід).

Якщо події A і B - випадкові події якогось випробування, подія, яка відбувається, якщо відбуваються події A і B одночасно, називається перетином випадкових подій (тип - конструктивне).

Подія, яка відбувається, якщо відбувається хоча б одна з подій A або B , називається об'єднанням випадкових подій (тип - конструктивне).

Подія, яка відбувається, якщо не відбувається подія A , називається доповненням випадкової події (тип - конструктивне).

Дві події називають несумісними, якщо вони не можуть відбуватися одночасно (тип - конструктивне).

Події А і В називають незалежними, якщо на ймовірність однієї з них не впливає настання іншої (тип - конструктивне).

Таблиця 1.2

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

№	Види вправ	Номери завдань
1.	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	№ 31.1, № 32.3, № 32.7
2.	Вправи, що забезпечують активізацію та повторення базових знань та вмінь	№ 30.1, № 30.2, №31.5, № 32.27
3.	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів що мають ці властивості	№ 30.5, № 30.16, № 30.17
4.	Вправи на базі яких відбувається ілюстрація понять, що вводяться	№ 30.9, № 30.23, № 31.21
5.	Вправи для забезпечення розпізнавальних об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	№30.10, № 30.31, № 30.48, № 31.16
6.	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означень	№30.28, № 30.29, № 31.13

Схема-орієнтир для проведення логіко-математичного аналізу структури математичного твердження

Формулювання математичних тверджень:

1. Якщо події А та В є випадковими в деякому експерименті, то:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \cdot P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$$

2. Якщо події А та В є незалежними, то:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Визначення типу тверджень: обидва твердження мають категоричний характер.

Виділення пояснювальної частини:

1. Ймовірність об'єднання подій;
2. Ймовірність перетину подій.

Виділення умови:

1. Якщо А та В – це випадкові події деякого експерименту;
2. Якщо А і В – це випадкові події, які є незалежними.

Виділення вимог:

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$$

2. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Формулювання рівносильного твердження:

1. Оскільки події А та В є випадковими в певному експерименті, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$$

2. Оскільки події А та В є випадковими і незалежними, то $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Логіко-математичний аналіз системи вправ у підручнику, спрямованої на формування способів діяльності

Аналіз системи вправ підручника показує, що навчальний матеріал є різноманітним та обширним, що дозволяє проводити рівневу диференціацію завдань. Завдяки великій кількості задач, учні можуть працювати на різних рівнях складності. Крім того, підручник включає вправи, призначені для математичних гуртків та факультативів, що сприяє додатковому поглибленню знань.

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу (за підручником «Алгебра» академічного та профільного рівня, автори Є.П. Нелін, О.Є. Долгова)

Нові поняття: перестановка, розміщення, комбінація без повторень, елементарний наслідок, несумісні та незалежні події.

Факти: формула бінома Ньютона, основні властивості ймовірностей.

Діяльність: підрахунок перестановок, розміщень і комбінацій.

Основні поняття: перетин подій, об'єднання подій, частота, неможлива подія, рівноймовірні випадкові події.

Діяльність: знаходження суми, різниці, добутку та відношення ймовірностей.

Логіко-математичний аналіз формулювань означень нових понять

Означення нових понять подаються зі вказівкою на відповідний вид у дужках:

Перестановка: це впорядкована сукупність елементів, утворена з наявної множини (вид – через найближчий рід).

Розміщення: це впорядкована сукупність елементів, сформована з кількості елементів заданої множини (вид – через найближчий рід).

Комбінація без повторень: це підмножина з елементів, що не повторюються, взятих із даної множини (вид – через найближчий рід).

Орієнтовна структура вправ для введення нового поняття

Система вправ, спрямована на засвоєння нового матеріалу, будується так, щоб поступово вводити нові поняття, надаючи учням можливість засвоювати і застосовувати їх на практиці. Вправи створені таким чином, щоб спочатку ознайомити учнів із простими прикладами, а потім ускладнювати завдання для досягнення глибшого розуміння і закріплення знань.

Таблиця 1.3

Системи вправ для введення нового поняття

№	Види вправ	Номери завдань
1.	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	П. 21.1.1, № 1, № 5, № 6; П. 21.1.2, № 1, № 2; П. 21.1.3, № 1, № 2, П. 21.1.4, № 1
2.	Вправи, що забезпечують активізацію та повторення базових знань та вмінь	П. 21.1.1, № 3, № 4, № 9; П. 21.1.2, № 4, 6; П. 21.1.3, № 5; П. 21.1.4, № 4
3.	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів що мають ці властивості	П. 21.1.1, № 7, № 10; П. 21.1.2, № 8; П. 21.1.3, № 10; П. 21.1.1, № 7
4.	Вправи на базі яких відбувається ілюстрація понять, що вводяться	П. 21.1.1, № 2, № 8; П. 21.1.2, № 9, П. 21.1.3, № 4
5.	Вправи для забезпечення розпізнавальних об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	П. 21.1.1, № 11, № 12; П. 21.1.2, № 10, П. 21.1.3, № 11
6.	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означень	–

Підручник з алгебри та основ аналізу орієнтований на впровадження основних принципів концепції профільного навчання та на забезпечення особистісно-орієнтованого підходу до викладання математики у загальноосвітніх закладах. Зміст підручника узгоджується з актуальною програмою з математики для академічних і профільних класів, і його також можна використовувати в групах з поглибленим вивченням математики.

Однак, додатковий аналіз програмного інструменту для 11 класу з алгебри вказує на те, що матеріал цілком відповідає вимогам академічного та профільного рівнів, проте для поглибленого вивчення не вистачає завдань, спрямованих на розвиток логічного мислення..

1.3. Методика вивчення теорії ймовірностей і елементів статистики

Теорія ймовірностей та математична статистика є навчальною дисципліною, яка має широке застосування у різних сферах життя. Тому важливо розробити методику вивчення стохастичних елементів не тільки для учнів, які зосереджуються на природничих науках, але й для тих, хто обирає інші напрями навчання.

Спираючись на загальні підходи до викладання теорії ймовірностей та математичної статистики, ми вирішили детальніше розглянути базові методи навчання для різних профільних напрямків, а також провести порівняльний аналіз методик. Математичні дисципліни є основою для підготовки фахівців практично у будь-якій галузі. Вибір профілю навчання визначається з урахуванням інтересів, здібностей учнів, їхніх освітніх перспектив та майбутньої кар'єри. Пізнавальна діяльність спрямована на перетворення уявлень (понять, законів, теорій) про об'єкти реального світу, які вже сформувалися у свідомості учня, і це відбувається шляхом опанування нових знань і методів їх здобуття [29].

У шкільній навчальній програмі з алгебри теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики» вивчаються у 9-му та 11-му класах. Основною метою вивчення цієї теми є ознайомлення учнів з випадковими подіями, відносною частотою подій, елементами комбінаторики, а також комбінаторними правилами суми та добутку. Окрім того, учні повинні вивчити вибіркові характеристики, такі як розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення, і навчитися обчислювати відносну частоту подій, ймовірність події за допомогою її

визначення і комбінаторних схем. Вони також повинні вміти знаходити числові характеристики вибірки даних та пояснювати зміст середніх показників і характеристик вибірки [33].

Різниця у вивченні цієї теми між різними рівнями навчання 11 класу полягає в кількості годин, виділених на навчання: на рівні стандарту учні вивчають 10 годин, на академічному – 12 годин, а на профільному – 18 годин. Навчання математики в математичних, фізичних та фізико-математичних профілях передбачає більш поглиблену підготовку порівняно з академічним рівнем, поєднуючи математику з іншими природничими науками та міжпредметну інтеграцію, що базується на використанні математичних методів, зокрема методів математичного моделювання. Зокрема, підготовка учнів у профільних класах повинна бути спрямована на не лише засвоєння конкретних знань, але й на розвиток навичок моделювання реальних процесів. Варто враховувати, що при формуванні компетентностей у галузі природничих наук значну роль відіграють гуманітарні та соціально-економічні дисципліни, які сприяють розвитку загальнонаукових, навчальних та соціально-особистісних компетенцій.

Т. М. Хмара відзначає, що «традиційне та сучасне навчання математики часто не приділяє достатньо уваги знанням другого роду, учні, які добре засвоїли визначення математичних понять, часто не можуть застосовувати їх для доведення теорем і розв'язування задач, у тому числі прикладних, тому важливо, щоб дії, що відповідають поняттям, ставали не лише інструментом, але й предметом навчання. у рамках розвивальної математичної освіти акцент робиться на тому, щоб учити не тільки самі поняття, але й способи їхнього отримання та використання» [33].

Також важливо зазначити, що навчання стохастичної лінії не завершується у 11 класі, а продовжується у підготовці спеціалістів різних профілів. Ключовим аспектом при вивченні стохастичної лінії є акцент на

основних термінах та розумінні базових понять теорії ймовірностей. Для кращого засвоєння теоретичного матеріалу пропонується використовувати міжпредметні зв'язки та проводити аналогії. Багато учнів не виявляють великого інтересу до вивчення нових тем, тому для стимулювання їх пізнавальної активності важливо зосередитися на мотиваційній складовій уроку. На нашу думку, найбільш ефективним способом буде використання прикладної спрямованості.

Оскільки теорія ймовірностей і математична статистика здебільшого вивчаються у старших класах та вищій школі, це свідчить про те, що учні вже мають певну професійну орієнтацію, а більшість із них визначилися з майбутньою професією. Вчителю доцільно акцентувати увагу на практичному застосуванні знань через зв'язок з професійною діяльністю учнів. Наприклад, вивчаючи тему «Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення», варто підкреслити, що учні, маючи ці знання, зможуть обробляти статистичні дані в рамках соціологічних, психологічних чи педагогічних досліджень.

На етапі мотивації уроку варто наводити приклади вибірок, орієнтуючись на профіль учнів (табл. 1.4), а кількість опитаних має становити не менше 15 осіб.

Таблиця 1.4.

Тематика фахових досліджень

№ з/п	Професія	Приклад дослідження
1.	Медик	Яку кількість балів поставить опитуваний (від 1 до 10) новій медичній реформі? Чи задоволені громадяни сервісом в поліклініках (від 1 до 10)?
2.	Програміст	Програми якої платформи користується більшої уваги, та серед людей якого віку? Що стає причиною вибору професії: 1. Заробітна плата; 2. Творча складова; 3. Попит на спеціалістів.
3.	Юрист	Як багато разів на рік ви звертаєтесь до юридичної консультації?
4.	Філолог	Яку кількість книжок опитуваний читає за рік? Яку додаткову мову визнає: 1. Англійську; 2. Російську; 3. Німецьку; 4. Французьку; 5. Знаю більше 2-х мов; 6. Знаю більше 3-х мов;
5.	Математик	Скільки разів із 10 ви порахуєте решту грошей в магазині?

Всі ці приклади опитувань необхідні для виявлення помилок або моментів, на які варто звернути увагу фахівцю. Після проведення дослідження спеціаліст зможе самостійно обробити отримані дані, зробити правильні висновки і уникнути помилок у майбутньому, а також вирішити питання, які виникають у професійній діяльності.

Значним чинником для підвищення ефективності роботи як викладачів, так і учнів є використання інформаційних технологій, зокрема навчальних програм. В сучасному інформаційному середовищі такі програми стають важливою складовою формування системи знань і

навичок. Оскільки ми живемо в епоху інформаційних технологій, важливо орієнтуватися в них, а також знання англійської та математики є невід'ємною частиною успіху в цій сфері. Наприклад, для написання комп'ютерної програми необхідно володіти англійською, оскільки мови програмування базуються на ній, а логіка програмування розвивається завдяки математиці, де багато алгоритмів залежать від математичної теорії та уміння застосовувати її на практиці.

Міжпредметні зв'язки можуть бути використані на будь-якому етапі уроку, а також у навчанні різних типів уроків. На прикладі кількох тем з теорії ймовірностей розглянемо застосування англійської мови на уроках математики, про що йшлося на конференції [19]. Ми обрали такі теми: «Випадкова подія. Відносна частота подій», «Перестановки, розміщення, комбінації», «Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення», а також вищої школи, такі як «Закони розподілу і числові характеристики випадкових величин», «Розподіл Фішера» та ін. Детальніше розглянемо етапи уроків, на яких доцільно об'єднувати англійську та математику.

Отже, основними з методичних особливостей є приділення великої уваги доведенню до учнів особливостей використання термінології в процесі побудови математичних моделей при розв'язування прикладних текстових задач і надання методик застосування систем комп'ютерної математики при обчисленні числових характеристик випадкових величин та обробці статистичних даних. Орієнтація на професійну діяльність – виступає рушійною силою в основі методики викладання теорії ймовірностей та математичної статистики для учнів різних профілів.

Висновки до розділу 1

У першому розділі дипломної роботи здійснено теоретичне обґрунтування важливості і місця стохастики в шкільному курсі математики, а також розглянуто методику її викладання, що включає основні теоретичні засади введення ймовірнісно-статистичної лінії в навчання учнів.

Перш за все, було визначено значення стохастики в загальному контексті математичної освіти. Враховуючи стрімкий розвиток сучасних технологій і глобалізацію наукових досягнень, знання з теорії ймовірностей та математичної статистики стали необхідними не тільки для осіб, які працюють у природничих науках, а й для спеціалістів різних галузей, від економіки до медицини та соціальних наук. Це обумовлює важливість вивчення цих тем на етапі середньої освіти, зокрема через впровадження стохастичних елементів у програму навчання.

Розглянувши місце і роль стохастики в шкільному курсі математики, встановлено, що її вивчення не тільки збагачує математичний арсенал учнів, але й сприяє розвитку аналітичного мислення та здатності до прийняття рішень у ситуаціях з неповною або невизначеною інформацією. Визначено, що теоретичні основи ймовірнісно-статистичної лінії є основою для розвитку навичок математичного моделювання, які є важливими в умовах сучасного світу, де значна частина задач має ймовірнісний характер.

У процесі аналізу теоретичних основ введення ймовірнісно-статистичної лінії було зазначено, що для ефективного навчання необхідне не лише глибоке розуміння математичних понять, а й відповідні методичні підходи, які враховують інтелектуальні можливості учнів та їхній рівень розвитку. Актуальним є також застосування інтегрованого підходу до викладання, що дозволяє поєднати знання з різних предметів і сприяє формуванню системних компетентностей учнів.

Методика вивчення теорії ймовірностей і елементів статистики вимагає застосування інноваційних методів навчання, серед яких важливу роль відіграє активне залучення учнів до розв'язання практичних задач, що мають прикладне значення. Сформульовано основні методичні принципи викладання цієї теми, серед яких основними є: забезпечення поступового ускладнення навчального матеріалу, орієнтація на розвиток самостійної роботи учнів та стимулювання їхньої пізнавальної активності через вправи та практичні задачі.

У результаті розгляду теоретичних засад навчання стохастики встановлено, що введення цих елементів до шкільної математики має велике значення для всебічного розвитку учнів, підвищення їхньої готовності до подальшої професійної діяльності, а також для адаптації до сучасного світу, що характеризується невизначеністю та необхідністю прийняття рішень на основі статистичних даних.

РОЗДІЛ 2

ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИКИ

2.1. Методичні прийоми та рекомендації використання цифрових технологій на уроках математики

Інформатизація навчального процесу є одним із ключових напрямків реформування та розвитку середньої освіти в Україні. Використання інформаційних технологій надає учням доступ до майже безмежного обсягу інформації, що сприяє їхній інтеграції в сучасні «інформаційні потоки». Обробка даних за допомогою комп'ютерних технологій і створення нових знань, що відповідають потребам користувачів, є основною функцією інформаційних технологій.

Сучасні інформаційні технології охоплюють комплекс інструментів, методів і прийомів для збору, зберігання, обробки, подання та передачі даних, що розширюють знання людей і покращують їх здатність управляти технічними та соціальними процесами [21]. У методичних джерелах термін «інформаційні технології» часто використовується як синонім інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ).

Поняття «інформаційно-комунікаційні технології» не має єдиного тлумачення. Цей термін широко застосовується для позначення всіх технологій, які використовуються для обміну та роботи з інформацією. Згідно з деякими поглядами, ІКТ є поширенішим у Європі, в порівнянні з виразом «інформаційні технології», або є його розширенням, яке включає не тільки комп'ютерні системи, але й відповідні комунікаційні технології. В спеціалізованій літературі «інформаційно-комунікаційні технології» визначають як набір методів, засобів і прийомів для пошуку, зберігання, обробки, подачі та передачі графічних, текстових, цифрових, аудіо- та відеоданих через комп'ютерні мережі та засоби зв'язку [22].

Особливістю впровадження цифрових технологій в освіту є їх адаптивність, що дозволяє створювати прямі зв'язки між учнями та педагогом. Завдяки цьому роль вчителя змінюється: він все більше вивільняється від контрольних та інформаційних функцій, зосереджуючи увагу на таких основних аспектах навчання(рис.2.1.):

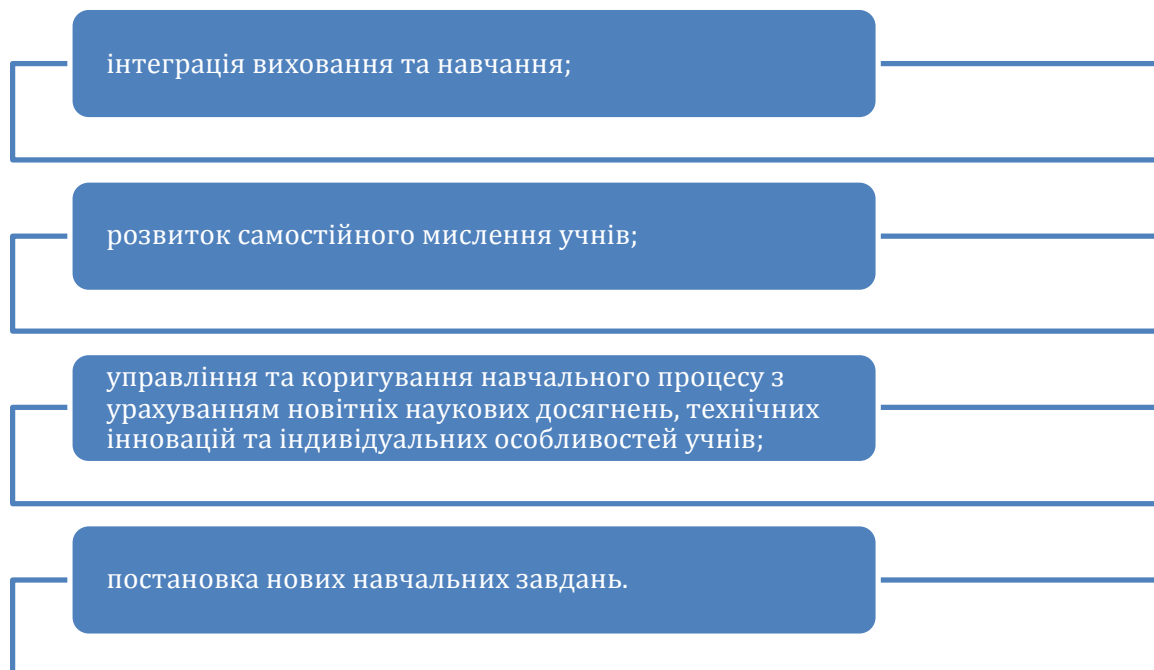


Рис.2.1. Основні аспекти навчання.

Використання інформаційних технологій дає можливість організувати різноманітні форми діяльності учнів, орієнтуючи їх на активне застосування комп'ютерних засобів як інструменту для пізнання та самопізнання, а також для самостійного здобуття знань і відкриттів у процесі вивчення навколишнього світу. Інформаційні технології необхідні не лише для підтримки традиційних методів навчання, але й для створення варіативних підходів, що сприяють розвитку особистості учня та реалізації принципів розвивального навчання.

У сучасних психолого-педагогічних дослідженнях, що зосереджені на вивченні різних аспектів навчального процесу, виявлено, що успішність інтелектуального розвитку дітей значною мірою залежить не лише від

організації навчання, а й від зворотного зв'язку, активності самого учня. Тому однією з найбільш актуальних проблем сучасної освіти є пошук ефективних форм, методів і засобів для стимулювання пізнавальної діяльності учнів.

Дидактики визначають пізнавальну діяльність як складний процес, що складається з кількох взаємопов'язаних компонентів: пізнавального інтересу, активності, самостійності та пізнавальних здібностей. Активізація пізнавальної діяльності учнів відбувається через розвиток і вдосконалення всіх цих компонентів. Теоретичний аналіз літератури показав, що в психології та педагогіці розроблено багато способів активізації пізнавальної діяльності учнів, які включають різні методи, прийоми та засоби для формування пізнавального інтересу, розвитку активності та позитивного ставлення до навчання.

Психолого-педагогічні дослідження виявили великий потенціал інформаційних технологій у навчанні, довівши, що їх використання значно підвищує ефективність засвоєння навчального матеріалу. Під час роботи з інформаційними технологіями в учнів активізуються всі види розумової діяльності. Перевага ІТ у навчальному процесі полягає в їх здатності функціонувати як інтерактивний багатоканальний інструмент пізнання, що сприяє кращому засвоєнню інформації [31].

Інформаційні технології на уроках математики використовуються за різними схемами, що залежать від конкретних потреб уроку, рівня знань учнів і наявності відповідного програмного забезпечення. Використання ІТ на уроках математики можна зобразити у вигляді схеми, яка відображає різні варіанти застосування технологій у навчальному процесі. Математика є предметом, що має великий потенціал для використання інформаційних технологій, оскільки надає широкий матеріал для відпрацювання різних методів і прийомів роботи з інформацією. Вивчення математики пов'язане з обробкою великого обсягу даних, що робить застосування комп'ютерної

техніки особливо ефективним для їх опрацювання, подачі у вигляді таблиць, схем, діаграм, а також для виявлення залежностей між різними об'єктами та явищами [38].

Форми подачі матеріалу з використанням інформаційних технологій на уроках математики включають презентації, слайди, електронні підручники, віртуальні практичні роботи, тести та інші інструменти. Організація таких видів діяльності вимагає від педагога спеціальної професійної підготовки для ефективного використання цих технологій в навчальному процесі. Розглянемо основні напрями використання інформаційних технологій, враховуючи їх методичну доцільність і можливості(рис.2.2.):

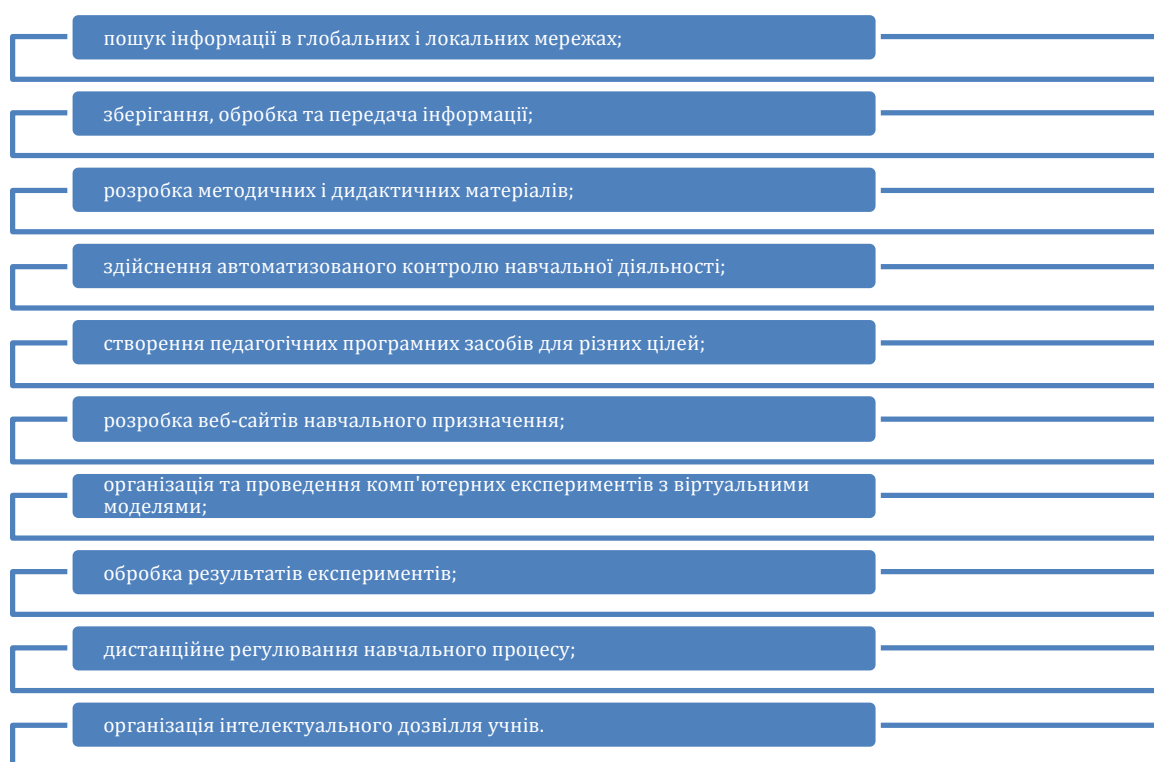


Рис.2.2. Використання ІКТ на уроках математики.

Учителю слід наголосити, що вивчення елементів стохастичності у школі є важливим не тільки для засвоєння математичних понять, але й для подальшого застосування цих знань у різних сферах життя. Окрім таких

інструментів, як LearningApps, Geogebra, MS Office Excel, Google Tables, Padlet, для демонстрації міжпредметних зв'язків з інформатикою можна використовувати програмні середовища, зокрема Python, Lazarus, Scratch. Для учнів ці середовища не є новими, оскільки вони вже знайомі з ними під час уроків інформатики: Python і Lazarus вивчаються з 8-го по 11-й класи, а Scratch - з 3-го по 7-й класи. Зручно, що середовище програмування Scratch дозволяє працювати онлайн, без необхідності завантажувати програму на комп'ютер, і його інтерфейс є інтуїтивно зрозумілим. Важливим аспектом є те, що учні самостійно формулюють наукові висновки на основі здобутих знань, що сприяє розвитку їхніх здібностей, активності, зацікавленості, творчого мислення та інших особистісно важливих якостей. Такі процеси формують відповідальне ставлення до власного життя, розширюють кругозір учнів, залучають їх до творчої діяльності та вчать застосовувати отримані знання на практиці.

В цілому, інтеграція цифрових технологій у курс стохастики надає учням можливість краще зрозуміти складні концепції та робить навчання більш захоплюючим і інтерактивним. Водночас, важливо, щоб учні мали достатньо часу для освоєння технологій і отримували належну підтримку від вчителя.

2.2. Використання онлайн сервісів для створення вправ та тестувань

Все більш популярним стає використання в освітньому процесі різноманітних інтернет-ресурсів, в тому числі онлайн-сервісів та навчальних середовищ. Kahoot та LearningApps є чудовими інструментами для вивчення стохастики. Обидва сервіси дозволяють створювати ігри, тести та опитування, які можна використовувати для навчання.

Вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики передбачає не просто формальне вивчення і закріплення основних понять і

формул, а й має на меті зацікавити учнів у практичному їх застосуванні. Використання інтерактивних вправ дозволяє підвищити ефективність та результативність навчання учнів елементам стохастики.

Kahoot (рис.2.3.) - це онлайн-платформа, яка дозволяє створювати ігри з питань та відповідей для навчання. Для вивчення стохастики можна використовувати Kahoot, створивши ігри з питань про ймовірність, розподіли випадкових величин, математичне сподівання, дисперсію та інші поняття.

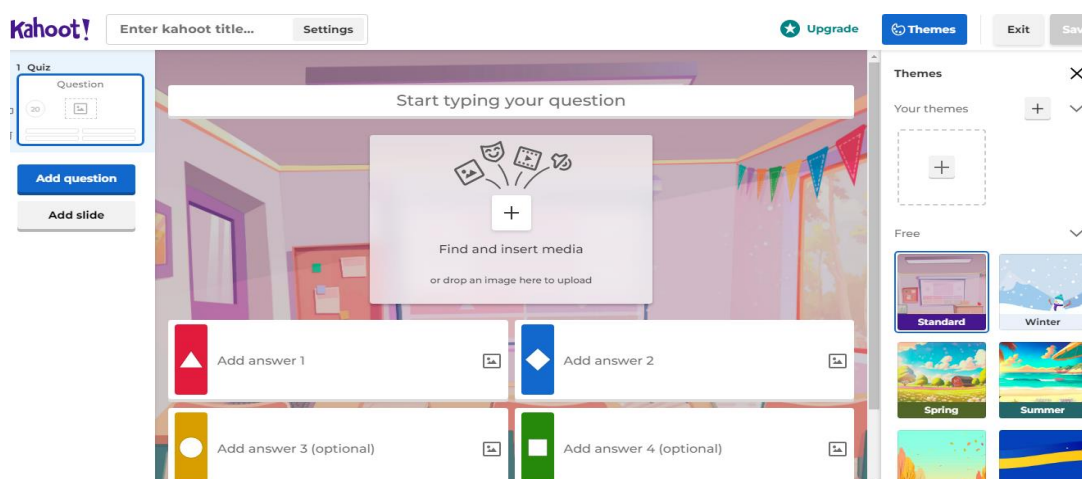


Рис. 2.3. Платформа Kahoot

Вчитель за допомогою Kahoot може створювати опитування з будь-якої теми, може відобразити тест на своєму ноутбучі чи проекторі, таким чином діти на своїх гаджетах будуть обирати варіанти відповідей, з яких потрібно обрати правильний.

Перевага цієї платформи у тому що вчитель може робити опитування яскравішими, що подобається дітям, наприклад: додавати фото, малюнки, відео чи графіку. Також відмінною можливістю серед інших платформ є включення на сайті усіляких бонусів, наприклад – додаткові бали за швидкі відповіді. Для дітей такі завдання перетворюються не на складний іспит, а на деяке цікаве змагання. Відповіді того чи іншого учня вчитель бачить відразу, а також для зручності може скачати результати самостійної у формі таблиці. Крім того, на платформі Kahoot є багато готових ігор, які можна

використовувати для навчання. Для того, щоб користувачі могли грати в ігри, потрібно лише створити акаунт на Kahoot та поділитися посиланням на гру з учнями.

Також, одним з яскравих прикладів таких середовищ є сервіс мультимедійних дидактичних вправ LearningApps(рис.2.4.). Він призначений для розробки, зберігання та використання інтерактивних вправ у навчальній діяльності. Застосовувати такі вправи можна не тільки на уроці з інтерактивною дошкою, а і як індивідуальні завдання для учнів з особливими потребами. Також значною перевагою даного сервісу є можливість інтеграції завдань у системи дистанційного навчання [22].

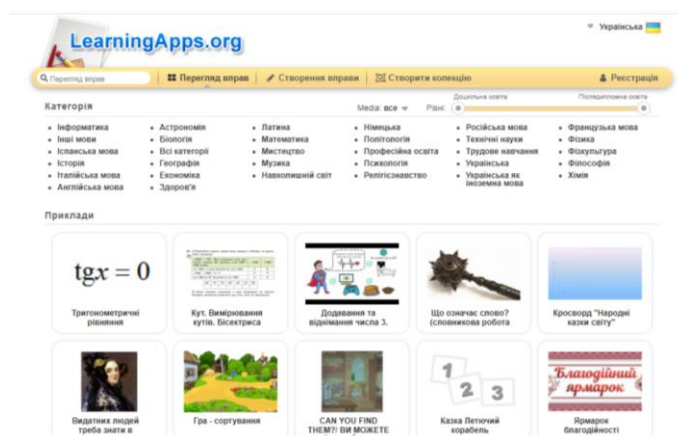
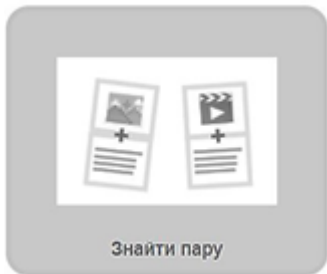
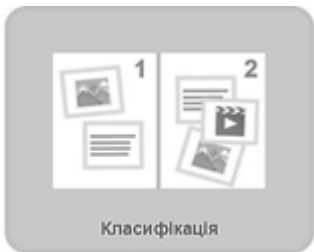
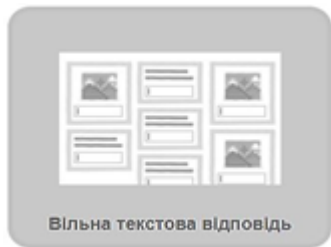
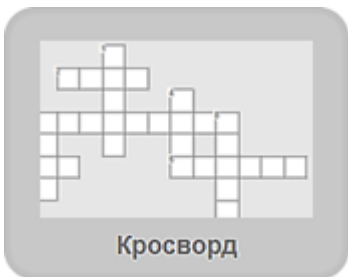
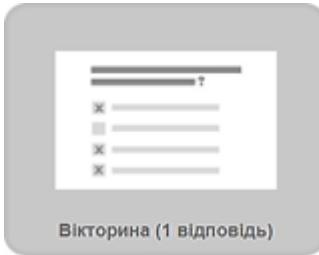


Рис.2.4. Платформа LearningApps.

Ресурси онлайн-сервісу LearningApps надають можливість активного використання розроблених інтерактивних вправ в процесі вивчення дисципліни, оскільки сервіс містить велику базу завдань, розроблених вчителями з різних країн. Крім вже готових вправ, вчитель може створити нові, змінивши наявні в сервісі вправи під власні потреби або розробити схожі та використовувати їх на своєму уроці. Урізноманітнити види вправ можна завдяки шаблонам сервісу (табл.2.1.).

Таблиця 2.2.

Шаблони service LearningApps для створення вправ

«Знайти пару»  Знайти пару	«Класифікація»  Класифікація	«Вільна відповідь»  Вільна текстова відповідь
«Перший мільйон»  Перший мільйон	«Кросворд»  Кросворд	«Вгадай слово»  Вгадай слово
«Вікторина»  Вікторина (1 відповідь)	«Пазл»  Пазл	«Скачки»  Скачки

Використання зазначених платформ для створення інтерактивних тестів і вправ дозволяє значно покращити ефективність навчання стохастики. Залучення таких цифрових інструментів не лише збільшує інтерес учнів до вивчення складних математичних понять, але й надає можливість персоніфікувати навчальний процес, створюючи умови для індивідуальної роботи учнів та забезпечуючи оперативний зворотний

зв'язок. Це також сприяє розвитку навичок самостійної роботи, критичного мислення і застосування отриманих знань на практиці. У цілому, інтеграція онлайн сервісів у навчання стохастики дозволяє зробити процес навчання більш динамічним, захоплюючим та ефективним.

Jamboard(рис.2.5.)- це віртуальна дошка, яка також може бути використана для навчання стохастики. Даний інструмент дозволяє створювати та ділитися візуальними матеріалами, що допомагають у розумінні складних концепцій та алгоритмів.

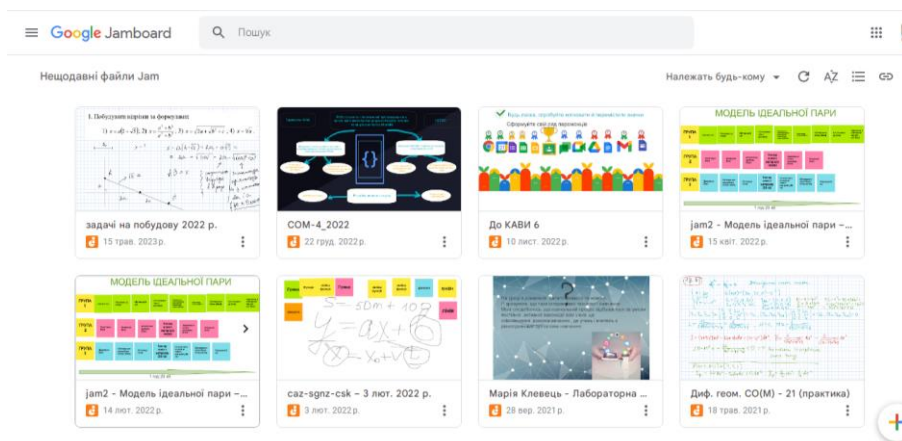


Рис.2.5. Віртуальна дошка Jamboard

Наприклад, використовуючи Jamboard, можна проводити наочні демонстрації різних стохастичних процесів. Зокрема, можна створювати графіки та діаграми, що демонструють різні типи розподілу та їх характеристики.

Крім того, на дошці Jamboard, можна :

- розв'язувати завдання(рис.2.6.)

Розглянемо приклад. В ящику 100 деталей: 80 стандартних і 20 нестандартних. Навмання беруть одну деталь, не повертаючи її назад. (*) Події A і B – залежні.

Навмання беруть д.и

подія A , якщо навмання стандарт. дет., то подія B це імов. появи при другій випробівці:

$$P(B) = \frac{79}{99}.$$

Якщо ж у першій випроб. вийшла нестандарт. деталь, то імовірність $P(B) = \frac{20}{99}$

Імов. появи події B залеж. від появи чи не появи A . (*)

Рис. 2.6. Приклад задачі з Jamboard.

- доводити теореми(рис.2.7.)

Теорема. Ймовірність добутку залежних подій дорівнює добутку ймовірностей однієї з них на умовну ймовірність другої події, якщо перша вже відбулася.

Доведення: Якщо подія A відбулася, то це озн., що відбулася одна з елементарних подій, які спричиняють подію A . При цьому події B спричиняють x і тих же подій, які спричиняють подію $A \cdot B$.

Тому $P_A(B) = \frac{x}{k} = \frac{\frac{x}{n}}{\frac{k}{n}} = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)}$, звідси,

$$P(A \cdot B) = P_A(B) \cdot P(A)$$

Наслідок! Якщо A і B незалежні, то $P(A/B) = P(A)$, а $P(B/A) = P(B)$ і тому

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Рис.2.7. Доведення теореми ймовірності добутку залежних подій.

Загалом, використання віртуальної дошки Jamboard може значно спростити та покращити процес навчання стохастики, забезпечуючи наочність та інтерактивність у процесі вивчення математики.

2.3. Використання онлайн сервісів для розв'язання та візуалізації задач

GeoGebra (рис.2.8.)- це безкоштовний онлайн інструмент для математичного моделювання, який може бути використаний для вивчення стохастики.

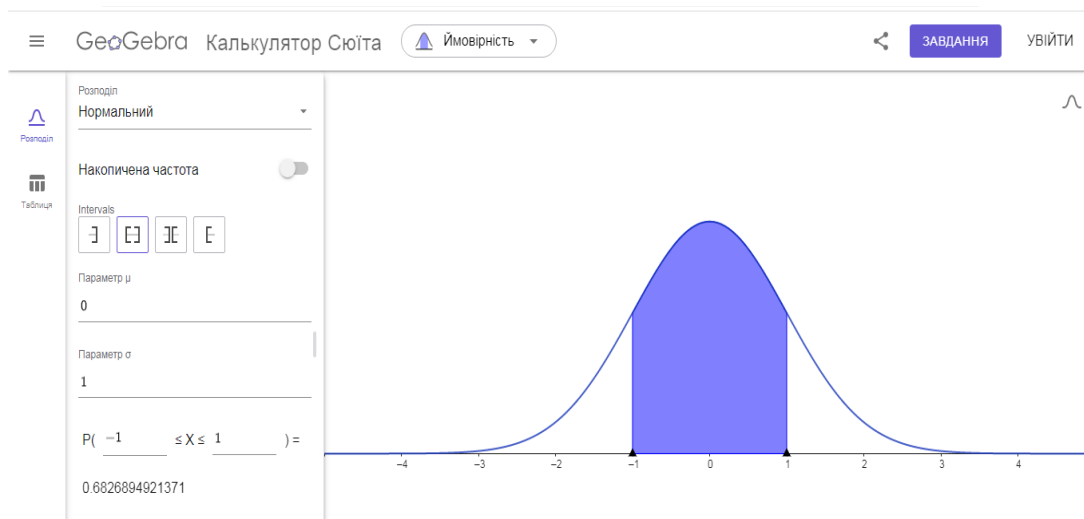


Рис.2.8. Платформа GeoGebra

Сервіс має ряд корисних функцій, що дозволяють виконувати різноманітні операції з даними, такі як[4]:

- Створення випадкових чисел. GeoGebra дозволяє створювати випадкові числа з різних розподілів, включаючи нормальний розподіл, рівномірний розподіл та інші.
- Побудова графіків функцій розподілу. GeoGebra дозволяє побудувати графіки функцій розподілу для різних типів розподілу, таких як нормальний розподіл, біноміальний розподіл та інші.
- Обчислення ймовірностей. GeoGebra дозволяє обчислювати ймовірності різних подій на основі заданого розподілу, таких як ймовірність того, що випадкова величина буде менше або більше певного значення.

- Симуляція випадкових подій. GeoGebra дозволяє симулювати випадкові події з різних розподілів, що дозволяє досліджувати стохастичні процеси та проводити експерименти.
- Розв'язання задач на ймовірність. GeoGebra може бути використаний для розв'язання різноманітних задач на ймовірність, таких як задачі на обчислення середнього значення, дисперсії та інші.

Під час вивчення теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» доцільно використовувати «інтерактивні» конструкції при розв'язуванні задач. Зміна вхідних параметрів у «інтерактивних» конструкціях веде до отримання інших результатів, проводячи такі динамічні зміни маємо змогу проводити дослідження, а це сприяє розвитку математичної дослідницької компетентності учнів.

Створювати «інтерактивний» навчальний матеріал у GeoGebra можна за допомогою таких інструментів, як повзунок, прапорець, поле вводу, кнопка, які розташовані на панелі інструментів, та зручно (на відміну від GRAN-2D) згруповані [4]. Водночас використовують інструменти створення написів та вставки зображень.

При вивченні розділу «Випадкові події» спочатку розглядають поняття відносної частоти відбування події, пізніше переходять до аксіоматичного означення ймовірності випадкової події, властивостей безумовної чи умовної ймовірності випадкової події. При розв'язуванні задач широко застосовують як приклади мір так звані «класичне» і «геометричне означення» ймовірності випадкової події. Часто у школярів виникають труднощі при складанні алгоритмів розв'язування задач, іноді вони плутають поняття сумісних / несумісних та залежних / незалежних подій [6].

При вивченні даного розділу GeoGebra доцільно використати для створення так званих «інтерактивних» конструкцій. Для спрощення

обчислень доцільно також скористатися командами БіноміальнийКоефіцієнт[<Число n>, <Число r>], КількістьРозміщень[<Число>, <Число>].

Для створення динамічної конструкції спочатку необхідно визначити, які параметри з умови задачі будуть змінюватись. Спочатку створюються «повзунки» для змінних параметрів, визначаються інтервали їх зміни. Далі проводяться обчислення у таблицях та за допомогою команд. Після цього можна переходити до створення полів для внесення даних, текстових полів, прапорців [4].

Задача №1 достатнього рівня [27]. Для шкільної лотереї підготовлено 50 білетів, з яких 6 є виграшними. Перший учень навмання вибирає 5 білетів. Скільки існує різних варіантів вибору, при яких він вибере рівно 2 виграшні білети?

Розв'язання: Серед білетів 6 виграшних і 44 невигаших. Серед 5 білетів, що обрав учень, 2 виграшних і 3 невигаших. Кількість способів вибрати з 6 виграшних білетів 2 білети дорівнює $C_6^2 = 15$. Кількість способів вибрати з 44 невигаших білетів 3 білети дорівнює $C_{44}^3 = 13244$. За правилом добутку, варіантів вибору 5 білетів, серед яких 2 виграшних дорівнює

$$C_6^2 \cdot C_{44}^3 = 198660.$$

Відповідь: 198660.

Для створення динамічної конструкції до задачі у GeoGebra (рис.2.6.), визначимо, які параметри у задачі будуть змінюватись, зокрема, у даній задачі пропонуємо зробити усі параметри динамічними.

Для цього створимо чотири повзунки: N, k, m, n, що будуть відповідати загальній кількості лотерейних квитків, кількості виграшних квитків, навмання витягнутих квитків та виграшних серед витягнутих відповідно. Далі проводяться обчислення за допомогою команди БіноміальнийКоефіцієнт[<Число n>, <Число r>], що обчислює кількість

комбінацій із n по r . У даному випадку необхідно обчислити Біноміальний Коефіцієнт $[k,n]$ та Біноміальний Коефіцієнт $[N-k,m-n]$. Далі у таблиці здійснюємо обчислення, що передбачають арифметичні операції над параметрами.

Для шкільної лотереї підготовлено білетів, серед яких є виграшними.

Перший учень намання вибирає білетів. Скільки існує варіантів вибору, при яких він вибере рівно виграшні білети.

Розв'язання:

- ☒ 1. Серед білетів 6 виграшних і 44 невикрашних.
- ☒ 2. Серед 5 білетів, що обрав учень, 2 виграшних і 3 невикрашних.
- ☒ 3. Кількість способів вибрати з 6 виграшних білетів 2 білетів дорівнює кількості комбінацій з 6 елементів по 2, тобто дорівнює 15.
- ☒ 4. Кількість способів вибрати з 44 невикрашних білетів 3 білетів дорівнює кількості комбінацій з 44 елементів по 3 елементів, тобто дорівнює 13244.
- ☒ 5. За правилом добутку, варіантів вибору 5 білетів, серед яких 2 виграшних (і 3 невикрашних) дорівнює $15 \cdot 13244 = 198660$.
- ☒ Відповідь: 198660.

Рис. 2.9. Динамічна конструкція до задачі №1.

На наступному кроці переходимо до створення полів для введення даних, текстових полів умови задачі, етапів розв'язання, створення прапорців, «вмикання» яких дозволяє переходити від одного етапу розв'язання до іншого.

Таким чином, зробивши параметри задачі динамічними, маємо змогу змінюючи вхідні параметри отримувати різні відповіді, а тобто використовувати конструкцію як своєрідний тренажер, а також проводити дослідження з учнями. Змінивши, наприклад, загальну кількість квитків у бік збільшення, можна простежити, що кількість варіантів вибору, при яких учень вибере рівно 2 виграшні білети зростає, а якщо зменшити, то навпаки зменшиться. Також можна простежити,

що збільшення кількості білетів, що виймаються першим учнем призводить до величезного збільшення варіантів вибору виграшних квитків та ін.

Висновки до розділу 2

У другому розділі було здійснено всебічний аналіз використання цифрових технологій у навчанні стохастики, зокрема методичних прийомів та інструментів, що можуть бути застосовані на уроках математики для активізації навчального процесу. Описані онлайн сервіси та цифрові ресурси, які здатні істотно полегшити створення навчальних вправ, тестувань та розв'язання задач, продемонстрували високу ефективність у контексті сучасного навчального середовища..

Використання онлайн сервісів для створення вправ та тестувань. Вдосконалення методів контролю та оцінки знань стало можливим завдяки використанню онлайн сервісів, таких як Quizlet, Kahoot!, LearningApps та інших платформ для створення інтерактивних завдань і тестів. Ці сервіси дозволяють учителю оперативно оцінювати рівень засвоєння матеріалу, а також забезпечують можливість учням проходити самоконтроль і коригувати свої знання в реальному часі. Водночас, використання цих платформ дає змогу реалізувати персоніфікацію навчання, оскільки учні можуть працювати над завданнями у своєму темпі, що позитивно впливає на результативність навчання.

Використання онлайн сервісів для розв'язання задач. У другому підрозділі також проаналізовано застосування онлайн ресурсів для розв'язання задач з ймовірності та статистики. Платформи на кшталт GeoGebra, Wolfram Alpha, Mathway дозволяють автоматизувати процес розв'язання математичних задач, що не тільки допомагає учням отримати швидкий доступ до рішень, а й стимулює розвиток аналітичного мислення

та розуміння суті проблеми. Використання таких інструментів також полегшує виконання складних розрахунків та візуалізацію результатів, що є важливим аспектом при вивченні стохастики.

У цілому, інтеграція цифрових технологій в процес вивчення стохастики сприяє значному покращенню якості навчання, збільшуючи можливості для учнів вивчати матеріал у зручному і доступному форматі. Залучення онлайн платформ до вирішення практичних задач дозволяє не лише підвищити ефективність засвоєння теоретичних знань, а й заохочує учнів до активної участі у навчальному процесі. Такі підходи сприяють розвитку самостійної пізнавальної діяльності, а також підвищують інтерес до вивчення математики, зокрема її складних розділів, таких як ймовірність і статистика.

РОЗДІЛ 3

РОЗРОБКА ВЕБКВЕСТУ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИКИ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

3.1. Особливості використання сервісу Genially

Сервіс Genially(рис.3.1.) є інноваційним інструментом для створення інтерактивних мультимедійних матеріалів, який має значний потенціал у сфері освіти. Зокрема, використання Genially в навчанні стохастики дозволяє не лише інтегрувати мультимедійні елементи у навчальний процес, а й забезпечує високу рівень взаємодії та активності учнів через інтерактивні інтерфейси та графічне представлення інформації.

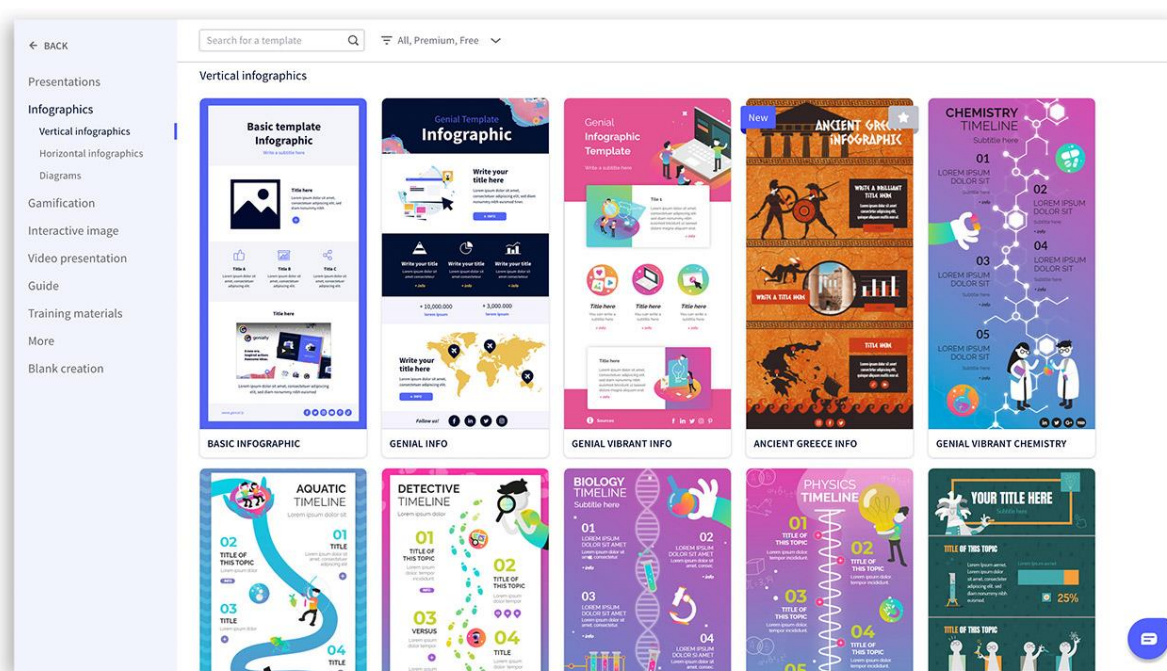


Рис.3.1. Сервіс Genially.

Однією з основних переваг Genially є можливість створення інтерактивних презентацій, інфографік, вікторин та інтерактивних карт, що дозволяє організувати навчальний процес таким чином, щоб учні не лише сприймали матеріал, а й активно взаємодіяли з ним. Інтерактивність, закладена в саму структуру матеріалів, сприяє глибшому засвоєнню

складних математичних концепцій стохастики, таких як ймовірність, випадкові процеси, математичне сподівання та інші поняття. За допомогою цього інструменту можна вбудовувати різноманітні графіки, анімації та діаграми, що значно полегшує розуміння абстрактних математичних ідей.

Genially дозволяє створювати навчальні матеріали, які можна персоналізувати відповідно до потреб кожного учня чи групи учнів. Завдяки великій кількості шаблонів і готових інструментів для створення контенту, вчитель може адаптувати завдання таким чином, щоб вони відповідали рівню підготовленості учнів і забезпечували індивідуальний підхід до навчання. У випадку з вивченням стохастики це дає можливість створювати вправи, які відповідають рівню складності, що забезпечує досягнення оптимальних результатів. Genially є потужним інструментом для розвитку навичок самостійної роботи учнів, оскільки дозволяє створювати навчальні квести, інтелектуальні ігри, а також тестування, де учні самостійно обирають шляхи вирішення задач і отримують миттєвий зворотний зв'язок. Використання таких інструментів сприяє розвитку критичного мислення, оскільки учні повинні аналізувати ситуації, приймати обґрунтовані рішення та виводити правильні висновки на основі здобутих знань. Genially також є ефективним інструментом для проведення оцінювання навчальних досягнень учнів. За допомогою інтерфейсу платформи вчитель може створювати інтерактивні тести та анкети для оцінки рівня засвоєння матеріалу. Оцінювання на базі Genially може бути динамічним і багаторівневим, що дає можливість відстежувати не лише загальний рівень знань учнів, а й їхні індивідуальні досягнення. Зворотний зв'язок, що надається миттєво, дає учням можливість коригувати свої помилки та покращувати рівень знань.

Genially надає можливість інтеграції з іншими освітніми платформами та ресурсами, що дозволяє розширити функціональні можливості навчального процесу. Зокрема, матеріали, створені на базі

Genially, можна вбудовувати в онлайн-системи управління навчанням (LMS), що дозволяє учням доступ до ресурсів безпосередньо через навчальну платформу. Це сприяє інтеграції різних аспектів навчального процесу та забезпечує більш ефективне використання часу на уроці.

Отже, використання сервісу Genially у навчанні стохастики є потужним інструментом, який не лише підвищує рівень мотивації учнів, а й забезпечує ефективне засвоєння складних математичних понять. Інтерактивність, мультимедійні можливості та адаптивність цього інструменту дозволяють створювати навчальні матеріали, що відповідають сучасним вимогам освітнього процесу, стимулюючи учнів до активної роботи, розвитку творчого та критичного мислення. Тому його було обрано для розробки нашого вебквесту.

3.2. Вебквест «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає»

У сучасній системі освіти велике значення надається інтерактивним методам навчання, які забезпечують не лише ефективне засвоєння матеріалу, а й активне залучення учнів до пізнавальної діяльності. Зокрема, вивчення таких складних тем, як ймовірність та статистика, вимагає застосування інноваційних підходів, здатних зробити навчання більш захоплюючим та доступним. У цьому контексті вебквест, як форма інтерактивного навчального завдання, є важливим інструментом для активізації пізнавальної діяльності учнів і підвищення їхнього інтересу до вивчення математичних дисциплін. Використання сучасних цифрових технологій, зокрема сервісу Genially, дозволяє створити мультимедійний, візуально привабливий та легко інтегрований у навчальний процес вебквест, що сприяє розвитку у школярів не тільки знань з теорії

ймовірностей, але й критичного мислення, логічної та математичної грамотності.

Метою вебквесту «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає»(рис.3.2.) є сприяння розвитку у учнів умінь та навичок застосування теоретичних знань з ймовірності та статистики через інтерактивні завдання, які стимулюють їхнє мислення та креативність. Квест має на меті не лише закріплення теоретичного матеріалу, а й розвиток здатності до самостійного пошуку інформації, аналізу та прийняття рішень на основі математичних розрахунків. Завдяки використанню сервісу Genially, цей квест надає учням можливість працювати в комфортному мультимедійному середовищі, що значно підвищує ефективність навчання та заохочує до подальшого вивчення математики.



Рис.3.2. Вебквест «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає».

У результаті виконання вебквесту учні не лише засвоять основні концепції ймовірності, але й отримають практичні навички їх застосування у повсякденному житті, що є важливим елементом у розвитку їхньої математичної культури та критичного мислення.

Для зручності виконання вебквесту було згенеровано QR-код(рис.3.3.).



Рис.3.3. QR-код для проходження квесту.

Основні етапи квесту наступні:

1. Вікторина «Так-Ні»(5 запитань)(рис.3.3)

An illustration of a person with pink skin and blue hair, wearing a pink suit, holding a large yellow lightbulb above their head.

Чи можна ймовірність події бути більшою за 1?

Так Ні

Send

Рис.3.3. Демонстрація блоку вікторини.

2. Інтеграція завдання із LearningApps(рис.3.4., 3.5, 3.6.)



Рис.3.4. Інтеграція завдання 1 із LearningApps.

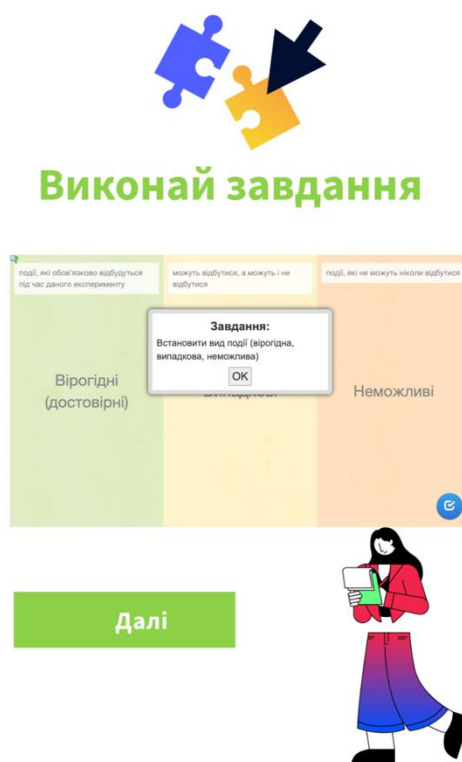


Рис.3.5. Інтеграція завдання 2 із LearningApps.

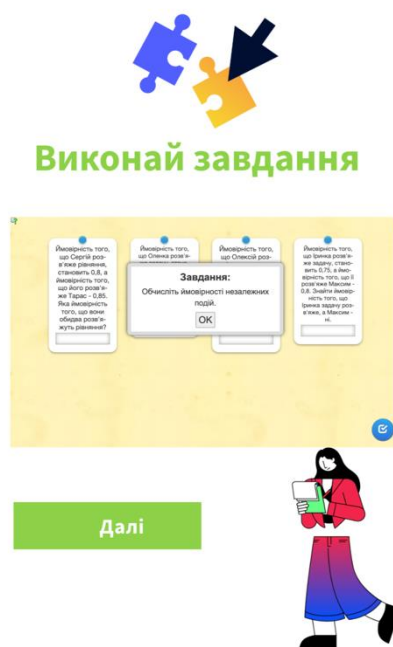


Рис.3.6. Інтеграція завдання 3 із LearningApps.

3. Блок «Цікавинки»(рис.3.7.).

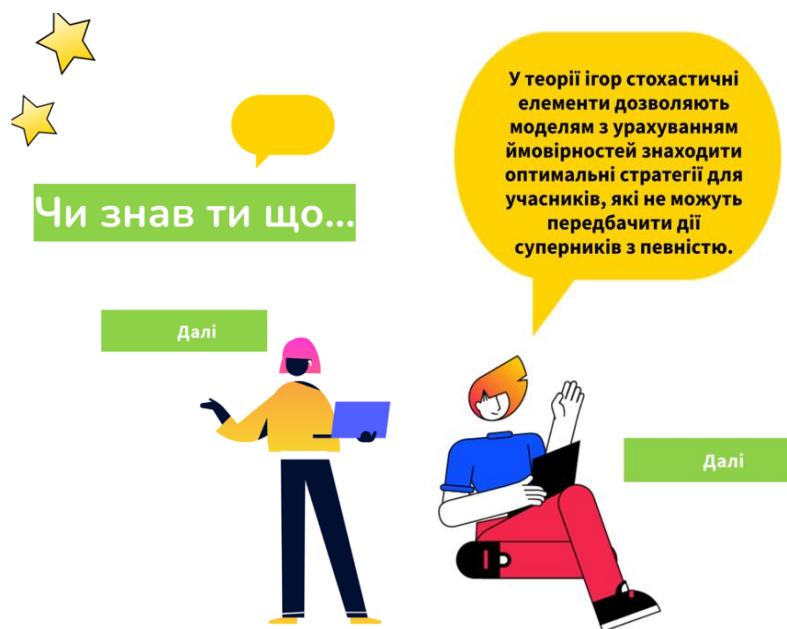


Рис.3.7. Демонстрація блоку «Цікавинки».

3.3. Апробація та аналіз її результатів

Математичний квест «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає» розроблено для учнів 11 класу і проведено в Пістинському ліцеї з учнями

11-А класу(фото апробації подано у Додатку 1). За допомогою цифрових технологій вдалося зробити турнір насамперед сучасним, цікавим та нетрадиційним для дітей, а також удосконалити та повторити вивчене з теорії ймовірності та математичної статистики .

Квест проведено із застосуванням :

- мультимедійної дошки, на якій демонструвалася презентація створена на платформі Canva;
- qR-коду(просканувавши qR-код проходили квест);
- Google-форми для оцінки вебквесту та уроку вцілому.

Даний квест є можливістю для учнів, щоб повторити, закріпити матеріал, показати свої знання і навички у математиці, а також для підготовки до НМТ На основі вивченого матеріалу з використанням розробленого квесту було проведено підсумки за допомогою опитування.

Перше питання було, чи подобаються учням завдання із застосуванням цифрових технологій і більшість відповіли що «так»(рис.3.8.).



Рис 3.8. Результат відповіді на запитання 1.

На запитання чи візьмуть учні участь в подібному турнірі, діти відповіли «так» або «обов'язково візьмуть»(рис. 3.9).



Рис. 3.9. Результат відповіді на запитання 2

А от на питання, що саме сподобалося дітям, відповіді були різними. Найбільше дітям сподобалися вправи за допомогою цифрових технологій(рис.3.10.)

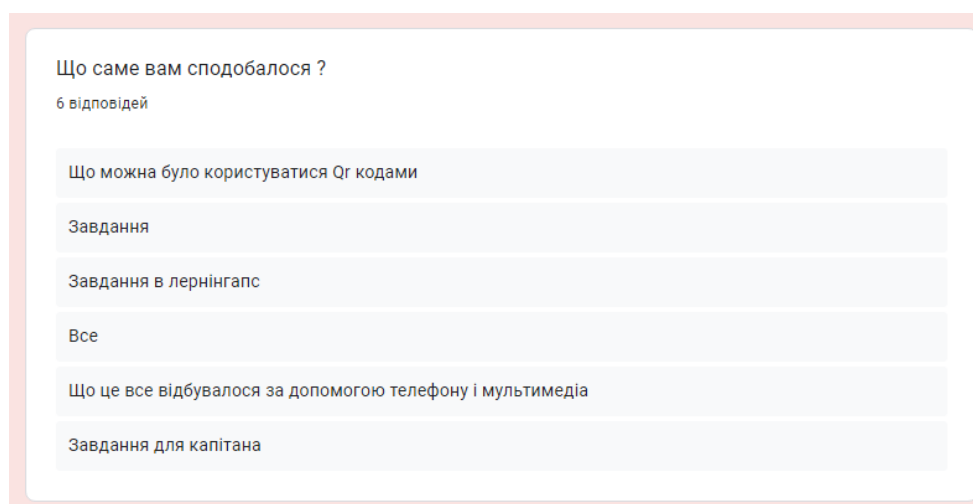


Рис.3. 10. Результат відповіді на запитання 3

Також, було питання, чи все дітям сподобалось. Більшість дітей не вказали ніяких зауважень(рис.3.11.) .

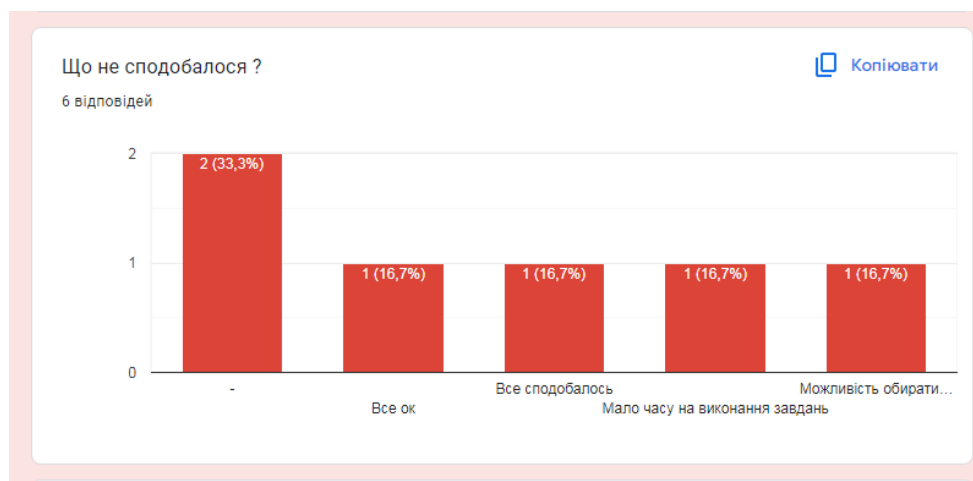


Рис.3.11. Результат відповіді на запитання 4.

В останньому запитанні діти ділилися враженнями від квесту(рис.3.12).

Які враження від заходу (опишіть одним словом)
6 відповідей

- Супер
- Цікаво
- Сподобалось
- 👍
- Чудово
- Може бути

Рис.3.12. Результат відповіді на запитання

За результатами опитування, проведеного після завершення квесту, можна зробити кілька важливих висновків. Більшість учнів позитивно оцінили завдання, що використовують цифрові технології, що підтверджує їхню зацікавленість і бажання продовжувати подібні заходи в майбутньому. Це також свідчить про високий рівень мотивації учнів до навчання, коли вони мають змогу взаємодіяти з технологіями, що відповідають їхнім інтересам та потребам.

Не менш важливим є той факт, що більшість учнів не висловили суттєвих зауважень щодо організації квесту, що вказує на його високий рівень якості та відповідність навчальним потребам. Враження учнів від квесту демонструють ефективність застосування інноваційних підходів у навчальному процесі, що дозволяє не лише повторити вивчений матеріал, а й активно його застосувати на практиці, підвищуючи рівень підготовленості учнів до зовнішнього незалежного оцінювання (НМТ). Отже, використання цифрових технологій у проведенні математичних квестів є перспективним напрямом для вдосконалення навчального процесу, стимулювання інтересу до навчання та підвищення рівня знань учнів.

Висновки до розділу 3

У третьому розділі дипломної роботи було розглянуто практичну реалізацію використання цифрових технологій для вивчення елементів стохастики у шкільному курсі математики. Проведена робота включала розробку методичних та дидактичних матеріалів із застосуванням цифрових інструментів, а також створення та апробацію математичного квесту як інноваційної форми навчання. Зокрема, дослідження охоплює розробку та застосування платформи Genially для створення інтерактивних навчальних матеріалів, а також використання цифрових технологій для організації та проведення математичного квесту "Хто ймовірність знає, той завжди перемагає".

Розробка методичних матеріалів за допомогою Genially дозволила створити візуально привабливі та інтерактивні ресурси, що сприяють кращому засвоєнню складних математичних понять, таких як ймовірність і статистика. За допомогою цього інструменту вдалося інтегрувати різноманітні мультимедійні елементи, що підвищили ефективність навчання, забезпечуючи взаємодію учнів з матеріалом в реальному часі.

Окрему увагу в розділі було приділено розробці та проведенню квесту, який став важливою частиною дослідження. Використання сучасних цифрових технологій, зокрема мультимедійних презентацій, QR-кодів та Google Форм для оцінювання результатів, дозволило не тільки зробити навчання більш захоплюючим і динамічним, а й надало учням можливість застосувати теоретичні знання на практиці. Квест, організований за допомогою цифрових засобів, сприяв активізації пізнавальної діяльності учнів, розвиваючи їхні навички критичного мислення, логічного та аналітичного підходу до розв'язання задач з теорії ймовірностей.

Підсумки проведеного квесту, зібрані через опитування учасників, свідчать про високу ефективність використання цифрових технологій. Більшість учнів висловили позитивні відгуки про інтерактивні завдання та готовність брати участь у подібних заходах у майбутньому. Це підтверджує не лише високий рівень мотивації учнів, а й їхню зацікавленість у використанні сучасних цифрових інструментів для освоєння математичних дисциплін.

Аналіз результатів дослідження показав, що цифрові технології значно підвищують ефективність вивчення стохастики, надаючи можливість персоналізованого підходу до навчання, що є важливим аспектом сучасної освітньої парадигми. У результаті учні змогли не тільки повторити теоретичний матеріал, а й закріпити його на практиці, що сприяло кращому засвоєнню знань та підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання.

Таким чином, впровадження цифрових технологій у навчання стохастики не лише підвищує ефективність засвоєння матеріалу, але й робить процес навчання більш інтерактивним та захоплюючим для учнів. Дослідження показало, що застосування таких інструментів, як Genially та інші цифрові сервіси, є перспективним напрямом для вдосконалення методики викладання математичних дисциплін у школах, що має значний потенціал для розвитку сучасної освітньої практики.

ВИСНОВКИ

З огляду на швидкий розвиток цифрових технологій та їх інтеграцію в освітній процес, вивчення елементів стохастики з використанням таких технологій є важливим і своєчасним кроком. Стохастика має значну роль у формуванні логічного та критичного мислення учнів, оскільки вона дозволяє розв'язувати задачі, що включають випадкові процеси та прийняття рішень в умовах невизначеності. Вивчення основ ймовірності та статистики допомагає учням не лише зрозуміти важливі математичні концепції, але й застосовувати ці знання у практичних ситуаціях.

Окреслені в роботі методичні підходи, зокрема використання інтерактивних інструментів та онлайн-сервісів, значно підвищують ефективність навчання. Завдяки цифровим технологіям учні отримують можливість глибше осмислювати складні математичні концепції через візуалізацію, моделювання та інтерактивні завдання, що допомагає підвищити їхню мотивацію до навчання. Використання цифрових технологій, зокрема таких платформ, як Genially, а також онлайн сервісів для створення вправ і тестів, виявилось надзвичайно ефективним у процесі вивчення стохастики. Ці інструменти дозволяють не лише створювати інтерактивні та мультимедійні навчальні матеріали, а й забезпечують персоналізований підхід до навчання, що значно підвищує зацікавленість учнів та сприяє глибшому засвоєнню матеріалу.

Математичний квест «Хто ймовірність знає, той завжди перемагає», проведений серед учнів 11-А класу Пістинського ліцею, став успішною практикою використання цифрових технологій для активізації навчального процесу та поглиблення знань з теорії ймовірності та математичної статистики. Впровадження сучасних інструментів, таких як мультимедійна дошка, QR-коди та Google-форми, дозволило зробити навчання більш цікавим, інноваційним та інтерактивним для учнів.

За результатами опитування, проведеного після завершення квесту, можна зробити кілька важливих висновків. Більшість учнів позитивно оцінили завдання, що використовують цифрові технології, що підтверджує їхню зацікавленість і бажання продовжувати подібні заходи в майбутньому. Це також свідчить про високий рівень мотивації учнів до навчання, коли вони мають змогу взаємодіяти з технологіями, що відповідають їхнім інтересам та потребам.

Отже, проведене дослідження підтверджує високу ефективність використання цифрових технологій для вивчення елементів стохастики в шкільному курсі математики, оскільки ці технології значно підвищують рівень засвоєння матеріалу, мотивацію учнів та їхні математичні компетентності. Впровадження таких підходів у навчальний процес є необхідним кроком для адаптації освітніх програм до вимог сучасного цифрового суспільства та розвитку цифрових компетентностей учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Borchers Michael Probability Calculator [Electronic Resource] / Michael Borcherd. - Mode of access : <https://www.geogebra.org/m/UaZzHjZG> (date of appeal : 31.07.2019).
2. Carceller, M. C., Serna-García, M., López-Fernández, E., Carcelén, A. P., & Flacco, N. (2023). GENIALLY AS AN INTERACTIVE TOOL IN THE INTEGRATED CURRICULUM IN BASIC BIOMEDICAL SCIENCES. In INTED2023 Proceedings (pp. 3992-3997). IATED.
3. Castillo-Cuesta, Luz. "Using genially games for enhancing EFL reading and writing skills in online education." International Journal of Learning, Teaching and Educational Research 21.1 (2022): 340-354.
4. Hohenwarter Markus. GeoGebra Quickstart. Check-as-you-go GeoGebra Tutorials [Electronic Resource] Markus Hohenwarter. – Режим доступу: <https://www.geogebra.org/m/Ebm5wBW5> (date of appeal: 30.06.2019).
5. Putra, Lovandri Dwanda, and Nuryah Afrina. "The development of genially-based interactive learning multimedia for elementary school students." Jurnal Fundadikdas (Fundamental Pendidikan Dasar) 6.2 (2023): 138-151.
6. Sada Manuel. Probabilidad: simulaciones y problemas [Electronic Resource]: GeoGebraBook / Manuel Sada. - Mode of access: <https://www.geogebra.org/m/qjWuUAgs> (date of appeal: 31.07.2019)
7. STEM-освіта: шляхи впровадження та перспективи / за заг. ред. О. І. Данилової, В. В. Сургаєвої. – Херсон: КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2016. – 120 с.
8. А. Г. Мерзляк, Алгебра: підруч. для 9 кл. з поглибленим вивченням математики / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. Гімназія, 2009. – 384 с.

9. А. Г. Мерзляк, Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. Гімназія, 2019. – 208 с.

10. Андрощук, М. В. (2024). Особливості використання віртуальної дошки на уроках математики. Актуальні питання сучасної інформатики: Матеріали доповідей VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю «Сучасні інформаційні технології в освіті та науці» (16-17 листопада 2023 р.), 7-11.

11. Беседін, Б. Б. "Педагогічні умови використання дидактичної гри на уроках математики." Физико-математическое образование 3-2 (25) (2020): 7-9.

12. Васильєва Д. В. Збірник задач з математики. 5-9 класи: наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація / Д. В. Васильєва, Н. І. Василюк. – Київ: Видавничий дім «Освіта», 2017. – 112 с.

13. Волошена, В. (2020). ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ СТОХАСТИЧНОЇ ЗМІСТОВНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІНІЇ В СТАРШІЙ ШКОЛІ. Проблеми сучасного підручника, (24), 22-34.

14. Г. П. Бевз, Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Г.П. Бевз, В. Г. Бевз. – Видавничий дім «Освіта», 2019. – 272 с.

15. Дейниченко, Г., & Мартинюк, М. (2022). *Елементи стохастики: історичний аспект* (Doctoral dissertation, Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди).

16. Є. П. Нелін, Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Харків: Вид-во «Ранок», 2019. – 304 с.

17. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. – Київ: РННЦ «ДІНІТ», 2004. – 254 с.

18. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. Посібник для вчителів. – Київ: Шкільний світ, 2006. – 120 с. «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019) (м. Черкаси, 11–12 квітня 2019 р.). – Черкаси, 2019. – С. 215-216. – Режим доступу: <http://difur.in.ua/wp-content/uploads/2019/04/pmo-2019.pdf#page=215>.

19. Захарчева Л. М. Методика навчання стохастики учнів з особливими освітніми потребами засобами дистанційних технологій / Т. Г. Крамаренко, Л. М. Захарчева // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції

20. Захарчева Л. М. Можливості використання інтерактивних вправ сервісу Learning Apps в навчанні стохастики учнів з особливими освітніми потребами [Електронний ресурс] / Л. М. Захарчева // Наукові записки молодих учених: матер. наук.-практ. конф., Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка. – Режим доступу: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1675>

21. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – Київ: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2018. – №20(27). – С. 50-56. – Режим доступу: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/jspui/handle/0564/2300>.

22. Крамаренко Т. Г. Використання дистанційних технологій у навчанні математики учнів з особливими освітніми потребами / Т. Г. Крамаренко, Л. М. Захарчева, К. О. Шавиріна // Зб. матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції «Проблеми розвитку професійних компетентностей вчителів природничо-математичного напрямку». – Дніпро: Дніпровська академія неперервної освіти, 2019.

23. Лов'янова І. В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект: монографія / Ірина Василівна Лов'янова. – Черкаси: Вид. Чабаненко Ю. А., 2014. – 368 с.

24. Лов'янова І. В. Реалізація індивідуальних освітніх траєкторій учнів в освітньому середовищі багатoproфільної школи / Н. А. Тарасенкова, Н. П. Желєзняк, Б. Й. Окунів // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, V (54), Issue: 2017. – P. 47-53

25. Навчальна програма з математики для учнів 10 - 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

26. Навчання математики в старшій профільній школі на профільному рівні (методичні рекомендації) / М. І. Бурда, Д. В. Васильєва, В. В. Волошена, О. І. Глобін [Електронний ресурс]. - Режим доступу <http://lib.iitta.gov.ua/712224/1/Metod%20recomend.pdf>

27. О. С. Істер, Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти / Олександр Істер. – Київ: Генеза, 2019. – 304 с.

28. Освітні програми з математики 5-9 клас: Міністерство освіти і науки України [Електронний ресурс].– Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalnaserednyaosvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>

29. Погодіна, Ю. (2023). ЕФЕКТИВНІ ПІДХОДИ ДО ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШИХ КЛАСАХ: СТРАТЕГІЇ ТА МЕТОДИ. Перспективи та інновації науки (12 (30)).

30. Резниченко, А. С. (2021). РОЗВИТОК «М'ЯКИХ» НАВИЧОК УЧНІВ У НАВЧАННІ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ. Наукові записки молодих учених, (8).

31. Руденко, Н. М., & Антипова, С. О. (2021). Застосування інтерактивних технологій та ІКТ на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. Молодий вчений, 89(1), 271-276.

32. Сиротенко Г. О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання / Г. О. Сиротенко. – Харків: Видав. гр. «Основа», 2003. – 78 с.

33. Т. М. Хмара, Розвиток поняття ймовірності випадкової події в змісті шкільного курсу математики [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2_79.pdf

34. Турчин В. М. Математична статистика: посібник./В. М. Турчин. – Київ: Вид. Центр «Академія», 1999 – 240с.

35. Чернишов, М. В., Дворник, А., Чернишова, З., Кондратенко, С., & Каріна, Т. (2024, April). ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ. In The 14th International scientific and practical conference “Actual problems of personality psychology in the modern world” (April 09–12, 2024) Rome, Italy. International Science Group. 2024. 309 p. (p. 222).

36. Шевчук, Л. Д., & Бобовський, Р. П. (2022, December). ФОРМУВАННЯ СТОХАСТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ІННОВАЦІЙНИХ МЕТОДІВ І ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ. In The 16 th International scientific and practical conference “Modern science: innovations and prospects” (December 11-13, 2022) SSPG Publish, Stockholm, Sweden. 2022. 547 p. (p. 290).

37. Штонда, О., & Крисевич, А. (2023). МЕТОДИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ЦІКАВОГО, СУЧАСНОГО ТА ПРОДУКТИВНОГО НАВЧАННЯ.

38. Щоголева, Т., & Заболотня, А. (2021). Застосування ІКТ на уроках математики, як спосіб розвитку пізнавального інтересу учнів. 2021. URL: <http://dspace.idgu.edu.ua/xmlui/bitstream/handle/.pdf>.

39. Яременко О. Зайнятість молоді з функціональними обмеженнями / О. Яременко, К. Бондарчук, Н. Комарова. – Державний інститут проблем сім'ї та молоді, 2003. – 78 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Апробація дослідження у ліцеї

