

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти
на тему «**Інтерактивні методи вивчення властивостей правильних
многокутників**»

Виконала:

магістрантка групи СОМ(М)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Книшук Іванна Володимирівна

Керівник Заторський Роман Андрійович

Рецензент _____

(прізвище та ініціали)

Івано-Франківськ – 2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКУТНИКІВ	7
1.1. Значення інтерактивних методів навчання у сучасній освіті.....	7
1.2. Особливості застосування інтерактивних методів вивчення правильних многокутників.....	12
1.3. Психологічні та педагогічні аспекти використання інтерактивних методів вивчення правильних многокутників	18
РОЗДІЛ 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ТА ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКУТНИКІВ	24
2.1 Огляд основних інтерактивних методів вивчення властивостей правильних многокутників.....	24
2.2 Застосування рольових ігор на уроках математики для узагальнення знань про властивості правильних многокутників.	29
2.3 Використання проблемних завдань та групової роботи для розвитку логічного мислення при вивченні властивостей правильних многокутників. ...	33
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКІТНИКІВ.....	39
3.1. Розробка методичного матеріалу для засвоєння нових знань при вивченні властивостей правильних многокутників	39
3.2. Розробка методичного матеріалу для узагальнення і систематизації знань і вмінь при вивченні властивостей правильних многокутників	45
3.3. Розробка методичного матеріалу для контроль і корекції знань та вмінь при вивченні властивостей правильних многокутників	51
ВИСНОВКИ.....	56

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	58
ДОДАТКИ.....	62
Додаток А. Види інтерактивних методів навчання	62
Додаток Б. Використання Learningapps.org при вивченні правильних многокутників.....	63
Додаток В. Розгорнутий конспект уроку-гри при вивченні властивостей правильних многокутників.....	64
Додаток Г. Розгорнутий конспект уроку застосування знань, умінь і навичок при вивченні властивостей правильних многокутників	73
Додаток Д. Наочний матеріал до уроку Розв'язування типових вправ за темою «Довжина кола. Довжина дуги кола».....	81
Додаток З. Розвязки задач до методичного матеріалу для контроль і корекції знань та вмінь при вивченні властивостей правильних многокутників.....	86

ВСТУП

В сучасному світі, де швидко змінюються технології та вимоги до освіти, педагоги та вчителі стикаються з необхідністю пошуку ефективних методів навчання, які б надавали можливість оволодінням навчальним матеріалом та розвитком креативного мислення учнів. Однією з ключових складових успішного навчання є застосування інтерактивних методів, які активізують учнівську активність, стимулюють їхню участь у процесі навчання та сприяють кращому засвоєнню матеріалу.

Актуальність теми зумовлена низкою факторів, що впливають на сучасну систему освіти та процес навчання математики. Нормативно-правова база в області освіти в Україні встановлює вимоги до змісту та організації навчального процесу, включаючи математику. Однак, деякі з цих вимог можуть бути загальними та не деталізованими щодо застосування конкретних методів навчання, таких як інтерактивні методи. Таким чином, існує необхідність деталізації та конкретизації підходів до викладання математики, включаючи вивчення теми властивості правильних многокутників.

Порівняння з відомими вирішеннями проблеми показує, що інтерактивні методи навчання здебільшого визнані як ефективний засіб залучення учнів до навчального процесу та підвищення їхньої активності. Проте, деякі аспекти застосування інтерактивних методів на уроках математики можуть бути недостатньо розробленими або неадекватно врахованими, особливо в контексті вивчення конкретних тем, наприклад, правильних многокутників. Це може призводити до неоднозначних результатів та змішаних відгуків щодо ефективності такого підходу.

Обґрунтування актуальності даної роботи полягає в необхідності вдосконалення підходів до викладання математики з використанням інтерактивних методів, зокрема в контексті теми властивості правильних многокутників. Заповнення цієї прогалини дозволить підвищити ефективність навчання, залучити учнів до активної участі у процесі навчання та забезпечити краще засвоєння матеріалу. Таким чином, дослідження інтерактивних методів

навчання на уроках математики під час вивченні властивостей правильних многокутників є важливим кроком у напрямку вдосконалення процесу навчання учнів та досягнення більш кращих результатів та досягнень у навчанні математики.

Метою даного дослідження є аналіз ефективності використання інтерактивних методів навчання для поліпшення засвоєння матеріалу та розвитку мислення учнів у контексті вивчення властивостей правильних многокутників

Для досягнення цієї мети поставлено наступні **завдання**:

- ✓ проаналізувати сучасні теоретичні підходи до використання інтерактивних методів навчання на уроках математики;
- ✓ вивчити особливості використання інтерактивних методів навчання під час вивчення властивостей правильних многокутників;
- ✓ провести аналіз ефективності застосування інтерактивних методів навчання на прикладі вивчення теми «Правильні многокутники»;
- ✓ визначити практичне значення отриманих результатів та їхню можливу впровадженість у навчальний процес.

Об'єктом дослідження виступають учні, які вивчають математику в середній школі,

Предметом дослідження є використання інтерактивних методів навчання на уроках математики при вивченні властивостей правильних многокутників.

Для вирішення зазначених завдань у дослідженні використовувалися такі наступні **методи**, як аналіз наукової літератури щодо використання інтерактивних методів навчання; спостереження за процесом викладання теми «Правильні многокутники» з використанням інтерактивних методів; аналіз отриманих даних та узагальнення результатів.

Науковою новизною даної роботи є те, що вона висвітлює актуальну проблему застосування інтерактивних методів навчання на уроках математики та надає конкретні рекомендації щодо їхнього ефективного використання при вивченні властивостей правильних многокутників.

Практичне значення отриманих результатів полягає в можливості використання їх вчителями математики під час підготовки та проведення уроків, що сприятиме покращенню процесу навчання та засвоєння матеріалу учнями.

Структура роботи включає в себе вступ, три розділи, висновки, список опрацьованих наукових джерел та додатки. Обсяг дипломної роботи становить 93 сторінки, включаючи й вступ.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКУТНИКІВ

1.1. Значення інтерактивних методів навчання у сучасній освіті

Сучасний розвиток суспільства спрямований на інноваційну підготовку всебічно розвиненої особистості, здатної до соціалізації, самовдосконалення, громадянської активності та життя в суспільстві. Це передбачає формування національно-культурних, моральних та психологічних цінностей, які допомагають кожній людині усвідомити себе як свідомого громадянина.

Концепція Нової української школи орієнтована на виховання таких учнів, тому навчальний процес постійно оновлюється. Змінюється підхід до викладання, збагачується зміст навчальних матеріалів і впроваджуються нові дисципліни для забезпечення більш якісної освіти.

Поняття «методи навчання» в педагогіці отримало широку увагу дослідників, зокрема А. Кузьмінського та С. Омеляненка [13], М. Фіцули [24] та ін., які розкрили зміст поняття «метод» і запропонували класифікації методів. Поняття «інтерактивні методи навчання» розкривається в працях таких учених науковців, як О. Комар [12], О. Пометун [20], Л. Пироженко, П. Фенрих, П. Шевчук [11].

Проаналізувавши походження методики навчання математики, ми виявили, що методику навчання математики розглядали такі вчені, як Г. Бевз [1], З. Слєпкань [22], А. Столяр, Р. Черкасов [12], Л. Фрідман. Інтерактивні методи навчання математики є предметом дослідження таких науковців, як Д. Губар [7], В. Лапінський, Н. Лосєва, А. Панова [14] та ін.

На сьогоднішній день питання методів навчання залишається надзвичайно актуальним, оскільки воно є ключовою ланкою в загальній теорії та методиці навчання і виховання учнів. Правильний вибір методів є важливою основою для формування всебічно розвиненої, творчої, соціально адаптованої та самостійної особистості. Багато науковців у своїх працях пропонують визначення поняття «метод», тому в рамках нашого дослідження розглянемо кілька з них.

У «Українському педагогічному словнику» це поняття визначено коротко: «Методи (від грец. μέθοδος – шлях досягнення або пізнання) навчання в школі – це систематизовані способи взаємодії вчителя й учнів, спрямовані на досягнення навчально-виховних цілей» [6]. Цим визначенням послуговується у своїх роботах деякі науковці, а М. Фіцула уточнює його, замінюючи «виконання навчально-виховних завдань» на «виконання завдань освіти, виховання та розвитку в процесі навчання» [24].

Сучасна українська педагогіка має значний досвід у реалізації та застосуванні методів навчання. Поняття «методи» та їх використання в освітньому процесі, їх класифікація, включають в себе різноманітні точки зору як зі сторони методичних підходів, так і розвитку активності пізнавальної діяльності. Сьогодні існують десятки різних класифікацій методів навчання.

Протягом 20-го століття було визначено три основні категорії методів навчання, кожна з яких містить декілька класифікацій, заснованих на таких принципах:

- ✓ Організовувати та проводити просвітницьку та просвітницьку діяльність;
- ✓ Стимулювання та мотивація до навчально-пізнавальної діяльності;
- ✓ Контроль і самоконтроль навчально-пізнавальної діяльності.

Оскільки ефективність навчання значною мірою залежить від організації мислення людини, дослідники класифікують цю групу методів як методи за рівнем самостійної розумової діяльності. У контексті методики навчання математики ці методи більш детально розглядає З. Слєпкань, яка класифікує їх за характером навчально-пізнавальної діяльності учнів і наводить конкретні приклади з математики, що повністю розкривають сутність кожного методу. Вона також підкреслює різноманітність класифікацій методів у педагогіці, зокрема: за джерелом отримання знань (словесні, наочні, практичні); за способами організації навчальної діяльності учнів (методи засвоєння нових знань, методи формування умінь і навичок, а також їх застосування на практиці, методи

перевірки й оцінювання знань, умінь і навичок); за характером навчально-пізнавальної діяльності учнів [22].

У навчально-методичному посібнику «Методи навчання математики» Г. Бевза методи навчання поділені на чотири основні групи:

Методи активізації уваги учнів, які включають метод мотивації навчання, метод викликання інтересу, метод створення проблемних ситуацій і метод стимулювання учнів.

Методи викладу матеріалу, такі як метод доцільних задач, конкретно-індуктивний і абстрактно-дедуктивний методи, сократичний та евристичний методи, дослідницький метод, метод укрупнення дидактичних одиниць, проскриптивний та інскриптивний методи.

Методи закріплення матеріалу, зокрема метод повторень і метод вправ.

Методи навчання розв'язування задач, такі як метод поступового ускладнення задач і метод евристичних настанов [1].

Таким чином, проаналізувавши поняття «методи» в педагогіці та математиці, можна стверджувати, що система методів навчання у геометрії включає загально-дидактичні методи, адаптовані до навчання математики, а також спеціальні методи, які відображають основні підходи до пізнання, що використовуються в цій науці.

Сучасний педагог, незалежно від того, який предмет він викладає, повинен володіти необхідним «арсеналом» інтерактивних методів навчання та вміти ефективно їх застосовувати в освітньому процесі. Основні переваги використання сучасних інформаційних технологій включають можливість диференціації та індивідуалізації навчання, а також сприяння розвитку творчої пізнавальної активності учнів.

За допомогою інтерактивних методів навчання на уроках математики освітяни вирішують такі завдання:

- 1) Формування мотивації до навчання з позитивної позиції;
- 2) Стимулювання до підвищення пізнавальної активності учнів;
- 3) Ефективно засвоювати великий об'єм навчального матеріалу;

4) Стимулювання розвитку творчих здібностей та нестандартного логічного мислення;

5) Розвиток комунікативної компетентності учнів;

6) Виявлення та розвиток індивідуальності кожного учня.

У процесі навчання інтерактивні методи були розроблені у різних формах та на основі певних принципів для їх вдосконалення. Сьогодні інтерактивний метод стрімко поширюється в освіті завдяки впровадженню нових технологій та розвитку нових навичок. Школи активно забезпечуються сучасними інформаційними технологіями, такими як комп'ютери, проектори, інтернет-ресурси та електронні підручники, що сприяє покращенню умов навчання. Суть інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес організований для стимулювання діяльності учнів через застосування нових технологій та навичок. Таким чином, інноваційні технології відіграють ключову роль у розвитку освіти.

До інтерактивних методів відносяться такі форми роботи, як групові дискусії, рольові ігри, мозковий штурм, інтерактивні лекції, практичні завдання з використанням сучасних технологій тощо. Кожен з цих методів орієнтований на те, щоб зробити навчання цікавим і ефективним.

Основними перевагами інтерактивних методів навчання є:

✓ Активізація навчального процесу. Залучення учнів до активної діяльності допомагає їм краще засвоювати матеріал, оскільки навчання стає більш практичним і реалістичним. Учні не лише отримують знання, але й опрацьовують їх на практиці, що значно підвищує якість навчання.

✓ Розвиток критичного мислення. Інтерактивні методи стимулюють учнів до аналізу інформації, порівняння різних точок зору, аргументації своїх думок. Це розвиває вміння самостійно приймати рішення та вирішувати проблеми.

✓ Підвищення мотивації до навчання. Оскільки інтерактивні методи роблять навчання цікавішим і динамічнішим, учні більше зацікавлені у процесі. Використання новітніх технологій, таких як комп'ютери, навчальні планшети,

інтерактивні дошки та різноманітні інтернет-платформи та ресурси, сприяє підвищенню інтересу до навчального матеріалу.

✓ Соціалізація учнів. Під час роботи в групах або парах учні розвивають навички спілкування, співпраці та командної роботи. Це готує їх до реальних життєвих ситуацій, де здатність взаємодіяти з іншими людьми є критичною.

✓ Індивідуалізація навчання. Інтерактивні методи дозволяють враховувати індивідуальні особливості кожного учня. Це сприяє тому, що кожен учень може працювати у своєму темпі, отримуючи підтримку саме тоді, коли вона йому необхідна.

Інтерактивні методи навчання ефективні у будь-якій галузі освіти. Наприклад, на уроках математики інтерактивні методи допомагають учням краще зрозуміти абстрактні поняття через використання практичних завдань та ігор. У гуманітарних науках, таких як історія або література, групові дискусії та рольові ігри допомагають учням глибше аналізувати події та явища, розвиваючи критичне мислення та емпатію.

Незважаючи на безліч переваг, впровадження інтерактивних методів навчання також має свої виклики. Один з основних – це необхідність підготовки вчителів до використання нових методик. Інтерактивні методи вимагають від педагога не лише знання предмета, але й уміння управляти активною взаємодією в класі, використовувати сучасні технології та створювати сприятливу атмосферу для навчання. Крім того, не всі школи мають достатню матеріальну базу для впровадження новітніх технологій.

Інтерактивні методи навчання стають важливим елементом сучасної освіти, що дозволяє розвивати всебічно розвинену особистість, готову до життя у сучасному суспільстві. Вони допомагають учням активно брати участь у навчальному процесі, розвивати критичне мислення та соціальні навички, що є необхідними у швидкозмінному світі. Впровадження цих методів вимагає нових підходів та ресурсів, але їх ефективність безсумнівна.

1.2. Особливості застосування інтерактивних методів вивчення правильних многокутників

У сучасному світі прогрес відбувається стрімкими темпами. Завдяки комп'ютеризації математичні методи проникають у всі галузі науки. Сьогодні люди активно застосовують математику в таких сферах, як археологія, економіка, медицина, лінгвістика та біологія, які ще кілька десятиліть тому здавалися абсолютно не пов'язаними з математикою. Сучасна система освіти потребує повного оновлення, а цього можна досягти лише системним підходом. Системний аналіз – це сукупність концепцій, методів, процедур і технік, які використовуються для вивчення, опису та реалізації процесів і явищ різної природи. Він охоплює використання загальних законів і методів для вивчення міждисциплінарних проблем.

Системний підхід у навчанні є інноваційним напрямком, що вивчає природу та закономірності виховання і навчання як цілісної системи педагогічного процесу. Він розглядає це як комплекс взаємопов'язаних заходів, спрямованих на формування світогляду, системи наукових понять, а також системного мислення рідною та однією або кількома іноземними мовами, що сприяє творчому розвитку особистості. Основою такого підходу є метод, який базується на знаннях з таких наук, як системотехніка, кібернетика, математика, логіка, філософія, психологія, нейропсихологія та інших галузей, включаючи системну лінгвістику [16, с. 412].

Системний метод дозволяє у дуже короткі терміни засвоїти будь-який предмет у середній та вищій школі. Він особливо ефективний у вивченні математики, оскільки є основою для формування мислення. Цей унікальний логічний підхід до навчання математики використовує систему базових і ситуативних моделей, а також алгоритмів, що спеціально систематизують навчальний матеріал. Це допомагає вирішити більшість проблем у навчанні та сприяє досягненню автоматизму у розв'язанні різноманітних задач (рис. 1.1).

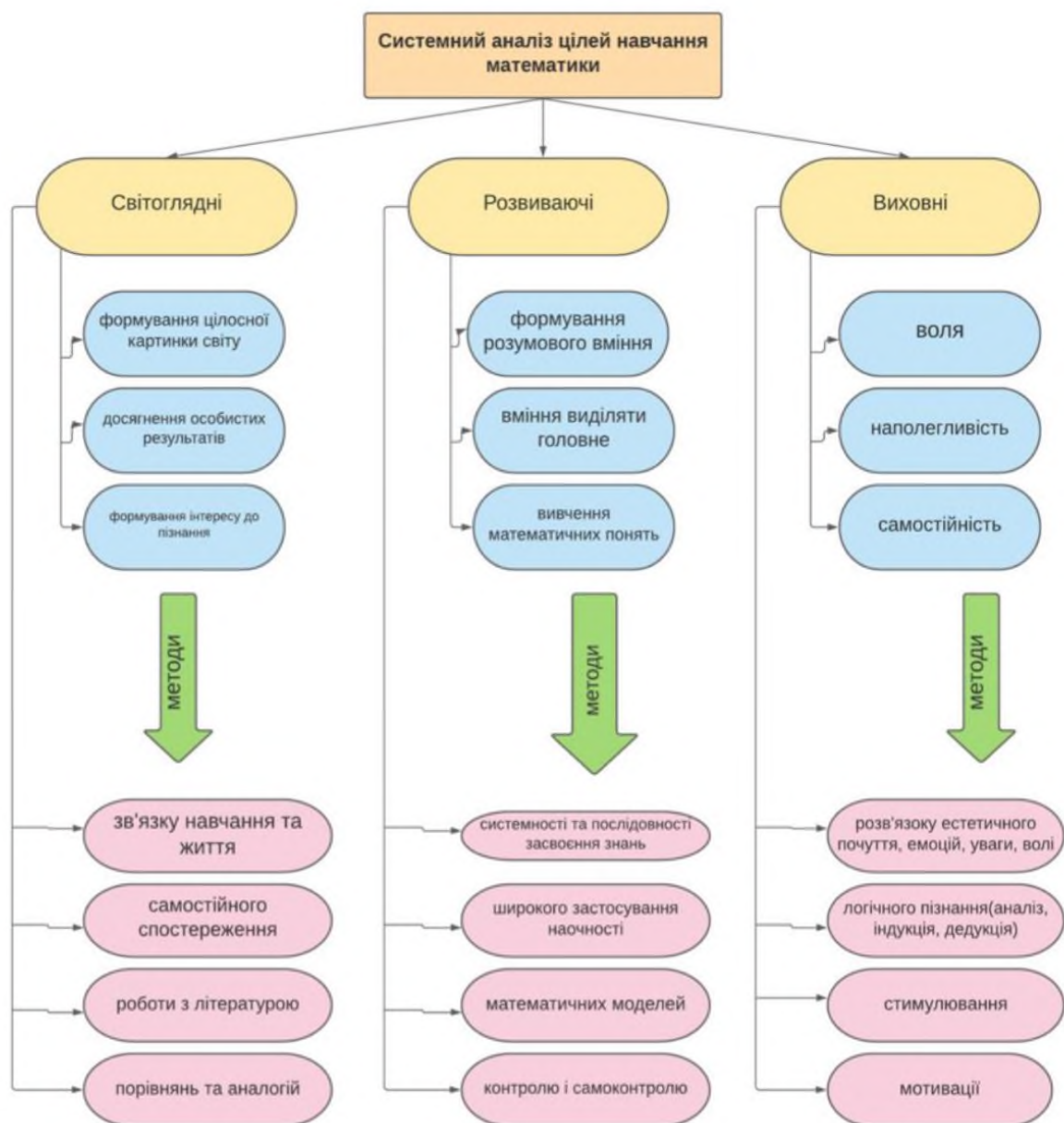


Рис. 1.1 Системний метод у навчанні

Системний підхід має величезний потенціал у порівнянні з традиційними методами навчання. Його впровадження дозволяє досягти таких результатів [16, с. 413]:

- скорочення часу на навчання в кілька разів, одночасно підвищуючи його якість;
- формування системного мислення;
- здатність без перекладу розуміти різні типи задач;
- можливість швидко та досконало опанувати предмет, що вивчається;
- одночасне засвоєння кількох різних тем у межах одного заняття;

- спрямоване формування мислення;
- здатність швидко і автоматично говорити іноземною мовою та інше.

Системний підхід є інноваційною технологією навчання та виховання, і його впровадження у систему освіти сприяє значним змінам: підвищенню результативності навчання при суттєвому скороченні термінів навчання.

Основні завдання системного підходу у вивченні математики включають:

- ✓ формування системного мислення;
- ✓ глибоке знання основ дисциплін, які вивчаються;
- ✓ володіння системою математичних понять.

Ці завдання досягаються через формування «правильного» мислення та свідомості за допомогою освоєння базових моделей.

Основні принципи системного навчання [16, с. 414]:

- ✓ опора на свідомість, мислення та мову; розвиток системного мислення; систематизація навчального матеріалу;
- ✓ використання системних понять у навчальному процесі;
- ✓ чітка логічність у викладанні матеріалу, організації навчання та побудові підручників;
- ✓ застосування максимально стиснутої інформації для навчання (формули, моделі, схеми, алгоритмічні таблиці);
- ✓ орієнтація на глибокі знання, ефективне засвоєння навчального матеріалу та скорочення термінів навчання для всіх дисциплін;
- ✓ використання блочного методу викладання матеріалу, з поступовим поглибленням знань у межах теми та всієї системи освіти;
- ✓ впровадження теле- та комп'ютерної системи навчання, обмін міжнародним досвідом і практикою;
- ✓ висока моральність та ідейність освіти, виховання духовних цінностей;
- ✓ застосування базових моделей мислення як найкоротшого шляху до знань у будь-яких галузях, та впровадження мотивуючого навчання, яке швидко демонструє результати.

Основні методики викладання представлені на рисунку. (Рис.1.2).

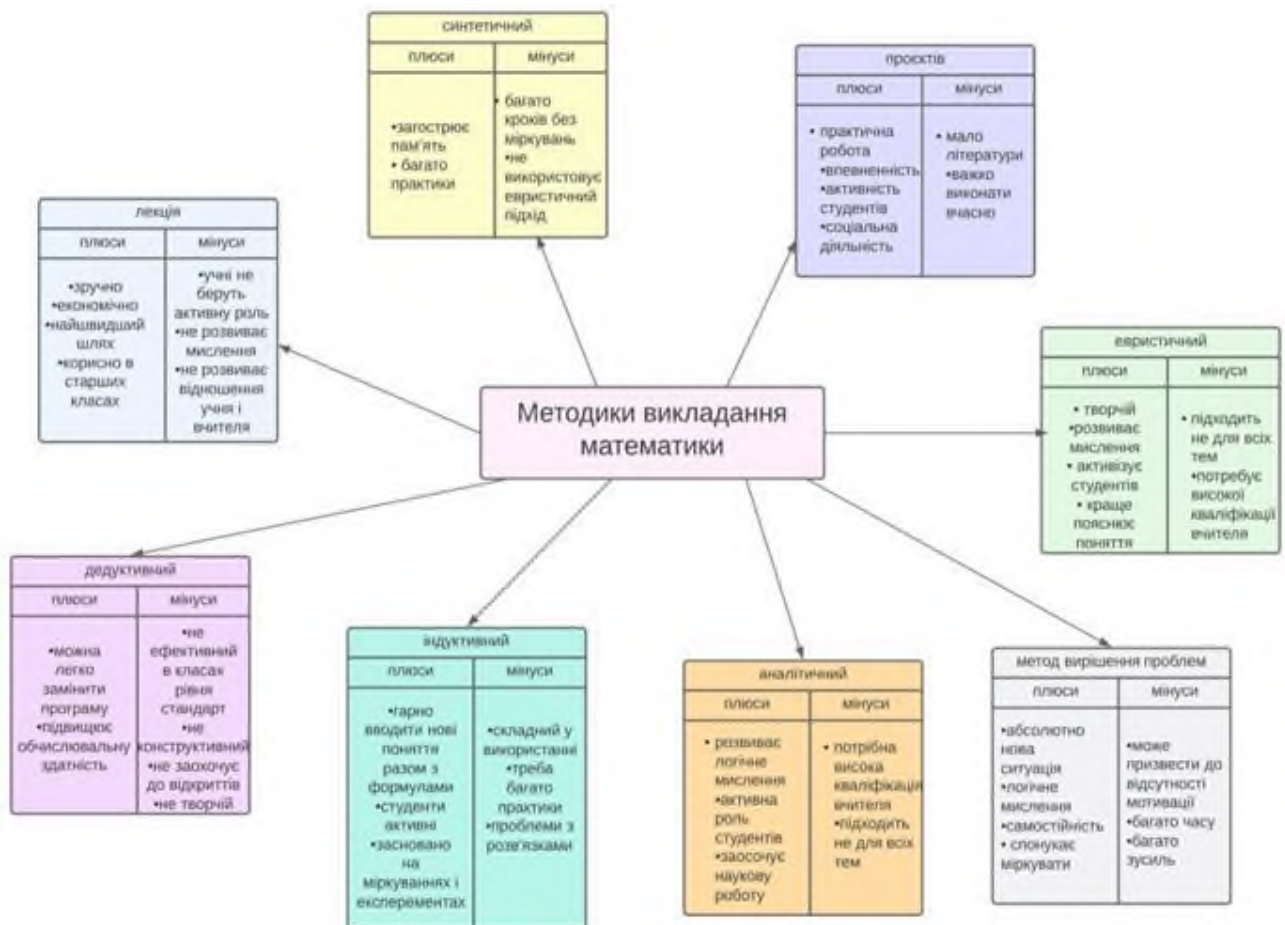


Рис. 1.2. Основні методи викладання математики

Компетентнісний підхід у навчанні математики — це набір основних принципів, які стосуються визначення цілей математичної освіти, вибору навчального змісту, організації навчального процесу та оцінювання результатів навчання. Основне завдання математичної освіти полягає в тому, щоб розвивати в учнів здатність самостійно вирішувати різноманітні проблеми, використовуючи набуті соціальні знання і досвід. Процес математичної освіти спрямований на створення умов, які допомагають студентам набути досвід самостійного вирішення пізнавальних, комунікативних, організаційних, моральних та інших проблем, що складають зміст навчання [16, с. 416].

У навчанні інтерактивних методів було створено різні типи та принципи для їхнього розвитку. На сьогодні інтерактивні методи в закладах освіти стрімко поширюються, що тісно пов'язано з появою нових технологій та навичок. При цьому розглядаються всі можливі шляхи покращення умов навчання. Для цього

університети оснащуються сучасними інформаційними технологіями, такими як комп'ютери, проектори, інтернет-ресурси, електронні підручники тощо. Основна ідея інтерактивного навчання полягає в тому, що освітній процес організовано з метою активного розвитку учнів через застосування новітніх технологій і навичок. Тому інноваційні технології відіграють ключову роль у цьому процесі.

Вивчення геометричних фігур, зокрема правильних багатокутників, є важливою частиною шкільної програми з математики. Однак засвоєння цих тем може викликати труднощі в учнів через їхню абстрактність та складність для візуалізації. Саме тому використання інтерактивних методів навчання при вивченні правильних багатокутників стає необхідним для кращого засвоєння матеріалу та активної участі учнів у процесі навчання. Ці методи дозволяють зробити процес навчання динамічним і цікавим, забезпечуючи одночасний розвиток аналітичних та творчих здібностей.

Перевагами інтерактивних методів у вивченні правильних багатокутників є активна участь учнів у навчальному процесі, розвиток просторового мислення, групова робота та кооперація, використання сучасних технологій, мотивація та зацікавленість.

Інтерактивні методи надають учням можливість брати активну участь у вирішенні задач та обговоренні геометричних властивостей правильних багатокутників. Замість пасивного сприйняття інформації учні виконують інтерактивні завдання, що допомагає їм глибше зрозуміти суть теми. Наприклад, учні можуть будувати багатокутники за допомогою комп'ютерних програм або розв'язувати задачі в групах.

Використання інтерактивних технологій, таких як 3D-моделі або спеціальні програми для побудови геометричних фігур, допомагає учням краще уявляти та розуміти правильні багатокутники. Це особливо важливо для тих учнів, яким важко сприймати абстрактні математичні поняття. Візуалізація правильних багатокутників дозволяє їм побачити симетрію та властивості фігур на практиці.

Завдяки інтерактивним методам учні можуть працювати в групах, виконуючи завдання з побудови та аналізу правильних багатокутників. Цей підхід сприяє розвитку комунікативних навичок, вчить працювати в команді, обговорювати різні точки зору та приймати спільні рішення. Наприклад, групові проекти з побудови багатокутників та аналізу їхніх властивостей можуть бути цікавим і корисним способом закріпити матеріал.

Інтерактивні методи передбачають використання різних технічних засобів, таких як інтерактивні дошки, геометричні програми (GeoGebra [29]), планшети тощо. За допомогою таких інструментів учні можуть проводити експерименти з правильними багатокутниками, змінюючи кількість сторін, обчислюючи площі, кути та периметри в реальному часі. Це дозволяє їм більш наочно побачити взаємозв'язки між різними властивостями багатокутників і розвивати математичні навички.

Завдяки інтерактивним методам навчання, учні стають більш мотивованими до вивчення геометрії. Сучасні технології, ігри та інтерактивні завдання роблять процес навчання цікавим, що підвищує інтерес учнів до предмета. Наприклад, віртуальні моделі або інтерактивні вправи з правильними багатокутниками створюють елемент гри, що сприяє залученню навіть тих учнів, які зазвичай втрачають інтерес до математики.

Прикладом інтерактивних методів при вивченні правильних багатокутників є:

1. Проектна робота. Учні можуть працювати над проектом з дослідження правильних багатокутників, побудови їх на практиці та аналізу їхніх властивостей. Проекти можуть включати як використання комп'ютерних програм, так і ручну побудову багатокутників. Це допомагає учням краще зрозуміти тему через власну практичну діяльність.

2. Інтерактивні презентації. Використання мультимедійних презентацій з візуалізацією правильних багатокутників дозволяє учням швидше засвоювати матеріал. Анімації, інтерактивні графіки та відеоматеріали наочно демонструють математичні закономірності та роблять уроки більш цікавими.

3. Онлайн-тести та вікторини. Інтерактивні онлайн-платформи дозволяють вчителям створювати тести та вікторини, які учні можуть проходити в режимі реального часу. Це допомагає закріпити знання, отримані під час уроку, та дає можливість учням швидко перевірити свій рівень засвоєння теми.

4. Математичні ігри. Математичні ігри, такі як конструктори багатокутників, дозволяють учням граючи вивчати властивості геометричних фігур. Це сприяє розвитку аналітичного мислення та робить процес вивчення правильних багатокутників більш захоплюючим.

Застосування інтерактивних методів при вивченні правильних багатокутників дозволяє зробити навчальний процес більш цікавим, ефективним і практичним. Завдяки таким методам учні можуть не лише краще засвоїти математичні поняття, але й розвинути свої комунікативні, соціальні та технічні навички. Інтерактивні технології роблять абстрактні теми доступними та зрозумілими, мотивують учнів до активної участі в навчанні та стимулюють їхнє зацікавлення математикою.

1.3. Психологічні та педагогічні аспекти використання інтерактивних методів вивчення правильних багатокутників

Учитель мусить бути творцем.

А якщо його праця - лише ремесло,

тоді немає в світі тяжчого ремесла.

А. Дістервег

Соціальні зміни в українському суспільстві та війна принципово змінили спрямованість освітньої галузі. Спрямування освітнього процесу на формування духовності особистості, розкриття можливостей і здібностей особистості, утвердження загальнолюдських цінностей стали основними стратегіями творчої педагогічної діяльності вчителя.

Вирішення цих актуальних проблем можливе лише на основі впровадження новітніх технологій навчання, які забезпечать можливості для розвитку індивідуальної творчості.

Серед багатьох інноваційних технологій сьогодення багато вчителів визнають переваги інтерактивної роботи, яка найкращим чином забезпечує комфортні, безконфліктні та безпечні умови для розвитку дітей, повніше розкриває їхній природний потенціал та виховує здібну особистість. Самоосвіта, саморозвиток, самовдосконалення, уміння використовувати набуті знання для творчого вирішення проблем, критично мислити, прагнути до самореалізації.

Інтерактивне навчання полягає в організації навчального процесу через постійну активну взаємодію всіх учасників. Це форма спільного навчання, де учні та вчитель рівноправно беруть участь у навчальному процесі, усвідомлюючи свої дії, аналізуючи власні знання, вміння та їх практичне застосування [20].

Такий підхід включає моделювання реальних життєвих ситуацій, проведення рольових ігор та колективне розв'язання проблем на основі аналізу конкретних обставин. Інтерактивне навчання сприяє розвитку навичок, формуванню ціннісних орієнтирів, а також створює атмосферу співпраці та взаємодії, що дозволяє вчителю виступати як справжній лідер серед учнів.

Інтерактивні технології навчання передбачають ретельно спланований очікуваний результат, використання різних методів і прийомів, які стимулюють пізнавальну діяльність, а також відповідні розумові та навчальні умови й процедури, що забезпечують досягнення запланованих результатів. Відмінністю інтерактивних технологій є те, що вони самі по собі визначають кінцевий результат, а не лише слугують для виконання конкретних навчальних завдань.

Ці технології є особливою формою організації пізнавального процесу, метою якого є створення комфортних умов для навчання, за яких кожен учень відчуває власну успішність і інтелектуальні можливості. Інтерактивні методи допомагають інтенсифікувати та оптимізувати навчально-виховний процес, що дає змогу[20]:

- ✓ полегшити засвоєння програмного матеріалу;
- ✓ активізувати навчальну діяльність учнів;
- ✓ розвивати навички аналізу інформації та творчого підходу до навчання;
- ✓ формувати власну думку, чітко її висловлювати, аргументувати та вести дискусію;
- ✓ моделювати різноманітні ситуації, збагачуючи соціальний досвід;
- ✓ вчитися слухати інших, поважати альтернативні думки та прагнути до діалогу;
- ✓ будувати конструктивні стосунки в колективі, визначати свою роль у групі, уникати конфліктів і знаходити компроміси;
- ✓ шукати раціональні шляхи вирішення проблем, розвивати навички проектної діяльності та самостійної роботи, виконувати творчі завдання.

Крім того, застосування інтерактивних методів дозволяє втілити ідею співпраці між вчителем і учнями, вчить їх конструктивно взаємодіяти, сприяє покращенню психологічного клімату в класі, створює сприятливу атмосферу та значно підвищує мотивацію учнів до навчання. Використання інтерактивних технологій на уроці знижує нервові напруження учнів, дозволяє варіювати форми діяльності та фокусувати увагу на ключових питаннях теми.

Під час діалогічного навчання учні навчаються критично мислити, оцінювати різні точки зору, ухвалювати ефективні рішення, вести дискусії та взаємодіяти з іншими. Це досягається завдяки організації індивідуальної, парної, групової та кооперативної роботи; використанню дослідницьких проєктів, рольових ігор, роботи з текстом і різними джерелами інформації; залученню творчих завдань.

Використання інтерактивних методів навчання у процесі вивчення математичних тем, зокрема правильних багатокутників, є важливим інструментом для розвитку як інтелектуальних, так і особистісних якостей учнів. Психологічні та педагогічні аспекти інтерактивного підходу дозволяють активізувати когнітивні процеси, стимулювати мотивацію та створювати

сприятливі умови для глибшого засвоєння знань. У цій статті розглянемо основні аспекти використання інтерактивних методів у вивченні правильних многокутників, зосереджуючись на їх психологічному та педагогічному впливі на учнів.

Інтерактивне навчання передбачає активне залучення учнів до процесу пізнання, що позитивно впливає на розвиток когнітивних процесів. Це включає в себе стимуляцію мислення, уваги, пам'яті та уяви. Психологічна основа інтерактивного навчання полягає у тому, що учень не є пасивним слухачем, а стає активним учасником процесу, що дозволяє ефективніше засвоювати інформацію.

Під час вивчення правильних многокутників інтерактивні методи допомагають формувати в учнів просторове мислення та вміння візуалізувати абстрактні математичні поняття. Наприклад, використання динамічних геометричних програм або моделювання фігур дозволяє учням краще розуміти їх властивості та взаємозв'язки, що значно підвищує рівень засвоєння матеріалу.

Мотивація учнів є одним із ключових психологічних чинників, що впливають на ефективність навчання. Інтерактивні методи сприяють підвищенню інтересу до навчання, оскільки вони перетворюють процес вивчення на захопливий і активний. Вивчення правильних многокутників може бути складним і абстрактним, однак завдяки інтерактивним методам, наприклад, створенню проєктів, вирішенню реальних задач або груповим дискусіям, учні відчують зацікавленість у вивченні теми.

Емоційний компонент навчання також відіграє важливу роль. Інтерактивне навчання дозволяє створювати позитивну атмосферу на уроці, коли учні не бояться помилок, активно обговорюють задачі та висловлюють свої думки. Така атмосфера сприяє зниженню рівня тривожності, що позитивно впливає на ефективність навчання.

Інтерактивні методи передбачають активне залучення учнів до процесу дослідження та вирішення проблем. Це дозволяє розвивати навички самостійного мислення, аналізу та синтезу інформації. У вивченні правильних

многокутників учні можуть самостійно аналізувати властивості фігур, досліджувати їх симетрії, відношення до інших геометричних об'єктів, розв'язувати задачі на побудову та дослідження многокутників.

Інтерактивні методи стимулюють розвиток критичного мислення, що важливо для розуміння математичних структур. Учні не просто запам'ятовують формули або визначення, а навчаються осмислювати їх, застосовувати у різних контекстах, а також ставити запитання щодо логічної побудови певних математичних висновків.

Інтерактивні методи навчання вимагають від педагога не лише знання предмету, а й уміння організувати навчальний процес таким чином, щоб усі учні були залучені до активної діяльності. Викладання теми «правильні многокутники» може бути ефективним завдяки використанню таких методик, як групові проекти, моделювання фігур на комп'ютері, вирішення проблемних задач тощо. Педагог має створювати ситуації, де учні зможуть висловлювати власні ідеї та підходи до вирішення задач, обговорювати їх з іншими та шукати найоптимальніші рішення.

Одним із важливих педагогічних аспектів інтерактивних методів є кооперативне навчання, яке стимулює спільну роботу учнів над вирішенням задач. Вивчення правильних многокутників можна організувати таким чином, щоб учні працювали в групах, обговорюючи різні способи розв'язання задач та порівнюючи свої результати. Такий підхід сприяє розвитку комунікативних навичок, вміння вислуховувати інших, аргументувати власну думку та критично оцінювати альтернативні підходи.

Застосування інтерактивних методів у процесі вивчення правильних многокутників є потужним інструментом для розвитку учнів як з педагогічної, так і з психологічної точки зору. Інтерактивне навчання стимулює активність, самостійність, критичне мислення та мотивацію учнів, що сприяє глибшому засвоєнню матеріалу. Педагогічні ж аспекти передбачають організацію навчального процесу таким чином, щоб кожен учень міг взяти активну участь у

роботі, отримати необхідні знання та розвинути ключові навички, що будуть корисними не лише на уроках математики, а й у майбутньому житті.

РОЗДІЛ 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ТА ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКУТНИКІВ

2.1 Огляд основних інтерактивних методів вивчення властивостей правильних многокутників.

У науковій літературі подано різні підходи до класифікації інтерактивних методів навчання. Зокрема, О. Пометун [20] у своїх наукових і практичних дослідженнях запропонувала класифікацію цих методів за формами навчання, залежно від навчальних цілей та організації навчальної діяльності учнів. Відповідно до цієї класифікації, інтерактивні методи можна розподілити на певні категорії (рис. 2.1) (Додаток А).

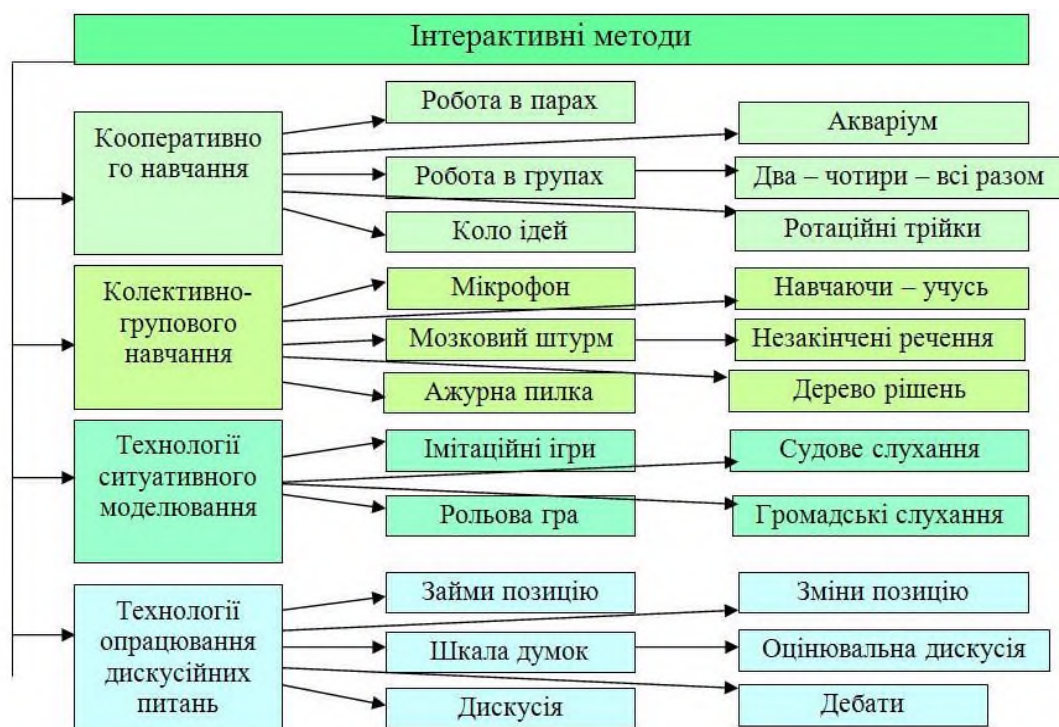


Рис. 2.1. Інтерактивні методи навчання

Коротко зупинюся на характеристиці окремих інтерактивних методів, які, на мою думку, є ефективними в навчальному процесі.

1. Імітаційні ігри — це методи, що передбачають виконання простих, знайомих дій, які моделюють реальні життєві ситуації чи явища. Метою є швидке прийняття рішень та миттєва реакція. Ці ігри розвивають в учнів уяву,

критичне мислення, вміння застосовувати знання на практиці, сприяють самостійності та творчості.

2. Рольові ігри допомагають учням краще розуміти життєві ситуації, надаючи можливість втілитися в певну роль. Вони сприяють розвитку навичок критичного мислення, розгляду альтернативних рішень, формують уявлення про соціальні ролі та розвивають співчуття, дозволяючи навчатися через досвід та емоції.

3. Метод «Мікрофон» надає кожному учневі можливість швидко й коротко висловити свою думку, наче говорити в мікрофон. Цей метод особливо ефективний на завершальному етапі уроку, коли учні рефлексують над тим, що вони виконували протягом заняття. Наприклад, можна задати питання на зразок: «Що я встиг/встигла зробити?», «Чого досяг/досягла?», «Що залишилося не вирішеним?», «Що сподобалося найбільше?».

4. Метод «Навчаючи – вчуся» дає учням змогу взяти участь у навчальному процесі, пояснюючи новий матеріал своїм однокласникам.

5. Робота в малих групах сприяє розвитку навичок спілкування та співпраці. Це один із найефективніших методів, оскільки в процесі групової роботи учні обмінюються думками, що призводить до спільного й оптимального вирішення поставленої задачі.

6. Метод «Коло ідей» спрямований на вирішення суперечливих питань, надаючи учням можливість висловити власну думку. Цей підхід дозволяє кожному учаснику внести свій вклад у дискусію.

7. «Мозковий штурм» – це ефективний метод групового обговорення, який стимулює учнів до творчості й пошуку рішень. Вільне висловлювання думок усіх учасників сприяє генеруванню кількох варіантів вирішення певної проблеми.

8. Метод «Займи позицію» дозволяє виявити різні погляди учнів на певну проблему або суперечливе питання. Він є демократичним інструментом для вираження розмаїття думок, сприяє усвідомленню учнями існування протилежних точок зору і навчає аргументувати свою позицію та слухати інших.

Перевагами імітаційних ігор є: розвиток уяви та критичного мислення, при якому учні вчаться мислити творчо, ставлячи себе в умови, максимально наближені до реальних ситуацій; практичне застосування знань, тобто імітаційні ігри дозволяють учням використовувати теоретичні знання на практиці, розвиваючи навички, які стануть у нагоді в реальному житті; швидке прийняття рішень, що тренують здатність швидко реагувати на зміну умов і приймати рішення на основі аналізу ситуації; творчий підхід, тобто імітаційні ігри заохочують учнів знаходити нестандартні рішення, що активізує їхній творчий потенціал.

Недоліками є те, що вимагають значної підготовки. Учитель повинен ретельно підготувати сценарій гри, передбачити різні варіанти розвитку подій і забезпечити контроль над процесом. Іноді імітаційні ігри можуть не повністю відтворювати реальні ситуації, що обмежує їхню практичну цінність. Якщо учні недостатньо підготовлені до ролей, можуть виникнути труднощі в спілкуванні або навіть конфлікти.

Перевагами рольових ігор є розвиток соціальних навичок. Рольові ігри дозволяють учням вивчати різні соціальні ролі, допомагаючи їм краще розуміти інших людей і їхні погляди. Учні навчаються ставити себе на місце інших, що розвиває навички емпатії та критичного оцінювання ситуацій. Також діти можуть на практиці розвивати навички комунікації, прийняття рішень та пошуку альтернативних шляхів вирішення проблем.

Недоліками є те, що рольові ігри можуть бути ефективними лише за умов чіткого керівництва й контролю вчителя, який має коригувати хід гри. У великих класах важко організувати ефективну рольову гру, оскільки не кожен учень може брати активну участь. Якщо сценарії гри не відповідають інтересам або рівню учнів, це може знизити їхній інтерес до процесу.

Перевагами методу «Мікрофон» є швидкість та ефективність. Метод дозволяє швидко зібрати думки учнів, стимулюючи їх до лаконічності й чіткості у висловлюваннях. Цей метод також заохочує кожного учня брати участь у дискусії, що сприяє розвитку навичок публічного виступу. Учні можуть швидко

осмислити те, що вони зробили на уроці, і визначити свої досягнення або труднощі.

Недоліками є короткий час на відповідь може не дати учням можливості повністю розкрити свою думку. Деякі учні можуть відчувати стрес через необхідність швидко висловити свою думку, що може вплинути на якість відповіді. Через лімітований час висловлювання можуть бути занадто поверхневими.

Переваги методу «Навчаючи – вчуся» є те, що учні, коли пояснюють матеріал іншим, вони засвоюють його набагато краще, оскільки вчаться структурувати свої знання. Учні відчують відповідальність за навчання своїх однокласників, що мотивує їх краще підготуватися. Також учні, які виступають у ролі вчителя, розвивають лідерські та комунікативні навички.

Недоліками є ризик неправильного пояснення. Тобто учень, який не до кінця розуміє тему, може неправильно пояснити матеріал іншим. Деякі учні можуть відчувати дискомфорт від необхідності пояснювати матеріал одноліткам. Учитель має слідкувати за тим, щоб учні правильно передавали інформацію.

Переваги роботи в малих групах є розвиток комунікативних і соціальних навичок. Учні вчаться взаємодіяти один з одним, слухати та обговорювати різні думки. Групова робота сприяє генерації нових ідей завдяки взаємодії учасників. Учні більш активно включаються в роботу, оскільки груповий формат дозволяє кожному внести свій внесок у процес.

Недоліками є нерівномірний розподіл роботи. Іноді одні учні можуть брати на себе більше завдань, ніж інші, що знижує ефективність участі. У разі різних поглядів або відсутності злагодженої роботи можуть виникати конфлікти між учасниками групи. Учителю важко стежити за всіма групами одночасно та коригувати їхню роботу.

Перевагами методу «Коло ідей» є залучення всіх учнів. Кожен учень отримує можливість висловити свою думку, що сприяє рівномірному розподілу участі. Обговорення однієї теми з різних точок зору дозволяє врахувати

різноманітні підходи до вирішення проблеми. Учні вчаться слухати інші думки та шукати компроміси, що розвиває навички співпраці.

Недоліками є часові обмеження. Обговорення всіх ідей може зайняти багато часу, особливо у великих класах. Деякі учні можуть просто повторювати думки інших або уникати активної участі. Через велику кількість ідей не завжди є час для детального аналізу кожної з них.

Перевагами «Мозкового штурму» є стимулювання творчості. Цей метод спонукає учнів генерувати нові та нестандартні ідеї, що розвиває їхній креативний потенціал. Учні вільно висловлюють свої думки, що сприяє більшому залученню в процес. Метод дозволяє за короткий час зібрати багато різноманітних варіантів вирішення проблеми.

Недоліками є можливий хаос. Якщо процес не контролюється, дискусія може стати неорганізованою, що ускладнить досягнення мети. Деякі пропозиції можуть бути нереалістичними або непридатними для практичного впровадження. Важко забезпечити активну участь усіх учасників у великих колективах.

Перевагами методу «Займи позицію» є розвиток навичок аргументації: Учні вчаться аргументувати свою позицію та знаходити переконливі докази на її підтримку. Метод заохочує до відкритого обговорення різних точок зору та сприяє розумінню протилежних думок. Учні вчаться слухати опонентів, реагувати на їхні аргументи та взаємодіяти в дискусії.

Недоліком є складність управління дискусією та нестача часу для всебічного обговорення. Важко забезпечити глибокий аналіз кожної позиції, особливо у великих групах.

Проводячи заняття такого формату, педагог заохочує школярів, формує їхню активну життєву позицію, розвиває творчі здібності, а також удосконалює мовленнєві й інтелектуальні навички. Створюється ситуація успіху, в якій кожен учень відчуває себе комфортно, що сприяє їхньому самовдосконаленню як особистостей. Крім того, робота в групах відіграє важливу роль у виконанні

виховної функції навчання, зокрема, розвиваються такі риси, як колективізм, моральні та гуманні якості.

Організаційна функція також є ключовою під час групової роботи. Учні вчаться розподіляти обов'язки й співпрацювати, що сприяє їхньому розвитку в командній діяльності.

Такий підхід до навчання надає учням можливість виконувати різні ролі, включаючи роль учителя. Тому можна стверджувати, що групові форми роботи мають низку значних переваг у порівнянні з іншими організаційними формами.

Отже, впровадження інтерактивних методів навчання сприяє формуванню пізнавального інтересу учнів, дає змогу педагогам враховувати індивідуальні особливості розвитку творчих здібностей школярів. Інноваційні методи активізують їхній творчий потенціал, підвищують якість засвоєння загальноосвітніх знань і забезпечують практичну та творчу підготовку.

2.2 Застосування рольових ігор на уроках математики для узагальнення знань про властивості правильних багатокутників.

Для кращого розуміння, коли і за яких умов варто вводити гру на уроці, можна виокремити такі види дидактичних ігор:

Ігри-вправи – це ігри тривалістю 10-15 хвилин, які спрямовані на розвиток пізнавальних здібностей учнів, допомагають підтримати інтерес до навчання, усвідомити та закріпити матеріал, а також застосувати його в нових ситуаціях. До таких ігор належать вікторини, кросворди, ребуси, шаради, головоломки та загадки. Ігри-вправи особливо підходять, коли тема включає великий обсяг теоретичного матеріалу, як, наприклад, у темах «Правильні багатокутники» для 8 класу, де добре використовувати кросворди або вікторини з теорії для мотивації учнів (Приклад завдання за посиланням: <https://learningapps.org/37544678>) (Додаток Б).

Ігри-подорожі зазвичай допомагають глибше усвідомити та закріпити матеріал. Вони активізують учнів через усні відповіді, розповіді та запитання, а також підходять для коротких тем, де потрібно швидко засвоїти основні поняття.

Сюжетні (рольові) ігри створюють уявну ситуацію, в якій учні грають визначені ролі. Такі ігри добре поєднуються з методом «Казка», і корисні для закріплення великих тем.

Ігри-змагання можуть містити елементи всіх попередніх видів ігор або їх частини. Тут учні поділяються на команди, які змагаються між собою. Особливістю гри-змагання є наявність змагальної боротьби, де співпраця визначається завданнями й обставинами. Цей вид гри дозволяє вчителю включати до уроку як цікавий матеріал, так і складні питання програми, що робить гру важливою в педагогічному плані і більш ефективною порівняно з іншими видами.

У реальному навчальному процесі всі види ігор можуть бути як самостійними, так і взаємодоповнювати один одного. Вибір ігор або їх комбінацій визначається специфікою навчального матеріалу, віком учнів та іншими педагогічними умовами.

Найкращий результат дають ігри, що поєднуються з методами нестандартного навчання. На уроках повторення чи закріплення матеріалу інтерес учнів часто знижується через відсутність нової інформації, тому такі уроки доцільно проводити у нестандартній формі. Нетрадиційні уроки мають незвичний зміст і спосіб подачі матеріалу, що сприяє розвитку особистості учнів. Вони змінюють стиль спілкування на уроці, створюють позитивні емоції, дозволяють учням по-новому оцінити свої знання і розкрити їх практичну цінність.

Для вчителя такий урок є можливістю краще зрозуміти учнів, оцінити їхні здібності та допомогти у вирішенні проблем у класі, як, наприклад, у питанні спілкування. Це також можливість для самореалізації, творчого підходу і втілення власних ідей.

Застосування рольових ігор на уроках математики для узагальнення знань про властивості правильних багатокутників є цікавим та ефективним методом навчання. Рольові ігри можуть сприяти глибшому розумінню математичних понять, розвитку просторового мислення, а також зробити навчання більш інтерактивним і захопливим.

Розглянемо декілька завдань щодо застосування рольових ігор для узагальнення знань про властивості правильних багатокутників:

1. Рольова гра «Математичний турнір» (Додаток В)

Учні поділяються на групи, кожна з яких представляє команду «експертів» з певного виду правильного багатокутника (трикутник, квадрат, п'ятикутник тощо). Кожна команда має підготувати та представити свої знання про властивості обраного багатокутника.

Під час турніру кожна команда відповідає на запитання інших команд, наводить приклади використання багатокутника в реальному житті та демонструє, як обчислювати площу, периметр тощо. Учні мають також пояснювати, чому їхній багатокутник вважається «правильним» і які властивості роблять його унікальним.

Учні змагаються за звання кращої команди експертів, а вчитель оцінює не лише правильність відповідей, а й уміння аргументувати та робити висновки.

2. Сценарій «Місто багатокутників»

Кожен учень - представник певного багатокутника, який «живе» у вигаданому місті багатокутників.

Учні повинні описати свій «будинок» (правильний багатокутник), його особливості (кількість сторін, рівність кутів, властивості симетрії тощо). У ролі «мешканця» він розповідає, чому його «будинок» особливий та які переваги має саме цей вид багатокутника. Також учні можуть взаємодіяти між собою, дізнаючись нове про інші «будинки» (многокутники).

Ця гра сприяє розвитку вміння презентувати й аналізувати особливості різних багатокутників у порівнянні з іншими.

3. Інтерактивна гра «Суд над багатокутниками»

Учні обирають ролі «суддів» та «адвокатів» правильних багатокутників. Завдання «адвокатів» - переконати «суддів», що їхній багатокутник має важливі властивості та заслуговує на визнання як «правильний».

Кожен «адвокат» має обґрунтувати властивості свого багатокутника (наприклад, рівність сторін, симетричність тощо) та пояснити, чому ці властивості є важливими. «Судді» ставлять додаткові питання, щоб перевірити знання адвоката, і виносять свій вердикт.

Така гра дозволяє учням навчитися формулювати математичні докази, розвивати критичне мислення та поглиблювати знання про властивості правильних багатокутників.

4. Гра «Математичний детектив»

Учні стають «детективами», які розслідують властивості правильних багатокутників.

Кожен «детектив» отримує «справу» (карту або схему правильного багатокутника) з питанням про певні властивості: кути, сторони, симетрію. Детективи мають зібрати всю можливу інформацію про «підозрюваний багатокутник», проводячи «розслідування» - обчислення, аналіз схем тощо.

Учні вчаться логічно мислити та застосовувати теоретичні знання на практиці, адже кожен «випадок» вимагає точних розрахунків і перевірки властивостей.

Перевагами використання рольових ігор на уроках математики є покращення мотивації до навчання. Рольові ігри роблять уроки цікавішими, стимулюють учнів до активної участі та зацікавленості у вивченні теми. Спілкування у рамках рольової гри дозволяє учням краще засвоювати матеріал через дискусії, діалог та обмін думками. Рольові ігри дозволяють учням «прожити» інформацію, що сприяє глибшому розумінню властивостей багатокутників. Учні вчаться логічно аргументувати свої знання, застосовувати теоретичні знання до конкретних ситуацій та робити обґрунтовані висновки.

Застосування рольових ігор як методики навчання на уроках математики дозволяє оживити абстрактні поняття, зробити їх доступними та зрозумілими для учнів різних вікових категорій. Це не лише покращує розуміння теми, але й сприяє розвитку цінних навичок, які можуть бути корисними і за межами шкільного курсу математики.

2.3 Використання проблемних завдань та групової роботи для розвитку логічного мислення при вивченні властивостей правильних багатокутників.

Розвиток логічного мислення є ключовою метою у вивченні математики. У процесі розуміння властивостей правильних багатокутників логічне мислення відіграє важливу роль, адже воно вимагає від учнів не лише знання формул і теорем, а й здатності до міркування, аналізу та доведення. Використання проблемних завдань та групової роботи створює умови для активного мислення та колективного пошуку рішень, що особливо корисно при вивченні геометрії, де важливо розвивати здатність до просторового уявлення та обґрунтування.

Однією з ключових особливостей проблемного навчання є постановка перед учнями завдання, що містить елементи проблемної ситуації. Таке завдання потребує активного мислення, аналізу умов, пошуку різних підходів до розв'язання і аргументації обраного способу. Воно стимулює учнів до дослідження, виявлення закономірностей і вирішення складних питань. Завдяки правильному формулюванню, проблемне завдання сприяє розвитку логічного мислення, творчості, критичного підходу та самостійності учнів [10, с.271].

Створення проблемних ситуацій у навчальному процесі має свої дидактичні цілі. Зокрема, вони допомагають:

- привернути увагу учнів до питань, завдань і матеріалу з алгебри та початків аналізу, щоб пробудити їх пізнавальний інтерес та інші мотиваційні чинники, пов'язані з навчальною діяльністю;
- поставити учнів перед пізнавальними проблемами, що стимулюють мисленнєву активність;

- допомогти учням визначити основні завдання та розробити план пошуку рішень, що спонукає до активної дослідницької діяльності;
- спрямувати учнів на актуалізацію раніше засвоєних знань і окреслити шлях до оптимальних способів виходу зі складних ситуацій.

Проблемна ситуація в навчанні математики є своєрідним викликом, що вимагає від учнів нових знань або інтелектуальних зусиль для його подолання. Потреба у нових діях для розв'язання таких задач стає природною і необхідною для учнів, активізуючи їх пізнавальну діяльність. Учні, часто не усвідомлюючи, потрапляють у проблемну ситуацію, яка впливає на їх сприйняття та розвиток.

При вивченні математики проблемні ситуації іноді виникають природно й не потребують спеціально створених умов. Фактично, не тільки текстові завдання, а й багато інших вправ із підручників з математики можна розглядати як проблемні: для їх вирішення учень має докласти зусиль і шукати власне рішення, а не лише слідувати готовим алгоритмам, запропонованим вчителем [3, с.70].

Проблемне навчання передбачає використання завдань, які потребують дослідження, висування гіпотез і доведення, що допомагає учням не лише зрозуміти новий матеріал, а й розвивати навички самостійного мислення. У випадку з правильними багатокутниками, проблемні завдання можуть охоплювати аналіз властивостей сторін, кутів, симетрії, обчислення площі і периметра.

Групова робота надає учням можливість об'єднати зусилля для досягнення спільної мети, сприяючи кращому розумінню матеріалу та розвитку комунікативних навичок. Під час роботи над завданнями учні обмінюються ідеями, шукають спільні підходи до розв'язання проблем, навчаються обґрунтовувати свої думки.

Для ефективного розвитку логічного мислення під час вивчення правильних багатокутників слід добирати завдання, що вимагають аналізу та обґрунтування. Такі завдання можуть включати проблемні питання: наприклад, «Чому

правильний шестикутник можна щільно розмістити на площині без проміжків, а правильний п'ятикутник — ні?».

Дослідницькі завдання: «Встановіть залежність між довжиною сторони правильного многокутника і радіусом вписаного та описаного кіл».

Завдання на доведення: «Доведіть, що всі кути правильного трикутника дорівнюють 60° ».

Групова робота над завданням може бути організована таким чином, щоб кожна група досліджувала різні аспекти теми (наприклад, групи досліджують властивості трикутника, квадрата, шестикутника тощо) і представляла результати перед класом. Це дозволить кожній групі зосередитися на своїй задачі, а вчителю — скерувати увагу учнів на головне.

Приклади завдань із розв'язаннями, які можна використовувати для розвитку логічного мислення та закріплення знань про властивості правильних многокутників. Завдання охоплюють різні аспекти теми і допомагають учням досліджувати залежності, аналізувати та обґрунтовувати свої рішення наведені нижче.

Завдання 1. Площа та периметр правильного трикутника без довжини сторони.

Умова: Відомо, що периметр правильного трикутника дорівнює 21 см. Знайдіть його площу.

Розв'язання: Периметр правильного трикутника обчислюється як $P = 3a$, де a – довжина сторони. Знайдемо

$$a = \frac{P}{3} = \frac{21}{3} = 7 \text{ см}$$

Площа правильного трикутника обчислюється за формулою:

$$S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{7^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{49 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx 21,22 \text{ см}$$

Завдання 2. Вписане коло у правильний шестикутник.

Умова: У правильний шестикутник вписано коло радіусом 5 см. Знайдіть довжину сторони шестикутника.

Розв'язання: У правильному шестикутнику радіус вписаного кола дорівнює довжині сторони, отже:

$$a = r = 5 \text{ см}$$

Довжина сторони шестикутника – 5 см.

Завдання 3. Заповнення площини многокутниками.

Умова: Чи можна заповнити площину без проміжків правильними трикутниками, квадратами та правильними п'ятикутниками? Обґрунтуйте відповідь.

Розв'язання:

Правильні трикутники та квадрати можуть заповнювати площину без проміжків, оскільки їх кути є дільниками 360°

для трикутників:

$$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$$

для квадратів:

$$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$$

Правильні п'ятикутники не можуть заповнювати площину, оскільки їх кут 108° не ділить 360° на ціле число частин, тому між ними завжди будуть проміжки.

Завдання 4. Визначення радіуса описаного кола правильного п'ятикутника.

Умова: Довжина сторони правильного п'ятикутника дорівнює 8 см. Знайдіть радіус описаного кола.

Розв'язання: Радіус описаного кола для правильного п'ятикутника обчислюється за формулою:

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin(\frac{\pi}{5})}$$

Підставимо значення:

$$R = \frac{8}{2 \cdot \sin(\frac{\pi}{5})} \approx \frac{8}{2 \cdot 0,5878} \approx 6,8 \text{ см}$$

Завдання 5. Кути правильного многокутника.

Умова: Знайдіть суму внутрішніх кутів правильного дев'ятикутника.

Розв'язання: Сума внутрішніх кутів многокутника з n сторонами обчислюється за формулою:

$$\text{Сума кутів} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Для дев'ятикутника (

$$\text{Сума кутів} = (9 - 2) \cdot 180^\circ = 7 \cdot 180^\circ = 1260^\circ$$

Завдання 6. Площа правильного многокутника, вписаного в коло.

Умова: У коло радіусом 10 см вписано правильний шестикутник. Знайдіть площу шестикутника.

Розв'язання: Радіус описаного кола правильного шестикутника дорівнює довжині його сторони. Отже, $a = 10$ см. Площа правильного шестикутника обчислюється за формулою:

$$S = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

Підставимо значення:

$$S = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 10^2 \approx 150\sqrt{3} \approx 259,81 \text{ см}^2$$

Завдання 7. Відношення площ вписаного та описаного кола навколо правильного трикутника.

Умова: Дано правильний трикутник зі стороною $a = 12$ см. Знайдіть відношення площ вписаного та описаного кіл навколо цього трикутника.

Розв'язання:

Радіус вписаного кола для правильного трикутника обчислюється як:

$$r = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{6} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3} \approx 3,46 \text{ см}$$

Радіус описаного кола:

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \approx 6,93 \text{ см}$$

Площа вписаного кола:

$$S_{\text{вписаного}} = \pi r^2 = \pi \cdot 3,46^2 \approx 37,63 \text{ см}^2$$

Площа описаного кола:

$$S_{\text{описаного}} = \pi R^2 = \pi \cdot 37,63^2 \approx 150,8 \text{ см}^2$$

Відношення площ:

$$\frac{S_{\text{вписаного}}}{S_{\text{описаного}}} = \frac{37,63}{150,8} \approx 0,25$$

Отже, площа вписаного кола становить приблизно 25% від площі описаного.

Використання проблемних завдань і групової роботи значно сприяє розвитку логічного мислення учнів при вивченні властивостей правильних багатокутників. Завдяки постановці проблемних ситуацій учні залучаються до активної пізнавальної діяльності, яка не обмежується знанням формул чи алгоритмів. Вони навчаються аналізувати умови, висувати гіпотези, шукати власні шляхи розв'язання, перевіряти свої припущення та аргументувати вибраний підхід. Така робота потребує не лише знань, а й креативності, самостійності та критичного мислення, що сприяє формуванню цілісного підходу до вивчення математики та підготовки до розв'язання складних завдань.

Групова робота, у свою чергу, допомагає учням обмінюватися ідеями, вчитися обґрунтовувати свою позицію та знаходити спільні рішення. Це сприяє розвитку комунікативних навичок, формує відповідальність за результат спільної роботи та дозволяє глибше опанувати матеріал через колективну діяльність.

Таким чином, використання проблемного підходу разом із груповою роботою створює позитивний навчальний досвід, підвищує інтерес до геометрії та розвиває важливі компетенції, що є необхідними як у подальшому навчанні, так і в повсякденному житті.

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОКІТНИКІВ

3.1. Розробка методичного матеріалу для засвоєння нових знань при вивченні властивостей правильних многокутників

Урок засвоєння нових знань про правильні многокутники потрібен, щоб пояснити їх властивості, такі як рівність сторін, кутів і можливість вписання в коло. Він допомагає учням зрозуміти формули для обчислення центрального кута, внутрішнього кута, периметра та площі, необхідні для подальших математичних тем.

Такий урок формує практичні навички вирішення задач, пов'язаних із геометрією в реальному житті, наприклад, розрахунок площі для мозаїки або створення конструкцій. Він розвиває аналітичне мислення, просторове уявлення та вміння використовувати знання в нестандартних ситуаціях. Мотивує учнів досліджувати красу геометрії, яку можна знайти в природі, мистецтві та архітектурі.

Пропонуємо розробку методичного матеріалу для засвоєння нових знань при вивченні властивостей правильних многокутників.

Тема: Властивості правильних многокутників

Мета уроку:

- ✓ Ознайомити учнів із властивостями правильних многокутників.
- ✓ Залучити учнів до активної взаємодії через інтерактивні методи навчання.
- ✓ Розвивати аналітичне мислення і навички застосування теоретичних знань у практичних завданнях.

Очікувані результати:

- Учні зможуть пояснити властивості правильних многокутників.
- Застосовуватимуть формули для обчислення кутів, периметрів, площ і радіусів кіл.

➤ Візьмуть участь в інтерактивних завданнях і зможуть спільно працювати над розв'язанням задач.

Хід уроку

Організаційний момент (2 хв.)

Привітання, створення позитивної атмосфери.

Мотивація: *«Уявіть, що ви архітектори, які створюють парк із геометричними елементами. Як зробити цей парк максимально красивим і функціональним? Сьогодні ми дізнаємося про правильні многокутники — найкрасивіші фігури у геометрії!»*

Етапи уроку

1. Актуалізація знань (5 хв.)

Гра «Ланцюжок»

Учні по черзі називають властивості многокутників, які вони знають (наприклад, кількість сторін, формули для внутрішніх і зовнішніх кутів).

Запитання вчителя:

Що таке многокутник?

Чим правильний многокутник відрізняється від неправильного?

Чи всі многокутники можна вписати в коло?

Підсумок: Формується основа для переходу до нової теми.

2. Вивчення нового матеріалу (10 хв.)

Інтерактивна лекція з елементами візуалізації

Вчитель демонструє зображення правильних многокутників (трикутник, квадрат, п'ятикутник, шестикутник) на екрані або дошці.

Обговорення:

Визначення правильного многокутника.

Формули для обчислення:

Центрального кута:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Внутрішнього кута:

$$\beta = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Периметра:

$$P = n \cdot a$$

Площі:

$$S = \frac{1}{2} \cdot n \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

Обговорення властивостей вписаних і описаних кіл.

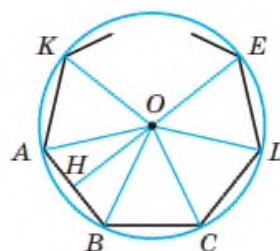
Розглянемо теорему на с. 147-148 Геометрія 9 клас Г. П. Бевз [2]

ТЕОРЕМА 11

Якщо многокутник правильний, то навколо нього можна описати коло і в нього можна вписати коло.

ДОВЕДЕННЯ.

Нехай $ABCDE...K$ — правильний n -кутник (мал. 184). Бісектриси його кутів A і B перетинаються в деякій точці O . Трикутник AOB рівнобедрений, бо $\angle OAB = \angle OBA = \frac{\alpha}{2}$, де α — кут даного многокутника. Сполучимо точку O відрізками з усіма вершинами многокутника. Трикутники OBC і OBA рівні, бо в них сторона OB спільна, $BC = BA$ і $\angle OBC = \angle OBA$. Подібним способом переконуємось, що $\triangle OAB = \triangle OBC = \triangle OCD = \triangle ODE \dots$



Мал. 184

Отже, $OA = OB = OC = OD = \dots = OK$, тобто всі вершини даного правильного многокутника $ABCDE\dots K$ рівновіддалені від точки O . Тому коло радіуса OA — описане навколо даного многокутника. Першу частину теореми доведено.

Оскільки трикутники $OAB, OBC, OCD, ODE, \dots, OKA$ рівні, то рівні і їх відповідні висоти, тобто перпендикуляри, опущені з точки O на всі сторони даного правильного многокутника. Отже, коло з центром O , яке дотикається до сторони AB , дотикається і до всіх сторін многокутника $ABCDE\dots K$. Це коло — вписане в даний многокутник. Другу частину теореми також доведено. $\square$

Як впливає з попередніх міркувань, центром кола, вписаного в правильний многокутник, і кола, описаного навколо нього, є одна й та сама точка O . Її називають **центром правильного многокутника**.

Кут, під яким з центра правильного многокутника видно його сторону, називають **центральною кут многокутника**. Перпендикуляр, опущений з центра правильного многокутника на його сторону, — **апофема** правильного многокутника. На малюнку 184 $\angle AOB$ — центральний кут правильного многокутника $AB\dots K$, а OH — його апофема. Міра центрального кута правильного n -кутника дорівнює $\frac{360^\circ}{n}$. Чому?

Інтерактивний елемент: Учні працюють у мобільному додатку або онлайн-інструменті GeoGebra, де можуть побудувати правильний многокутник із заданими параметрами (сторона або радіус кола) і побачити, як змінюються його кути й площа.

3. Закріплення матеріалу (15 хв.)

Метод: Робота в групах + «Геометричний пазл»

Розподіл класу на групи: Учні діляться на 4 групи. Кожна група отримує завдання з таблиці.

Група	Завдання	Очікуваний результат
1	Побудувати правильний шестикутник із заданою довжиною сторони $a = 5$ см.	Обчислення периметра і площі.
2	Визначити центральний і внутрішній кут правильного восьмикутника.	Обчислення центрального кута α і внутрішнього кута β .
3	Знайти площу правильного п'ятикутника, вписаного в коло радіусом $R = 6$ см.	Розв'язання задачі з використанням формули площі.
4	Порівняти площі квадрата і правильного трикутника, якщо їхні периметри однакові (24 см).	Висновок про співвідношення площ.

4. Інтерактивна гра «Відгадай багатокутник» (5 хв.)

Метод: Робота з інтерактивною дошкою або картками

Учні отримують опис багатокутника. Завдання: відгадати фігуру (у даному випадку — правильний п'ятикутник).

Завдання 1:

Фігура з рівними сторонами і кутами, кожний внутрішній кут якої дорівнює 120° . Відповідь: Правильний шестикутник.

Завдання 2:

Многокутник, у якого центральний кут дорівнює 72° , а кількість сторін — найменше число більше чотирьох. Відповідь: Правильний п'ятикутник.

Завдання 3:

Фігура, що має 12 вершин, а кожний її внутрішній кут дорівнює 150° . Відповідь: Правильний дванадцятикутник.

Завдання 4:

Фігура, кожний центральний кут якої дорівнює 45° , а внутрішній кут — 135° . Відповідь: Правильний восьмикутник.

Завдання 5:

Многокутник, що має 20 сторін, і кожен його внутрішній кут дорівнює 162° . Відповідь: Правильний двадцятикутник.

Завдання 6:

Фігура, яка має 9 сторін, а центральний кут дорівнює 40° . Відповідь: Правильний дев'ятикутник.

Завдання 7:

Многокутник, у якого периметр складається з 6 рівних сторін, і внутрішній кут дорівнює 120° . Відповідь: Правильний шестикутник.

Завдання 8:

Фігура, яка має 7 рівних сторін, а центральний кут дорівнює приблизно $51,43^\circ$. Відповідь: Правильний семикутник.

Як організувати розв'язання:

Попросіть учнів спочатку розрахувати центральний або внутрішній кут. Потім на основі розрахунків і опису визначають правильний багатокутник.

Завдання для самостійного виконання

1. Знайдіть центральний кут правильного шестикутника.

Розв'язок:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

Відповідь: 60°

2. Знайдіть внутрішній кут правильного восьмикутника.

Розв'язок:

$$\beta = \frac{(8 - 2) \cdot 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

Відповідь: 135°

3. Обчисліть периметр правильного трикутника зі стороною 4 см.

Розв'язок:

$$P = 3 \cdot 4 = 12 \text{ см}$$

Відповідь: 12 см

5. Знайдіть площу правильного шестикутника зі стороною $a = 6$ см.

Розв'язок:

$$S = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 6^2 = 93,53 \text{ см}$$

Відповідь: 93.53 см

Підсумок уроку (5 хв.)

Рефлексія через гру «Мікрофон»

Що нового дізналися про правильні багатокутники?

Яке завдання здалося найцікавішим?

Домашнє завдання:

Параграф 17, Завдання 590, 593, 595, 602, 605 Геометрія 9 клас Г. П. Бевз

Мотивація: *«Правильні многокутники — це не лише геометрія, а й основа гармонії в природі та архітектурі. Досліджуйте їх і далі!»*

3.2. Розробка методичного матеріалу для узагальнення і систематизації знань і вмінь при вивченні властивостей правильних многокутників

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Довжина кола.

Довжина дуги кола»

Мета уроку:

Навчальна: Закріпити знання та навички, отримані на попередніх уроках.

Розвиваюча: Розвивати вміння аналізувати задачі, застосовувати формули та використовувати креслярське приладдя.

Виховна: Виховувати інтерес до вивчення математики через практичне застосування знань.

Компетенції:

Математичні (використання формул, обчислення).

Комунікативні (робота в парах, групах).

Тип уроку: узагальнення і систематизації знань і вмінь.

Обладнання: Презентація (додаток Г), мультимедійне обладнання, робочі аркуші, креслярські інструменти.

План уроку

Організаційний момент (3 хв.)

Актуалізація опорних знань (7 хв.)

Розв'язування задач (25 хв.)

- ✓ Індивідуальні завдання.
- ✓ Інтерактивна гра "Знайди помилку".
- ✓ Робота в парах: творчі задачі.

Підсумок уроку (5 хв.)

Домашнє завдання (2 хв.)

Хід уроку

1. Організаційний момент (3 хв.)

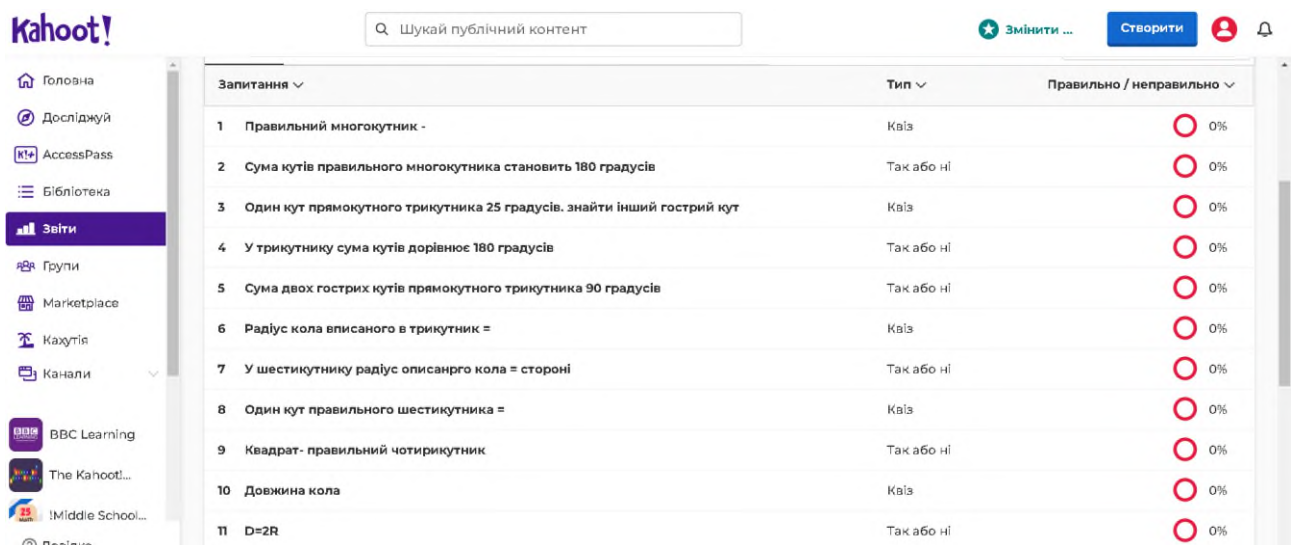
Привітання.

Перевірка присутніх.

Ознайомлення учнів із планом уроку: «Сьогодні ми закріпимо знання про довжину кола та довжину дуги, використовуючи різноманітні задачі, інтерактивні завдання та творчий підхід.»

2. Актуалізація опорних знань (7 хв.)

Метод: Інтерактивне опитування за допомогою програми (Kahoot).
https://kahoot.it/challenge/02820688?challenge-id=27b0762a-2340-4e36-96fa-2ca985938b01_1732269554120 (22 запитання)



Запитання	Тип	Правильно / неправильно
1 Правильний багатокутник -	Квіз	0%
2 Сума кутів правильного багатокутника становить 180 градусів	Так або ні	0%
3 Один кут прямокутного трикутника 25 градусів. знайти інший гострий кут	Квіз	0%
4 У трикутнику сума кутів дорівнює 180 градусів	Так або ні	0%
5 Сума двох гострих кутів прямокутного трикутника 90 градусів	Так або ні	0%
6 Радіус кола вписаного в трикутник =	Квіз	0%
7 У шестикутнику радіус описаного кола = стороні	Так або ні	0%
8 Один кут правильного шестикутника =	Квіз	0%
9 Квадрат - правильний чотирикутник	Так або ні	0%
10 Довжина кола	Квіз	0%
11 $D=2R$	Так або ні	0%

3. Розв'язування задач (25 хв)

Задача №1

Як зміниться довжина кола, якщо його радіус:

А) Збільшити в три рази

Б) Зменшити в два рази

Розв'язання:

А) Збільшиться в три рази

Довжина кола знаходиться за формулою: $C = 2\pi R$

Якщо збільшити довжину кола в три рази, то: $C' = 2\pi \cdot 3R = 6\pi R$

$$\frac{C}{C'} = \frac{2\pi R}{6\pi R} = 3$$

Відповідь: збільшиться в 3 рази

Б) Зменшити в два рази

Довжина кола знаходиться за формулою: $C = 2\pi R$

Якщо зменшити довжину кола в два рази, то: $C' = 2\pi \cdot \frac{R}{2} = \pi R$

$$\frac{C}{C'} = \frac{2\pi R}{\pi R} = 2$$

Відповідь: зменшиться в 2 рази

Задача №2



Довжина екватора Землі приблизно дорівнює 40 000 км. На скільки метрів збільшиться цей екватор, якщо радіус Землі збільшити на 1 м?

Розв'язання:

Довжину екватора Землі можна знайти за формулою: $C = 2\pi R$

Знайдемо з цієї формули радіус Землі:

$$C = 40000 \text{ км} = 40000000 \text{ м}$$

$$R = \frac{C}{2\pi} = \frac{40000}{2 \cdot 3,14} = \frac{40000000}{6,28} \approx 6369426,75 \text{ м}$$

Збільшимо радіус на 1 м:

$$R' = R + 1 = 6369426,75 + 1 = 6369427,75 \text{ м}$$

Знайдемо довжину екватора використовуючи новий радіус:

$$C' = 2\pi R' = 2 \cdot 3,14 \cdot 6369427,75 = 40000006,3 \text{ м}$$

Знайдемо різницю довжин екватора:

$$C' - C = 40000006,3 - 40000000 = 6,3 \text{ м}$$

Відповідь: довжина екватора збільшиться на 6,3 метра

Задача №3

Знайдіть довжину кола, діаметр якого на 7 см більший за радіус.

Розв'язання:

$$\begin{cases} d = 2R \\ d = R + 7 \end{cases} \rightarrow 2R = R + 7$$

$$2R = R + 7$$

$$R = 7$$

$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 7 = 14\pi \text{ (см)}$$

Відповідь: 14π (см)

Задача №4

Довжина дуги кола дорівнює 8 см. Обчисліть радіус кола (округливши результат до 0,1 см), якщо градусна міра цієї дуги дорівнює:

А) 45°

Б) 120°

Розв'язання:

А) 45°

$$l_\alpha = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$$

$$\pi R \alpha = l_\alpha \cdot 180^\circ$$

$$R = \frac{l_\alpha \cdot 180^\circ}{\pi \alpha} = \frac{8 \cdot 180^\circ}{3,14 \cdot 45^\circ} \approx 10,2 \text{ (см)}$$

Б) 120°

$$R = \frac{l_\alpha \cdot 180^\circ}{\pi \alpha} = \frac{8 \cdot 180^\circ}{3,14 \cdot 120^\circ} \approx 3,8 \text{ (см)}$$

Відповідь: А) 10,2 (см); Б) 3,8 (см)

Задача №5

Автомобіль проїхав 621 м. Знайдіть діаметр колеса автомобіля, якщо відомо, що воно зробило 314 обертів.

Розв'язання:

Якщо довжину колеса помножити на 314, то отримаємо відстань 621 м, отже:

$$621 = 314\pi d$$

$$d = \frac{621}{314\pi} \approx 0,63 \text{ м}$$

Відповідь: 0,63 м

Задача №6

Відстань між серединами зубів зубчастого колеса, виміряне по дузі кола, дорівнює 47,1 мм. Скільки має зубів колесо, якщо його зовнішній діаметр 450 мм?

Розв'язання:

Знайдемо довжину кола, на якому знаходяться кінці середин зубів:

$$C = \pi d = \pi \cdot 450 = 1413 \text{ (мм)}$$

Знайдемо кількість зубів: $1413 : 47,1 = 30$

Відповідь: 30 зубів

Задача №7

Знайдіть довжину дуги, якщо хорда, що її стягує, дорівнює m , а градусна міра цієї дуги дорівнює:

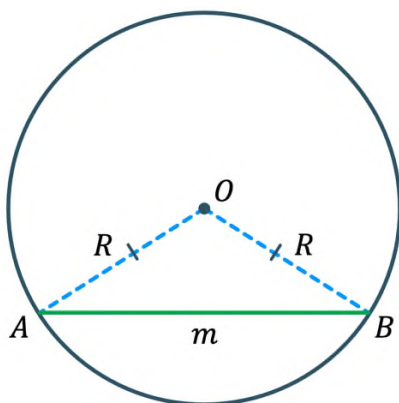
А) 90°

Б) 60°

В) 120°

Розв'язання:

Так як градусна міра дуги кола дорівнює градусній мірі центрального кута, який обмежує цю дугу своїми сторонами, то:



А) 90°

З $\triangle AOB$ ($\angle O = 90^\circ$):

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$a^2 = R^2 + R^2$$

$$a^2 = 2R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$l_{90^\circ} = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot 90^\circ = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\pi a}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi a \sqrt{2}}{4}$$

Б) 60°

З $\triangle AOB$:

$$\left. \begin{array}{l} AO = OB = R \\ \angle O = 60^\circ \end{array} \right| \rightarrow \triangle AOB - \text{рівносторонній} \rightarrow AO = OB = AB = R = a$$

$$l_{60^\circ} = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot 60^\circ = \frac{\pi a}{3}$$

В) 120°

З $\triangle AOB$ ($\angle O = 120^\circ$) за теоремою косинусів:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cdot \cos AOB = R^2 + R^2 - 2R^2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$a^2 = 2R^2 + 2R^2 \cdot \frac{1}{2} = 3R^2$$

$$R = \frac{a^2}{3} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$l_{120^\circ} = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot 120^\circ = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{9}$$

Відповідь: А) $\frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$; Б) $\frac{\pi a}{3}$; В) $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{9}$

Інтерактивна гра «Знайди помилку» (3 хв.)

На екрані виводяться записи розв'язань задач із помилками. Завдання учнів — знайти і виправити помилку.

Завдання №1:

Радіус кола $R=7$ см. Обчислити довжину кола.

Обчислимо довжину кола: $C=2\pi R=2 \cdot 3,14 \cdot 14=87,92$ см.

Помилка: Неправильно підставлений радіус ($R=14$ замість $R=7$).

Правильне рішення: $C=2\pi R=2 \cdot 3,14 \cdot 7=43,96$ см.

Завдання №2:

Довжина кола обчислюється за формулою $C=\pi d$. Діаметр кола $d=12$ см.

Знайдемо довжину кола: $C=\pi d=3,14 \cdot 24=75,36$ см.

Помилка: Неправильно підставлений діаметр ($d=24$ замість $d=12$).

Правильне рішення: $C=\pi d=3,14 \cdot 12=37,68$ см.

4. Підсумок уроку (5 хв.)

Рефлексія «3 речення».

Учні завершують три речення: «Сьогодні я повторив/повторила...», «Мені вдалося зрозуміти...», «Наступного разу хочу дізнатися більше про...»

Заключне слово вчителя:

«Ми закріпили знання про довжину кола та довжину дуги, розв'язали задачі і розібралися, як ці знання можна використовувати в житті. Ви чудово попрацювали!»

5. Домашнє завдання (2 хв.)

Підручник Геометрія 9 клас Г. П. Бевз. Повторити §19.

Завдання 683, 685, 687, 677

3.3. Розробка методичного матеріалу для контроль і корекції знань та вмінь при вивченні властивостей правильних багатокутників

Тема: Контрольна робота «Довжина кола. Площа круга»

Мета уроку:

Навчальна: Перевірити, як добре учні засвоїли знання з теми та чи вміють вони застосовувати ці знання для розв'язання задач.

Розвиваюча: Сприяти розвитку вмінь аналізувати й виконувати завдання, використовуючи набуті знання.

Виховна: Формувати наполегливість, увагу до деталей, здатність робити правильні висновки та досягати мети.

Компетенції:

Загальнонавчальні: Організованість та здатність планувати власну діяльність під час виконання роботи.

Тип уроку: Контроль знань, умінь і навичок.

Обладнання: Конспект, мультимедійне обладнання.

План уроку

I. Організаційний етап (5 хв.)

Привітання учнів і перевірка присутніх.

Пояснення структури уроку:

Виконання контрольної роботи з теми.

Правила оформлення: чіткі записи, окремо записані відповіді.

Час виконання: 30–35 хвилин.

Мотивація: «Контрольна робота – це можливість перевірити себе і побачити, наскільки добре ви засвоїли тему».

II. Виконання контрольної роботи (30–35 хв.)

Учні отримують картки із завданнями. Завдання поділені на три рівні складності. Розв'язки задач контрольної роботи у додатку 3.

Контрольна робота «Довжина кола. Площа круга»

I Варіант

Початковий рівень

1. (1,5 б) Центральний кут правильного десятикутника дорівнює:

- | | |
|----------------|---------------|
| 1) 360° | 2) 36° |
| 3) 180° | 4) 18° |

2. (1,5 б) Довжина кола з радіусом 8 см дорівнює:

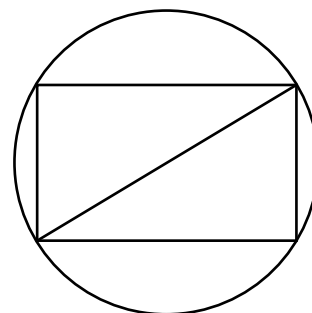
- | | |
|---------------|----------------|
| 1) 8π см | 2) 16π см |
| 3) 64π см | 4) $8\pi^2$ см |

Середній рівень

3. (1 б)

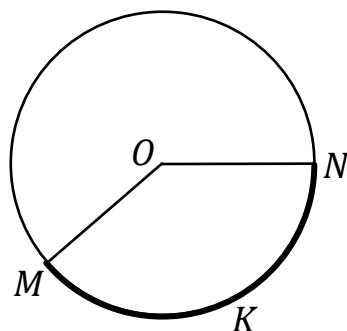
Діагональ прямокутника дорівнює 8. Знайдіть площу круга, описаного навколо цього прямокутника.

- | | |
|------------|-------------|
| 1) 4π | 2) 16π |
| 3) 64π | 4) 128π |



4. (2 б)

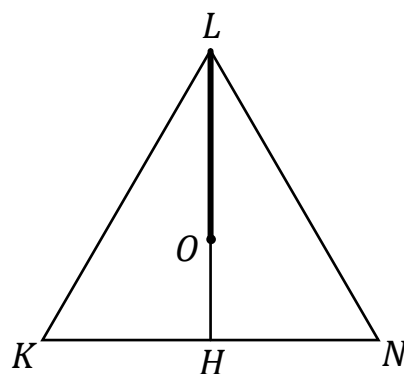
На рисунку O – центр кола, $\angle MON = 220^\circ$, довжина кола дорівнює 18 см. Знайдіть довжину дуги MKN .



Достатній рівень

5. (1 б)

Трикутник KLN – правильний, його сторона дорівнює 15 см. Знайдіть радіус OL описаного навколо нього кола.



6. (2 б) Точка O – центр правильного восьмикутника $A_1A_2 \dots A_8$. Доведіть, що площі трикутників A_1OA_2 і A_1OA_4 рівні.

Високий рівень

7. (3 б) Правильний восьмикутник вписаний у коло. Площа кругового сектора, що відповідає центральному куту восьмикутника, дорівнює 3π . Знайдіть площу восьмикутника.

II Варіант

Початковий рівень

1. (1,5 б) Центральний кут правильного дванадцятикутника дорівнює:

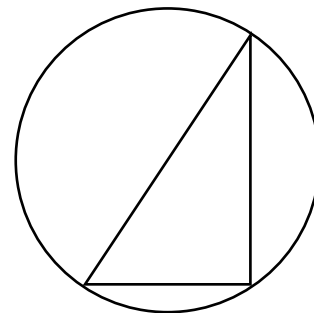
- | | |
|----------------|----------------|
| 1) 30° | 2) 300° |
| 3) 180° | 4) 15° |

2. (1,5 б) Довжина кола з радіусом 7 см дорівнює:

- | | |
|---------------|----------------|
| 1) 17π см | 2) 14π см |
| 3) 49π см | 4) $7\pi^2$ см |

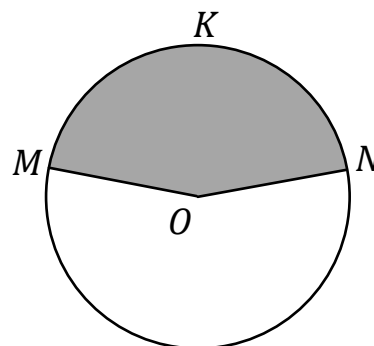
3. (1 б)

(1 б) Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 14. Знайдіть площу круга, описаного навколо цього трикутника.

1) 7π 2) 14π 3) 49π 4) 196π 

4. (2 б)

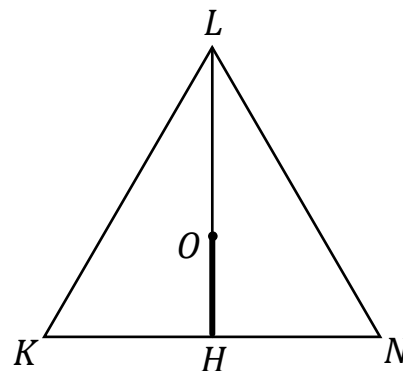
На рисунку O – центр кола, $\angle MON = 160^\circ$, площа круга дорівнює 18 см^2 . Знайдіть площу сектора $OMKN$



Достатній рівень

5. (1 б)

Трикутник KLN – правильний, його сторона дорівнює 24 см. Знайдіть радіус OH вписаного в нього кола.



6. (2 б) Точка O – центр правильного дванадцятикутника $A_1A_2 \dots A_{12}$. Доведіть, що площі трикутників A_1OA_3 і A_2OA_7 рівні.

Високий рівень

7. (3 б) Правильний шестикутник вписаний у коло. Площа кругового сектора, що відповідає центральному куту шестикутника, дорівнює 3π . Знайдіть площу восьмикутника.

III. Підсумок уроку (5 хв.)

Збір робіт. Обговорення типових помилок (за необхідності).

Підкреслення важливості точності в обчисленнях і уважності під час виконання завдань.

Позитивна мотивація: *«Навіть якщо ви припустилися помилок, це ще один крок до вдосконалення знань!»*

IV. Домашнє завдання

Повторити матеріал із параграфів 17–20:

ВИСНОВКИ

У дослідженні розглянуто значення інтерактивних методів навчання в сучасній освіті та їх роль у вивченні геометрії, зокрема у засвоєнні властивостей правильних багатокутників.

У першому пункті першого розділу зазначили, що інтерактивні методи навчання стають важливим компонентом сучасного освітнього процесу, оскільки вони сприяють формуванню активної позиції учнів, підвищують мотивацію до навчання та забезпечують умови для розвитку критичного і логічного мислення. Ці методи роблять навчання більш динамічним і гнучким, підвищуючи інтерес до вивчення предметів, розвивають здатність до співпраці та творчого підходу до вирішення завдань. Інтерактивні методи орієнтують учнів на самостійну роботу, що є важливим аспектом сучасної компетентнісної освіти.

У другому пункті першого розділу підкреслили особливості інтерактивного підходу у вивченні правильних багатокутників, де акцент робиться на візуалізації та груповій взаємодії. Завдяки застосуванню сучасних технологій і методів, таких як 3D-моделювання та використання спеціальних програм, учні отримують можливість краще розуміти властивості багатокутників. Такі методи сприяють розвитку просторового мислення, комунікативних навичок та здатності до кооперації, дозволяючи глибше усвідомлювати навчальний матеріал через практичне застосування та роботу в команді.

У третьому пункті першого розділу зосередилися на психологічних і педагогічних аспектах інтерактивного навчання, які особливо важливі для ефективного засвоєння абстрактних тем, таких як правильні багатокутники. Інтерактивні методи створюють позитивну атмосферу у класі, знижують тривожність, стимулюють самовираження та підвищують впевненість у своїх силах. Педагогічно інтерактивні підходи формують середовище, де кожен учень активно залучений у навчання, що допомагає глибше засвоювати матеріал і розвивати ключові навички, необхідні як у навчанні, так і в подальшому житті.

У другому розділі дослідили, що інтерактивні методи навчання, такі як використання сучасних технологій, групові дискусії, тестування та онлайн-

вікторини, значно полегшують вивчення властивостей правильних многокутників. Ці методи дозволяють зробити навчальний процес цікавим і ефективним, забезпечуючи візуалізацію складних геометричних понять і залучаючи учнів до активної роботи з матеріалом. Інтерактивні методи також сприяють формуванню навичок співпраці, обміну ідеями та критичного аналізу, що є важливими компетентностями у сучасному навчанні.

Підкреслили переваги використання рольових ігор на уроках математики для узагальнення знань про правильні многокутники. Рольові ігри дозволяють учням виконувати завдання у спеціально створених навчальних ситуаціях, що розвиває у них уміння мислити критично, аргументувати свої думки та взаємодіяти з іншими. Такі ігри є цікавим способом закріпити знання про многокутники, оскільки вони формують у школярів упевненість у своїх знаннях і сприяють глибокому розумінню властивостей геометричних фігур.

Зосередилися на ефективності проблемних завдань і групової роботи для розвитку логічного мислення учнів. Завдання, що вимагають від учнів аналізу, пошуку рішень і аргументації, стимулюють їх до активного пізнання та дослідницької діяльності. Групова робота допомагає учням розвивати комунікативні навички, обмінюватися ідеями та підходами до задач. Такий інтерактивний підхід дозволяє учням глибше зрозуміти властивості правильних многокутників, розвивати навички критичного мислення та вчитися працювати в команді.

Результати показали, що інтерактивні підходи сприяють кращому розумінню складних геометричних понять, стимулюють розвиток критичного мислення, співпраці та творчих навичок у учнів. Дослідження може бути корисним для вчителів математики, методистів та освітніх фахівців, які прагнуть впроваджувати ефективні сучасні методики навчання, а також для розробників освітніх програм, орієнтованих на інтерактивне та компетентнісне навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П. Методи навчання математики: навчально-методичний посібник. Київ: Генеза, 2010. 117 с.
2. Бевз Г. П. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. 272 с.
3. Бобовський Р. П., Шевчук Л. Д. Вплив використання проблемних ситуацій на розвиток логічного мислення учнів під час вивчення алгебри і початків аналізу. *Перспективи та інновації науки*. 2023. №10(28). С. 66-76. URL:[https://doi.org/10.52058/2786-4952-2023-10\(28\)-66-76](https://doi.org/10.52058/2786-4952-2023-10(28)-66-76)
4. Гевко І. В. Використання інтерактивних технологій в освіті. *Наукові записки Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія : Педагогічні науки*. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2018. Вип. CXXXIX (139). С. 53-60. URL: <http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/24374> (Дата звернення 15.08.2024)
5. Гевко І. В. Формування і розвиток професіоналізму вчителя технологій: теорія і методика : монографія / І. В. Гевко. – Кам'янець-Подільський : Аксіома, 2017. 392 с.
6. Гончаренко С. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 1997. 374 с. URL: [https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/106820/1/%D0%93%D0%BE%D0%BD%D1%87%D0%B0%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE.%20%D0%9F%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9%20%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20\(1\).pdf](https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/106820/1/%D0%93%D0%BE%D0%BD%D1%87%D0%B0%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE.%20%D0%9F%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9%20%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20(1).pdf) (дата звернення: 23. 08. 2024)
7. Губар Д.Є. , Непомняща Т.В. Інтерактивне навчання як основа підготовки майбутнього фахівця до ефективної професійної діяльності. *Електронне наукове фахове видання «Науковий вісник Донбасу»* № 4 (16), 2011. URL: <https://nvd.luguniv.edu.ua/archiv/NN16/index.htm> (Дата звернення: 23.08.2024)

8. Державний стандарт базової середньої освіти. Постанова КМУ від 30 вересня 2020 р. № 898. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#n16> (Дата звернення 15.08.2024)
9. Дроздова, А. (2022). Системний підхід у навчанні математиці. *Scientific Collection «InterConf+»*, Випуск 28(137), С. 409–420. URL: <https://doi.org/10.51582/interconf.19-20.12.2022.042> (Дата звернення 15.08.2024)
10. Іваницька Н. А., Герасименко Т. О. Проблемний метод навчання як основа розв’язування учнями задач у класах фізико-математичного профілю. *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету*. Педагогічні науки. 2013. Вип. 109. С. 56-59.
11. Інтерактивні методи навчання: навч. посібник / за заг. ред. П. Шевчука і П. Фенриха. Щецін: Вид-во WSAP, 2005. 170 с.
12. Комар О. Теорія і практика застосування інноваційних інтерактивних технологій навчання в руслі концепції розвитку педагогічної освіти. *Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету*, 2018. Випуск 1. С.130-139. URL: <https://doi.org/10.31499/2307-4906.1.2018.134900> (дата звернення: 23. 08. 2024).
13. Кузьмінський А. І., Омеляненко С. В. Технологія і техніка шкільного уроку: навчальний посібник. Київ: Знання, 2010. 335 с.
14. Лосєва Н. М., Панова А. Ю. Інтерактивні методи навчання математики на традиційних заняттях і заняттях з використанням інформаційно-комунікаційних технологій. Стратегія, зміст та нові технології підготовки спеціалістів з вищою технічною освітою. 2011. № 2. URL: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1417> (дата звернення: 23. 08. 2024)
15. Методика викладання математики в середній школі / упоряд. Р. С. Черкасов, А. А. Столяр. Харків: Основа, 1992. 304с.
16. Нагайчук О. В., Шиба А. В., Ступеньков С. О. Сучасні виклики та потенціал впровадження інновацій в освітній процес під час воєнного стану.

Академічні візії, вип. 18, Квітень 2023. URL:
<http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.7813465> (Дата звернення 15.08.2024)

17. Нова українська школа: poradnik dla vchytelja / za zag. red. H. M. Bibik. Київ: Літера ЛТД, 2019. 208 с. URL: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/navchalno-metodychny-posibnyky/dlya-pedpraysivnykiv/poradnik_blok-min.pdf (Дата звернення 10.08.2024)

18. Петрук В. А. Психолого-педагогічні аспекти використання інтерактивних методів навчання. *The Unity Of Sciens*. Vienna (Austria), 2015. - Вип. 1. С. 68-71. <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/14937> (Дата звернення 15.08.2024)

19. Підласий І. П. Практична педагогіка або три технології. Інтерактивний підручник для педагогів ринкової системи освіти. Київ: ВД «Слово», 2004. 616 с.

20. Пометун О., Пироженко Л. Сучасний урок. *Інтерактивні технології навчання*. Київ : «Видавництво А.С.К.», 2003. С.192

21. Руденко Н., Головчанська О. Застосування інтерактивних технологій з використанням ІКТ на заняттях дисциплін математичного циклу. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. 2015. №4(57). С. 41-47. URL: <https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/10896> (Дата звернення 09.08.2024)

22. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник. 2-ге вид., доп. і перероб. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.

23. Таблер, Т. І. Аналіз поняття «інтерактивні методи навчання математики». *Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка*, 2 (21). 2018. с. 212-219. URL: <http://eprints.mdpu.org.ua/id/eprint/9695> (Дата звернення 10.08.2024)

24. Фіцула М. М. Педагогіка: навчальний посібник. 2-ге вид., виправ., доп. Київ: Академвидав, 2006. 560 с.

25. Франчук Н. П., Ляшенко Т. А. Деякі особливості методики інтерактивного навчання на уроках інформатики. Наукові засади підготовки фахівців природничого, інженерно-педагогічного та технологічного напрямків:

матеріали III Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції з міжнародною участю (26-29 березня 2019 року) : збірник тез. Бердянськ : БДПУ, 2019. С. 30-32. URL: <https://bdpu.org.ua/wp-content/uploads/2019/04/9.pdf>

26. Хворостіна Ю. В., Удовиченко О. М., Юрченко А. О. Особливості використання дидактичних ігор на уроках математики. *Інноваційна Педагогіка*. Випуск 19. Т. 3. 2019. С. 142-146. URL: DOI <https://doi.org/10.32843/2663-60852019-19-3-29>

27. Шевчук О. С, Шевчук С. П. Психолого-педагогічні умови інтерактивного навчання. *Миколаївський національний університет імені В. О. Сухомлинського. Збірник наукових праць*. Психологічні науки. Випуск 2.12 (103). 2014. С. 245-248.

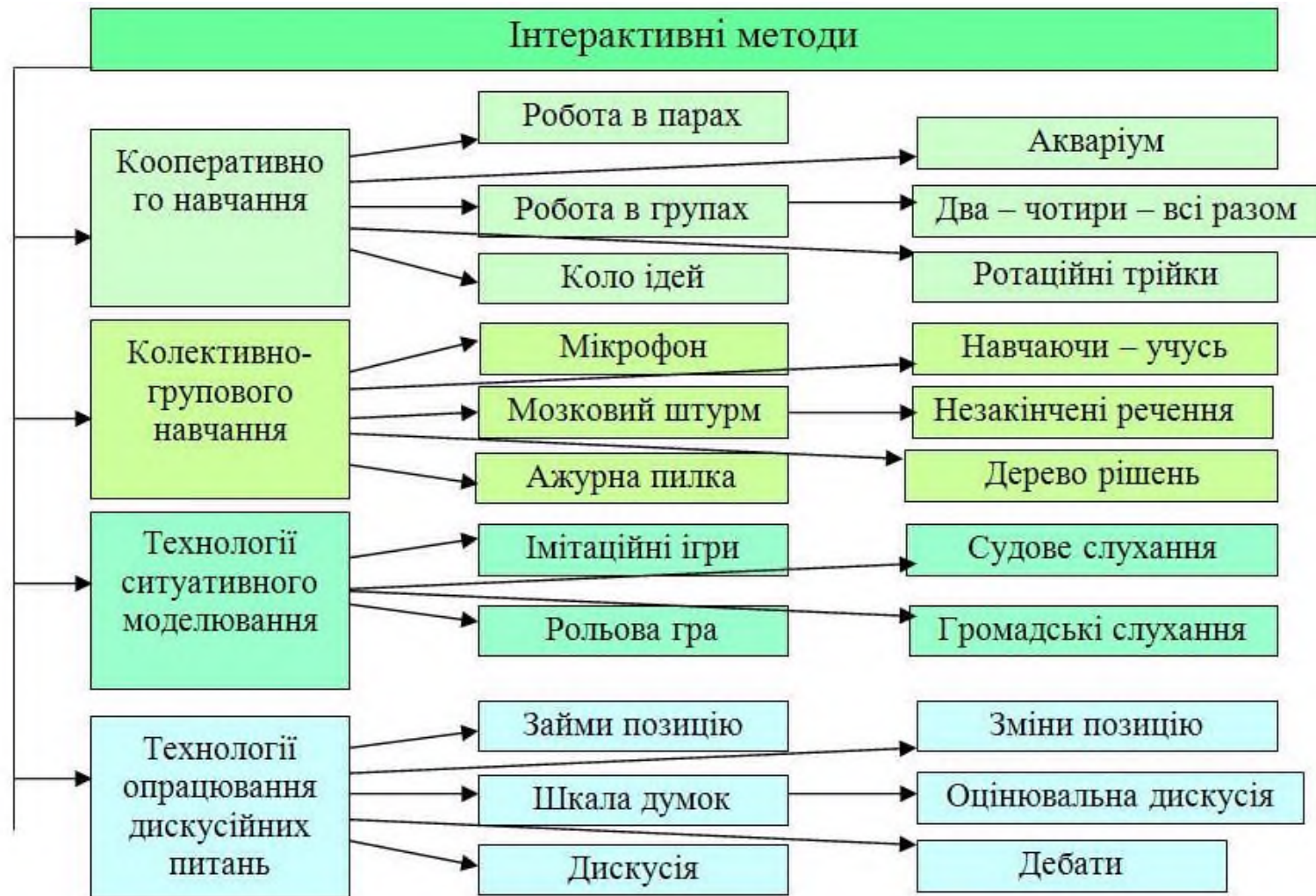
28. Learning Apps. URL: <https://learningapps.org/>

29. GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/>

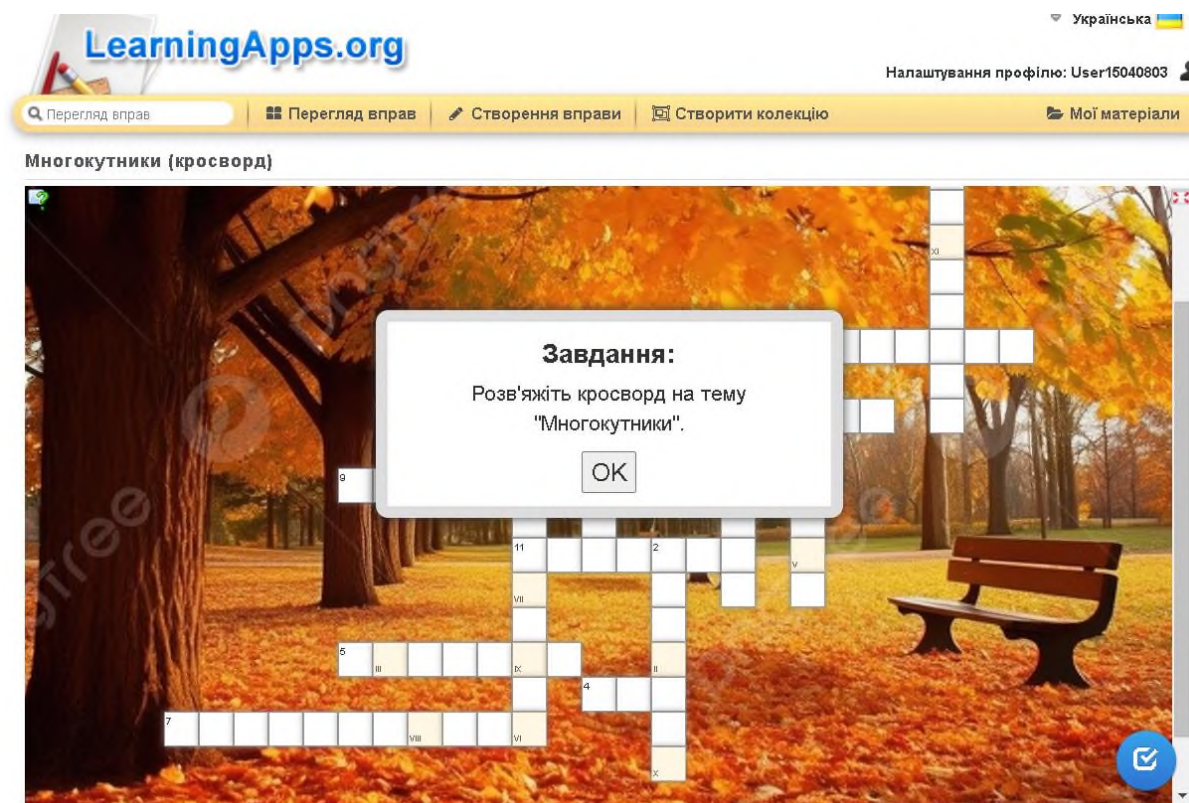
30. Padlet. Інтерактивна онлайн дошка. URL: <https://padlet.com/dashboard/recents>

ДОДАТКИ

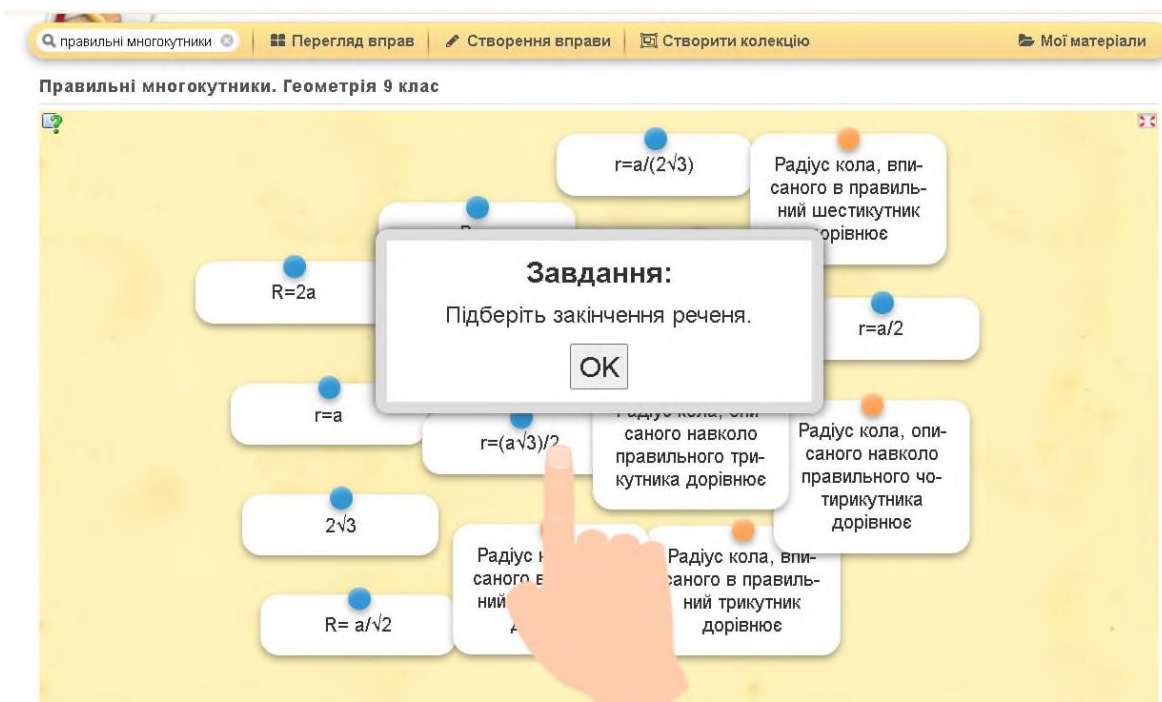
Додаток А. Види інтерактивних методів навчання



Додаток Б. Використання Learningapps.org при вивченні правильних багатокутників



(Приклад завдання за посиланням: <https://learningapps.org/37544678>)



(Приклад завдання за посиланням: <https://learningapps.org/37622630>)

**Додаток В. Розгорнутий конспект уроку-гри при вивченні властивостей
правильних багатокутників**

Рольова гра «Математичний турнір»

8-9 клас

Ціль гри: Зміцнити знання учнів про властивості правильних багатокутників, розвинути навички обґрунтування своїх відповідей та вдосконалити вміння презентувати математичний матеріал.

Хід гри:

Підготовка: Учні діляться на команди (по 3-5 осіб), кожна команда обирає або отримує один вид правильного багатокутника (рівносторонній трикутник, квадрат, правильний п'ятикутник, шестикутник тощо).

Кожна команда отримує 15-20 хвилин на підготовку: вивчення та повторення властивостей свого багатокутника, підготовка презентації та відповідей на можливі запитання від інших команд.

Вчитель роздає картки із завданнями для підготовки, надає необхідні матеріали (таблиці, довідники, геометричні інструменти).

1. Презентація команд («Знайомство з експертами»):

Кожна команда представляє свій багатокутник і коротко розповідає про його основні властивості: кількість сторін, довжина сторін, кути, симетрія, формули для обчислення периметра та площі тощо.

Команди наводять приклади, де цей багатокутник зустрічається у реальному житті (наприклад, квадрат у мозаїці, шестикутник у стільниках бджіл, трикутники в архітектурі тощо).

2. Раунд запитань («Випробування експертів»):

Після презентацій починається раунд запитань, де команди ставлять одна одній питання, щоб перевірити знання своїх «конкурентів».

Запитання для команди «Трикутник» (Рівносторонній трикутник)

Чому кути рівностороннього трикутника завжди дорівнюють 60 градусам?
Чи можуть вони бути іншими?

Як обчислити висоту рівностороннього трикутника, якщо відома довжина його сторони?

Чому рівносторонній трикутник вважається правильним многокутником?

Які види симетрії має рівносторонній трикутник? Поясніть, як вони визначають його властивості.

Чи існує фігура з трьома сторонами, яка не є трикутником? Поясніть свою відповідь.

У яких випадках у геометрії або архітектурі застосовується форма рівностороннього трикутника?

Запитання для команди «Квадрат»

Чому всі кути квадрата завжди прямі? Як ця властивість впливає на його застосування в архітектурі?

Чим квадрат відрізняється від прямокутника, якщо вони обидва мають прямі кути?

Які види симетрії має квадрат? Чому ці симетрії важливі для його геометричних властивостей?

Чому квадрат є особливим випадком ромба? Поясніть схожість і відмінності.

Які властивості квадрата дозволяють розбити його на рівні трикутники?

Чому квадрат так часто використовується в будівельних матеріалах, наприклад, у плитці або цеглі?

Запитання для команди «П'ятикутник»

Як обчислити площу правильного п'ятикутника, якщо відома його сторона?

Чому правильний п'ятикутник не має осей симетрії, які проходять через його кути?

Чим правильний п'ятикутник відрізняється за симетрією від квадрата?

Які труднощі виникають при використанні п'ятикутника в дизайні або будівництві?

Де у природі або культурі зустрічається форма п'ятикутника? Наведіть приклади.

Як зміниться площа правильного п'ятикутника, якщо подвоїти довжину його сторони?

Запитання для команди «Шестикутник»

Чому правильний шестикутник може щільно заповнити площину без проміжків? Як ця властивість використовується у природі?

Які види симетрії має правильний шестикутник? Як ці симетрії визначають його унікальні властивості?

Як обчислити площу правильного шестикутника, якщо відома його сторона?

Чому бджоли обирають форму шестикутника для стільників? Поясніть, як це пов'язано з економією матеріалу.

Чим шестикутник відрізняється від трикутника чи квадрата з точки зору симетрії?

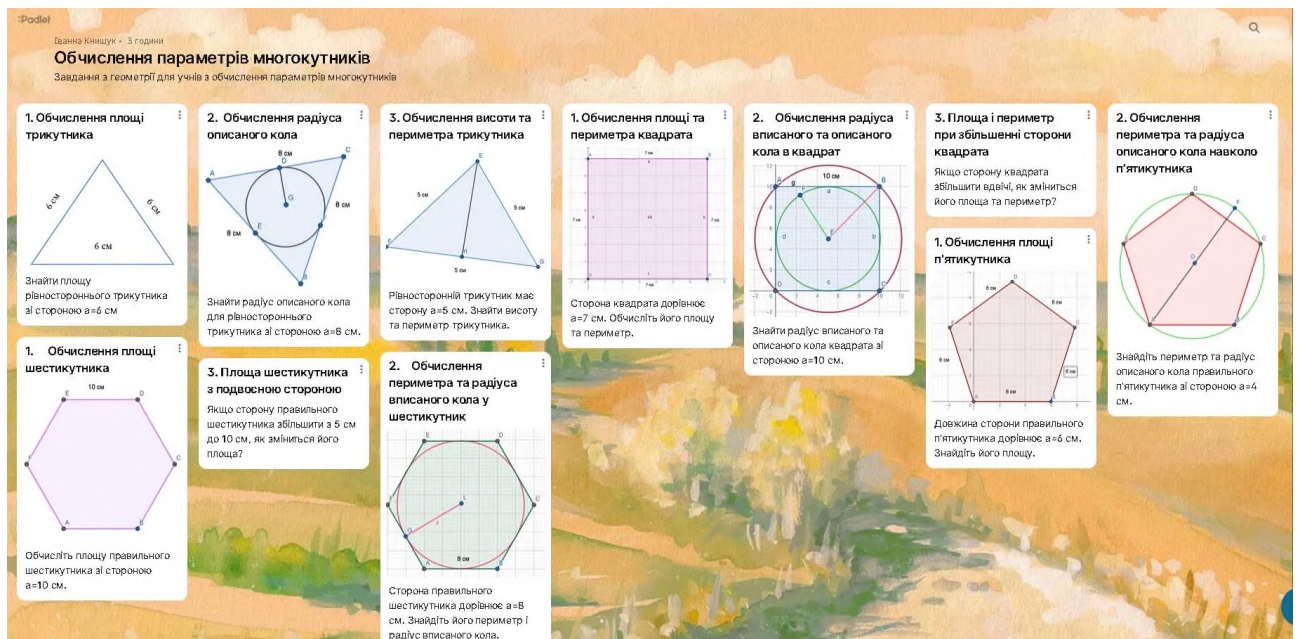
Як змінюється площа правильного шестикутника при збільшенні сторони у 1,5 рази?

Вчитель слідкує за часом та дотриманням правил.

Кожна команда може задати 1-3 питання іншій команді. Вчитель може втрутитися та поставити додаткові запитання, якщо потрібно уточнення або командам важко придумати питання.

3. Практичне завдання («Час доказів»):

Команди отримують картки із задачами на обчислення площі, периметра, радіуса вписаного або описаного кола для їхнього многокутника. Вони повинні розв'язати задачу за обмежений час (наприклад, 5-7 хвилин).



(Посилання: <https://padlet.com/ivannaknushyk2024/padlet-2zuuirzxa9fljd1v>)

Задачі для команди «Трикутник»

1. Обчислення площі

Задача: Знайти площу рівностороннього трикутника зі стороною $a = 6$ см.

Розв'язання:

Площа рівностороннього трикутника обчислюється за формулою:

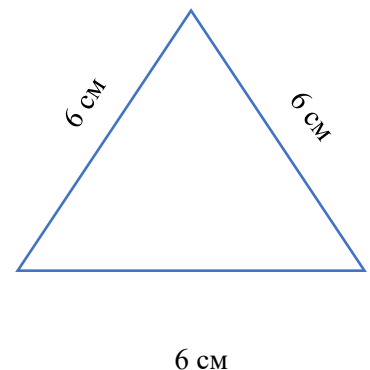
$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Підставимо значення:

$$S = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \sqrt{3}}{4} = 9 \sqrt{3} \approx 15,59 \text{ см}$$

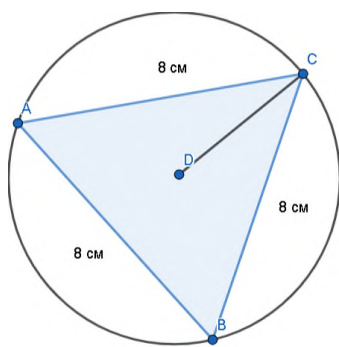
Відповідь: Площа рівностороннього трикутника

$$S = 15,59 \text{ см}$$



2. Обчислення радіуса описаного кола

Задача: Знайти радіус описаного кола для рівностороннього трикутника зі стороною $a = 8$ см.



Розв'язання: Радіус описаного кола для рівностороннього трикутника обчислюється за формулою:

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Підставимо значення:

$$R = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4.62 \text{ см}$$

Відповідь: Радіус описаного кола для рівностороннього трикутника $R = 4.62 \text{ см}$

3. Обчислення висоти та периметра

Задача: Рівносторонній трикутник має сторону $a = 5 \text{ см}$. Знайти висоту та периметр трикутника.

Розв'язання: Висота рівностороннього трикутника обчислюється за формулою:

$$h = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

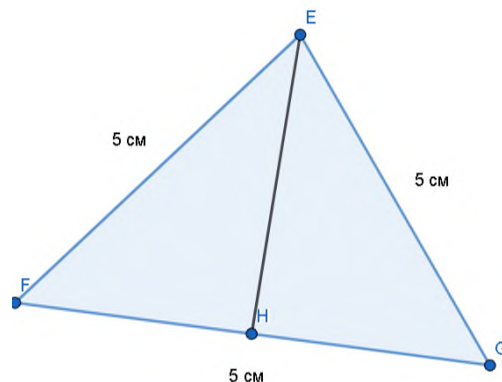
Підставимо значення:

$$h = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 4,33$$

Периметр рівностороннього трикутника обчислюється як:

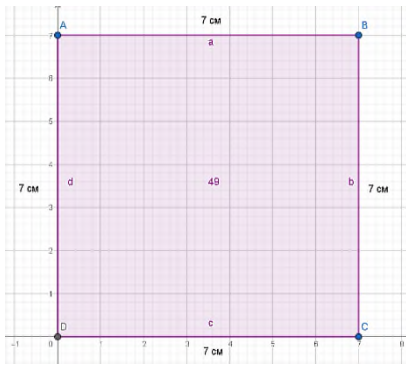
$$P = 3 \cdot a = 3 \cdot 5 = 15 \text{ см}$$

Відповідь: Висота трикутника $h = 4,33 \text{ см}$ та периметр трикутника $P = 15 \text{ см}$



Задачі для команди «Квадрат»

1. Обчислення площі та периметра



Задача: Сторона квадрата дорівнює $a = 7$ см.
Обчисліть його площу та периметр.

Розв'язання:

Площа квадрата:

$$S = a^2 = 7^2 = 49 \text{ см}^2$$

Периметр квадрата:

$$P = 4 \cdot a = 4 \cdot 7 = 28 \text{ см}$$

Відповідь: Площа квадрата $S = 49 \text{ см}^2$

Периметр квадрата $P = 28 \text{ см}$

2. Обчислення радіуса вписаного та описаного кола

Задача: Знайти радіус вписаного та описаного кола квадрата зі стороною $a = 10$ см.

Розв'язання:

Радіус вписаного кола:

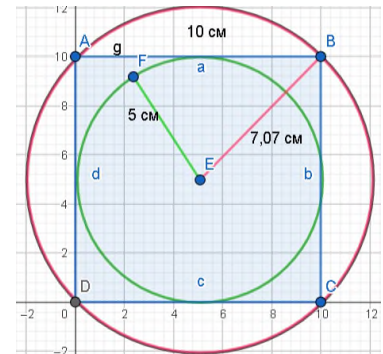
$$r = \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ см}$$

Радіус описаного кола:

$$R = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} = 5 \cdot \sqrt{3} \approx 7,07 \text{ см}$$

Відповідь: Радіус вписаного кола $r = 5$ см

Радіус описаного кола $R = 7,07$ см



3. Площа і периметр при збільшенні сторони квадрата

Задача: Якщо сторону квадрата збільшити вдвічі, як зміниться його площа та периметр?

Розв'язання:

При збільшенні сторони до $2a$, площа:

$$S_{\text{нове}} = (2a)^2 = 4a^2$$

тобто площа зростає у 4 рази.

Периметр:

$$P_{\text{нове}} = 4 \cdot 2a = 8a$$

тобто периметр зростає вдвічі.

Відповідь: Периметр зростає вдвічі.

Задачі для команди «П'ятикутник»

1. Обчислення площі

Задача: Довжина сторони правильного п'ятикутника дорівнює $a = 6$ см.

Знайдіть його площу.

Розв'язання:

Площа правильного п'ятикутника:

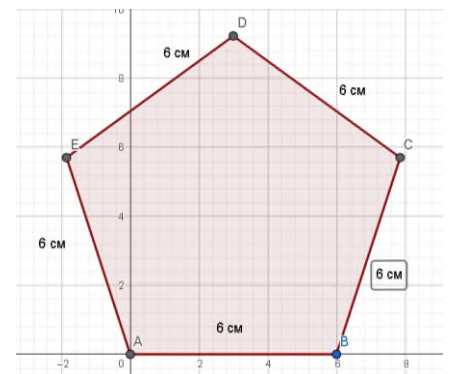
$$S = \frac{5}{4} \cdot a^2 \cdot \cot \frac{\pi}{5}$$

Приблизно:

$$S \approx \frac{5}{4} \cdot 36 \cdot 1,3754 \approx 61,92 \text{ см}^2$$

Відповідь: Площа правильного п'ятикутника

$$S \approx 61,92 \text{ см}^2$$



2. Обчислення периметра та радіуса описаного кола навколо п'ятикутника

Задача: Знайдіть периметр та радіус описаного кола правильного п'ятикутника зі стороною $a = 4$ см.

Розв'язання:

Периметр:

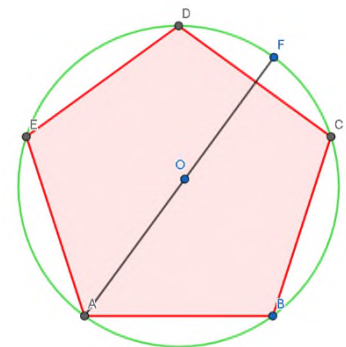
$$P = 5 \cdot a = 5 \cdot 4 = 20 \text{ см}$$

Радіус описаного кола:

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin(\frac{\pi}{5})} \approx \frac{4}{2 \cdot 0,5878} \approx 3,4 \text{ см}$$

Відповідь: Периметр п'ятикутника $P = 20$ см

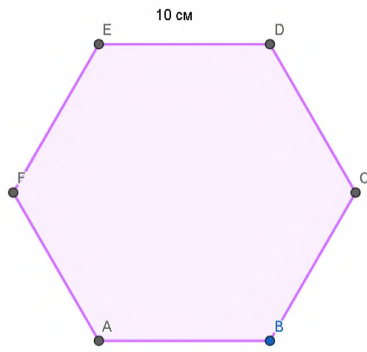
Радіус описаного кола $R = 3,4$ см



Задачі для команди «Шестикутник»

1. Обчислення площі

Задача: Обчисліть площу правильного шестикутника зі стороною $a = 10$ см.



Розв'язання

Площа правильного шестикутника:

$$S = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 10^2 = 150\sqrt{3} \approx 159,81 \text{ см}^2$$

Відповідь: Площа правильного шестикутника: $S \approx 159,81 \text{ см}^2$

2. Обчислення периметра та радіуса вписаного кола у шестикутник

Задача: Сторона правильного шестикутника дорівнює $a=8$ см. Знайдіть його периметр і радіус вписаного кола.

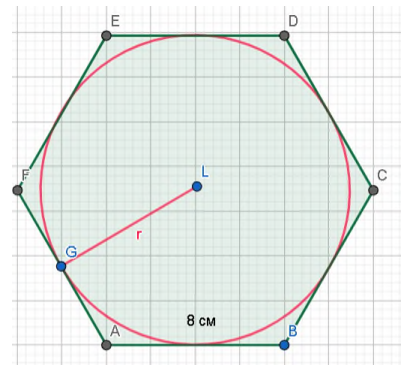
Розв'язання:

Периметр:

$$P = 6 \cdot a = 6 \cdot 8 = 48 \text{ см}$$

Радіус вписаного кола:

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 \approx 6,93 \text{ см}$$



Відповідь:

3. Площа шестикутника з подвоєною стороною

Задача: Якщо сторону правильного шестикутника збільшити з 5 см до 10 см, як зміниться його площа?

Розв'язання:

При подвоєнні сторони a площа зміниться наступним чином:

$$S_{\text{нове}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot (2a)^2 = 4 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = 4S$$

тобто площа зросте в 4 рази.

Відповідь: Площа зросте в 4 рази

Після виконання завдання команда презентує свій розв'язок, пояснюючи всі кроки. Інші команди мають право перевірити обчислення та задати уточнювальні питання.

Підсумок та оголошення переможців («Нагородження експертів»):

Вчитель оголошує переможців за такими критеріями. Переможці отримують грамоти або інші заохочення.

Підсумок і рефлексія

Після оголошення переможців вчитель проводить рефлексію, обговорюючи з учнями:

Які нові знання вони отримали?

Що було найскладнішим у процесі підготовки та презентації?

Як можна застосувати знання про багатокутники в інших ситуаціях чи темах?

Додаток Г. Розгорнутий конспект уроку застосування знань, умінь і навичок при вивченні властивостей правильних багатокутників

Тема уроку: **Властивості правильних багатокутників.**

Тип уроку: Застосування знань, умінь і навичок

Мета уроку:

Повторити та закріпити властивості правильних багатокутників.

Формувати навички застосування знань для розв'язання практичних задач.

Розвивати логічне та просторове мислення, комунікативні навички, уміння працювати в групі.

Сприяти зацікавленню учнів геометрією через цікаві задачі та інтерактивні методи навчання.

Обладнання: мультимедійна презентація, геометричні моделі правильних багатокутників, комп'ютер або планшет для кожної групи, маркери та фліпчарти, аркуші з завданнями.

Хід уроку

I. Організаційний момент (7 хвилин)

Привітання учнів, перевірка присутніх.

Слово вчителя: Сьогодні на нашому уроці ми зануримося у захоплюючий світ правильних багатокутників і дізнаємося, як їхні властивості можуть стати корисними у вирішенні практичних задач. Але спочатку я задам вам одне цікаве питання...

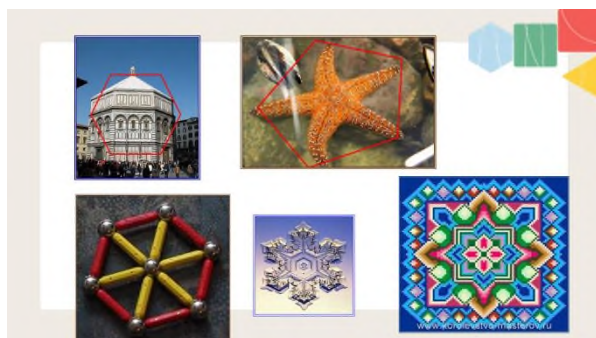
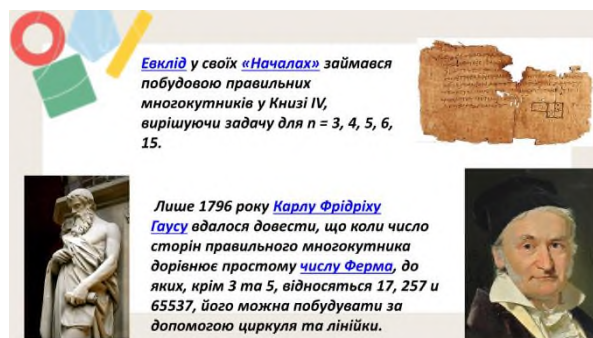
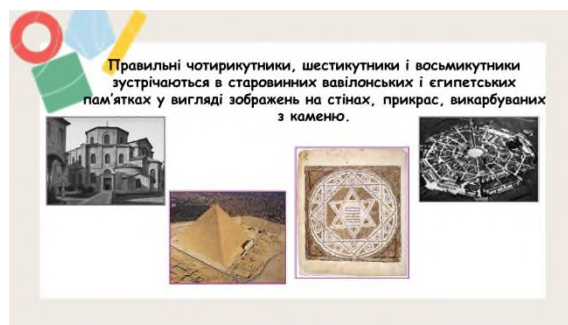
Уявіть, що ви архітектори, які проектують сучасний парк атракціонів. Вам потрібно обрати форму каруселі так, щоб забезпечити найбільшу площу при фіксованому периметрі. Яка форма буде найефективнішою і чому?»

Учні висловлюють свої думки, обговорюють варіанти.

II. Повторення теоретичних основ (10 хвилин)

Вчитель коротко нагадує основні властивості правильних багатокутників (рівність сторін і кутів, формули для обчислення площі та периметру, властивості внутрішніх і центральних кутів).

Показ мультимедійної презентації з прикладами різних правильних многокутників (трикутник, квадрат, п'ятикутник тощо) і їхніми застосуваннями.



III. Виконання інтерактивного завдання «Модель многокутника» (10 хвилин)

Клас ділиться на малі групи (по 3-4 учні).

Завдання: за допомогою паперу, геометричних інструментів або програмного забезпечення учні створюють моделі правильних многокутників. Вони обчислюють периметр, площу та внутрішні кути створеної фігури. Кожна група представляє свою модель і коротко пояснює її властивості.

IV. Колективне вирішення задач (15 хвилин)

Задача 1.

Умова: У правильного шестикутника кожна сторона дорівнює 5 см. Знайдіть периметр многокутника.

Розв'язання: Периметр правильного шестикутника обчислюється як добуток кількості сторін (6) на довжину однієї сторони.

$$P = 6 \cdot 5 = 30 \text{ см}$$

Відповідь: 30 см.

Задача 2.

Умова: Визначити внутрішній кут правильного десятикутника.

Розв'язання: Формула для обчислення внутрішнього кута правильного многокутника:

$$\alpha = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

де n – кількість сторін. Для десятикутника $n = 10$:

$$\alpha = \frac{(10 - 2) \cdot 180^\circ}{10} = \frac{8 \cdot 180^\circ}{10} = 144^\circ$$

Задача 3.

Умова: Знайдіть площу правильного трикутника, якщо його сторона дорівнює 6 см.

Розв'язання: Формула площі правильного трикутника:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

Де a – довжина сторони.

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 36 = 9\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Задача 4

Умова: Знайдіть кількість діагоналей у правильному восьмикутнику.

Розв'язання: Формула для обчислення кількості діагоналей у многокутнику з n сторонами:

$$d = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Для восьмикутника $n = 8$:

$$d = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$

Задача 5

Умова: У правильного п'ятикутника радіус вписаного кола дорівнює 4 см. Знайдіть довжину сторони, якщо відомо, що площа п'ятикутника дорівнює 55 см^2 .

Розв'язання: Площа правильного п'ятикутника обчислюється за формулою

$$S = \frac{1}{2}Pr$$

де P – периметр, r – радіус вписаного кола.

$$\frac{1}{2}P \cdot 4 = 55 \rightarrow P = \frac{55 \cdot 2}{4} = 27,5 \text{ см}$$

Оскільки п'ятикутник має 5 сторін, довжина однієї сторони:

$$a = \frac{P}{5} = \frac{27,5}{5} = 5,5 \text{ см}$$

Задача 6

Умова: Знайдіть зовнішній кут правильного семикутника.

Розв'язання: Зовнішній кут правильного многокутника обчислюється за формулою:

$$\beta = \frac{360^\circ}{n}$$

де n – кількість сторін. Для семикутника $n = 7$:

$$\beta = \frac{360^\circ}{7} \approx 51,43^\circ$$

Задача 7

Умова: Знайти довжину сторони правильного чотирикутника (квадрата), площа якого дорівнює 49 см^2 .

Розв'язання: Площа квадрата обчислюється за формулою

$$S = a^2$$

де a – довжина сторони.

$$a^2 = 49 \rightarrow a = \sqrt{49} = 7 \text{ см}$$

V. Самостійна робота (10 хвилин)

Учням пропонуються завдання.

Самостійна робота (Тести на тему правильних багатокутників)

1. Знайдіть периметр правильного восьмикутника, якщо довжина його сторони дорівнює 3 см.

- a) 24 см
- b) 16 см
- c) 32 см
- d) 18 см

2. Визначте внутрішній кут правильного шестикутника.

- a) 108
- b) 120°
- c) 135°
- d) 150°

3. Скільки діагоналей має правильний п'ятикутник?

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20

4. Площа правильного трикутника зі стороною 4 см дорівнює:

- a) $4\sqrt{3} \text{ см}^2$
- b) $8\sqrt{3} \text{ см}^2$
- c) $16\sqrt{3} \text{ см}^2$
- d) $12\sqrt{3} \text{ см}^2$

5. Знайдіть довжину сторони правильного шестикутника, якщо його периметр дорівнює 48 см.

- a) 6 см
- b) 8 см
- c) 10 см

d) 12 см

6. Яка формула використовується для обчислення зовнішнього кута правильного многокутника?

a) $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

b) $\frac{180^\circ}{n}$

c) $\frac{360^\circ}{n}$

d) $\frac{n \cdot 180^\circ}{2}$

7. У правильного многокутника внутрішній кут дорівнює 120° . Скільки сторін він має?

a) 6

b) 8

c) 10

d) 12

8. Знайдіть площу правильного п'ятикутника, якщо радіус вписаного кола дорівнює 5 см і периметр – 50 см.

a) 100 см^2

b) 125 см^2

c) 150 см^2

d) 200 см^2

9. Кількість сторін правильного многокутника дорівнює 9. Знайдіть його зовнішній кут.

a) 30°

b) 40°

c) 45°

d) 60°

10. Яка довжина сторони правильного чотирикутника (квадрата), якщо його площа дорівнює 64 см^2 ?

a) 4 см

b) 8 см

c) 16 см

d) 10 см

11. Правильний багатокутник з 12 сторонами називається:

a) П'ятикутник

b) Шестикутник

c) Дванадцятикутник

d) Восьмикутник

12. Якщо периметр правильного трикутника дорівнює 21 см, знайдіть довжину його сторони.

a) 5 см

b) 7 см

c) 9 см

d) 11 см

Відповіді:

c) 32 см

b) 120°

a) 5

b) $8\sqrt{3} \text{ см}^2$

b) 8 см

c) $\frac{360^\circ}{n}$

a) 6

b) 125 см^2

b) 40°

b) 8 см

c) Дванадцятикутник

b) 7 см

VI. Підведення підсумків (5 хвилин)

Обговорення виконаних завдань, короткий аналіз роботи учнів.

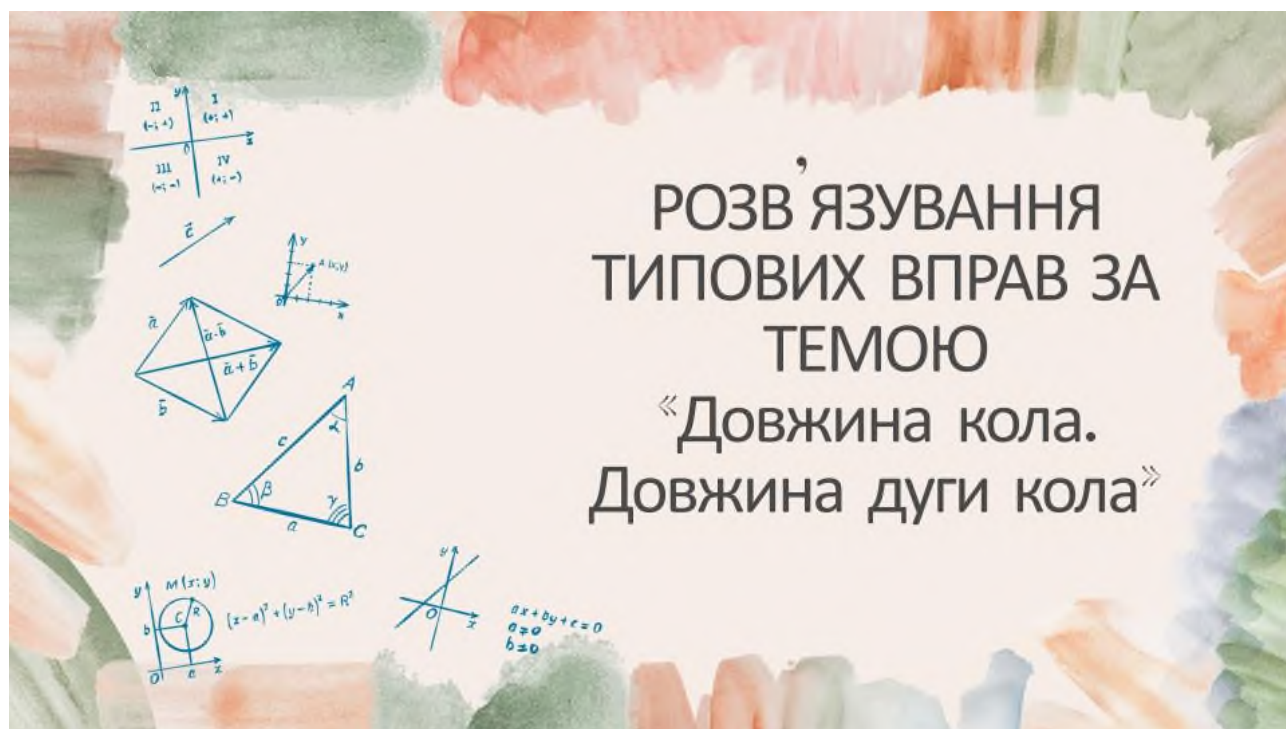
Рефлексія: «Що нового ви дізналися сьогодні? Які моменти уроку були для вас найцікавішими та найбільш корисними?»

Домашнє завдання: обрати будь-який правильний багатокутник і підготувати коротке повідомлення про його застосування у повсякденному житті або історичних спорудах.

VII. Заключне слово вчителя (3 хвилини)

Підсумок значення правильних багатокутників у геометрії та повсякденному житті. Вчитель заохочує учнів до активного використання інтерактивних методів для кращого розуміння математики.

Додаток Д. Наочний матеріал до уроку Розв'язування типових вправ
за темою «Довжина кола. Довжина дуги кола»



Відповідаємо на запитання:

Що таке довжина кола?

Яке відношення ми позначаємо літерою π ?

Чому дорівнює наближене значення числа π з точністю до сотих?

За якою формулою ми знаходимо довжину кола?

За якою формулою ми знаходимо довжину дуги кола?

Чому відношення довжини кола до його діаметра одне й те саме
для кожного кола?

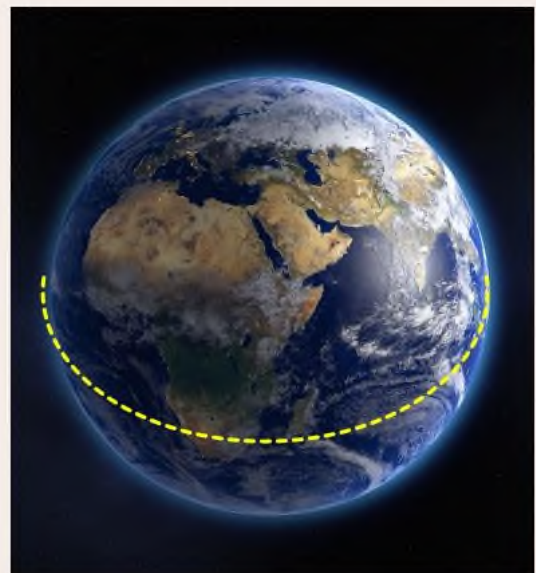
Як зміниться довжина кола, якщо його радіус:

- А) Збільшити в три рази
- Б) Зменшити в два рази



Розв'язування завдань

Довжина екватора Землі приблизно дорівнює 40 000 км. На скільки метрів збільшиться цей екватор, якщо радіус Землі збільшити на 1 м?



Знайдіть довжину кола, діаметр якого на 7 см більший за радіус

Розв'язання:

$$\begin{cases} d = 2R \\ d = R + 7 \end{cases} \rightarrow 2R = R + 7$$

$$\begin{aligned} 2R &= R + 7 \\ R &= 7 \end{aligned}$$

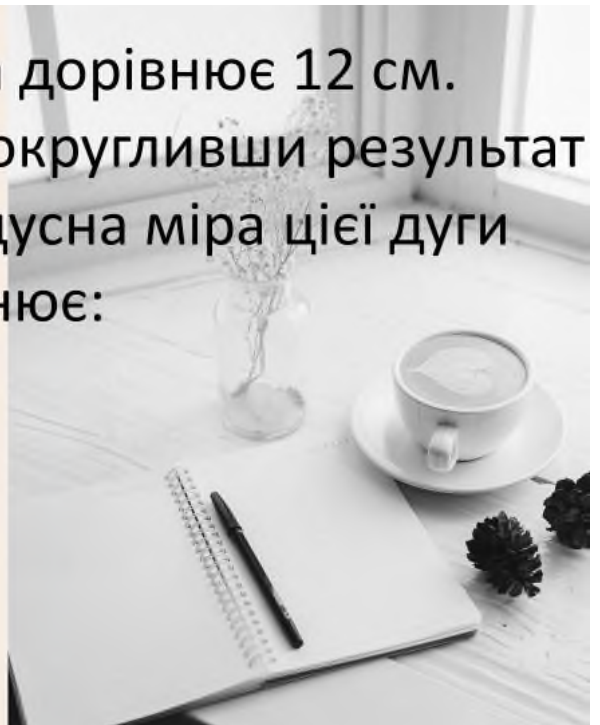
$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 7 = 14\pi \text{ (см)}$$

Відповідь: 14π (см)

Довжина дуги кола дорівнює 12 см.
Обчисліть радіус кола (округливши результат до 0,1 см), якщо градусна міра цієї дуги дорівнює:

А) 45°

Б) 120°



Автомобіль проїхав 1243 м. Знайдіть діаметр колеса автомобіля, якщо відомо, що воно зробило 314 обертів.

Розв'язання:

Якщо довжину колеса помножити на 314, то отримаємо відстань 621 м, отже:

$$621 = 314\pi d$$

$$d = \frac{621}{314\pi} \approx 0,63 \text{ м}$$



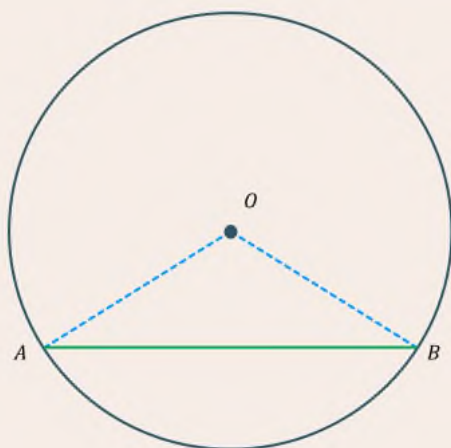
Відповідь: 0,63 м

Розв'язування задач:



Відстань між серединами зубів зубчастого колеса, виміряне по дузі кола, дорівнює 47,1 мм. Скільки має зубів колесо, якщо його зовнішній діаметр 450 мм?

Розв'язування задач



Знайдіть довжину дуги, якщо хорда, що її стягує, дорівнює t , а градусна міра цієї дуги дорівнює:

- А) 90°
- Б) 60°
- В) 120°

Домашнє завдання:

Підручник Геометрія 9 клас Г. П. Бевз
Повторити §19
Завдання 683, 685, 687, 677



Додаток 3. Розвязки задач до методичного матеріалу для контроль і корекції знань та вмінь при вивченні властивостей правильних багатокутників

Контрольна робота «Довжина кола. Площа круга»

I Варіант

1. (1 б) Центральний кут правильного десятикутника дорівнює:

5) 360°

6) 36°

7) 180°

8) 18°

Розв'язання:

$$\gamma_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\gamma_{10} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Відповідь: 36°

2. (1 б) Довжина кола з радіусом 8 см дорівнює:

5) 8π см

6) 16π см

7) 64π см

8) $8\pi^2$ см

Розв'язання:

$$C = 2\pi R$$

$$C = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \text{ (см)}$$

Відповідь: 16π см

3.

(1 б) Діагональ прямокутника дорівнює 8.

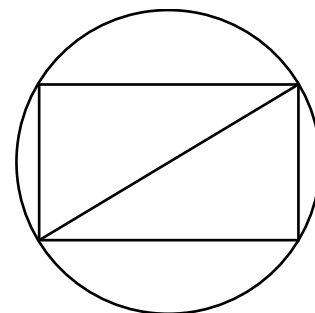
Знайдіть площу круга, описаного навколо цього прямокутника.

5) 4π

6) 16π

7) 64π

8) 128π



Знайдемо радіус даного круга:

$$R = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

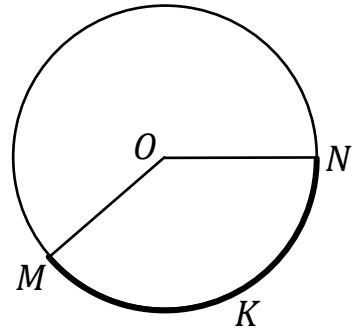
Знайдемо площу даного круга:

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

Відповідь: 16π

4. (1,5 б)

На рисунку O – центр кола, $\angle MON = 220^\circ$, довжина кола дорівнює 18 см.
Знайдіть довжину дуги MKN .



Розв'язання:

І спосіб

Знайдемо градусну міру $\cup MKN$:

$$\cup MKN = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

Дуга MKN складає $\frac{140}{360}$ частин кола, отже довжина дуги MKN :

$$18 \cdot \frac{140}{360} = 7 \text{ (см)}$$

II спосіб

$$C = 2\pi R$$

$$18 = 2\pi R$$

$$R = \frac{18}{2\pi} = \frac{9}{\pi} \text{ (см)}$$

$$\angle MKN = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

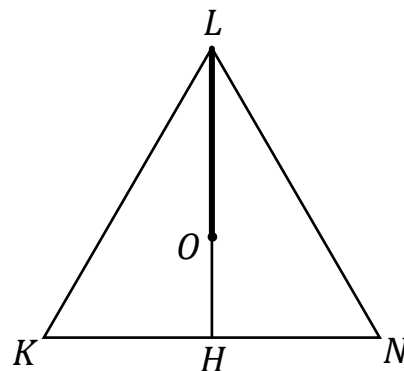
$$l_\alpha = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot \alpha$$

$$l_{140} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{9}{\pi} \cdot 140 = 7 \text{ (см)}$$

Відповідь: 7 см

5. (1 б)

Трикутник KLN – правильний,
його сторона дорівнює 15 см.
Знайдіть радіус OL описаного навколо
нього кола.



Розв'язання:

Скористаємося формулою радіуса описаного кола навколо правильного трикутника:

$$R = \frac{a_3 \sqrt{3}}{3} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3} \text{ (см)}$$

Відповідь: $5\sqrt{3}$ (см)

6. (2 б) Точка O – центр правильного восьмикутника $A_1A_2 \dots A_8$.
Доведіть, що площі трикутників A_1OA_2 і A_1OA_4 рівні.

Розв'язання:

Використаємо формулу площі трикутника:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} OA_1 \cdot OA_2 \cdot \sin A_1OA_2 \\ S_2 &= \frac{1}{2} OA_1 \cdot OA_4 \cdot \sin A_1OA_4 \\ OA_1 &= OA_4 \left(\begin{array}{l} \text{як радіуси описаного} \\ \text{кола навколо} \\ \text{правильного} \\ \text{восьмикутника} \end{array} \right) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Для доведення рівності} \\ \text{площ даних трикутників} \\ \text{потрібно довести рівність} \\ \text{синусів кутів } A_1OA_2 \\ \text{і } A_1OA_4 \end{array}$$

Знайдемо центральний кут правильного восьмикутника:

$$\gamma_8 = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

Кут A_1OA_2 дорівнює градусній мірі центрального кута, отже:

$$\angle A_1OA_2 = \gamma_8 = 45^\circ$$

Кут A_1OA_4 дорівнює градусній мірі трьох центральних кутів, отже:

$$\angle A_1OA_4 = \gamma_8 \cdot 3 = 45^\circ \cdot 3 = 135^\circ$$

Так як $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, то: $\sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ$
 $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ$

7. (3 б) Правильний восьмикутник вписаний у коло. Площа кругового сектора, що відповідає центральному куту восьмикутника, дорівнює 3π . Знайдіть площу восьмикутника.

Розв'язання:

Знайдемо центральний кут правильного восьмикутника:

$$\gamma_8 = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

Скористаємося формулою площі сектора круга:

$$S_\alpha = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$

$$S_{45} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot 45^\circ$$

$$3\pi = \frac{45^\circ \pi r^2}{360^\circ} \rightarrow 45^\circ \pi r^2 = 3\pi \cdot 360^\circ \rightarrow r = \sqrt{\frac{3\pi \cdot 360^\circ}{45^\circ \pi}} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Площа правильного восьмикутника (S_8) складається з площ 8 рівнобедрених трикутників (S_1), бічні сторони яких дорівнюють радіусу описаного кола навколо восьмикутника, а кут між бічними сторонами дорівнює градусній мірі центрального кута восьмикутника (γ_8). Отже:

$$S_8 = S_1 \cdot 8$$

$$S_1 = \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin \gamma_8 = \frac{(2\sqrt{6})^2 \cdot \sin 45^\circ}{2} = \frac{24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_8 = S_1 \cdot 8 = 6\sqrt{2} \cdot 8 = 48\sqrt{2}$$

Відповідь: $48\sqrt{2}$

II Варіант

1. (1,5 б) Центральний кут правильного дванадцятикутника дорівнює:

1) 30°

2) 300°

3) 180°

4) 15°

Розв'язання:

$$\gamma_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\gamma_{10} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Відповідь: 30°

2. (1,5 б) Довжина кола з радіусом 7 см дорівнює:

1) 17π см

2) 14π см

3) 49π см

4) $7\pi^2$ см

Розв'язання:

$$C = 2\pi R$$

$$C = 2\pi \cdot 7 = 14\pi \text{ (см)}$$

Відповідь: 14π см

3.

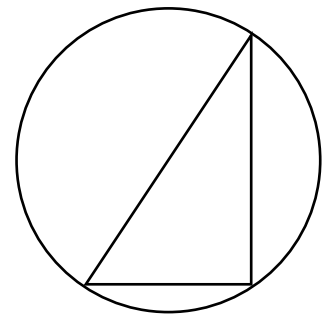
(1 б) Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 14. Знайдіть площу круга, описаного навколо цього трикутника.

5) 7π

6) 14π

7) 49π

8) 196π



Знайдемо радіус даного круга:

$$R = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

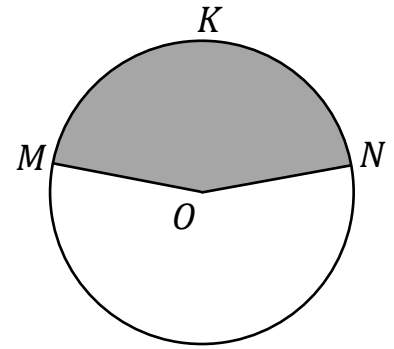
Знайдемо площу даного круга:

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2 = \pi \cdot 7^2 = 49\pi$$

Відповідь: 49π

4. (2 б)

На рисунку O – центр кола,
 $\angle MON = 160^\circ$, площа круга дорівнює
 18 см^2 . Знайдіть площу сектора $OMKN$



Розв'язання:

I спосіб

$$S_{160} = \frac{S_{\text{круга}}}{360^\circ} \cdot 160^\circ = \frac{18}{360^\circ} \cdot 160^\circ = 8 \text{ (см}^2\text{)}$$

II спосіб

$$S = \pi r^2$$

$$18 = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{18}{\pi}} \text{ (см)}$$

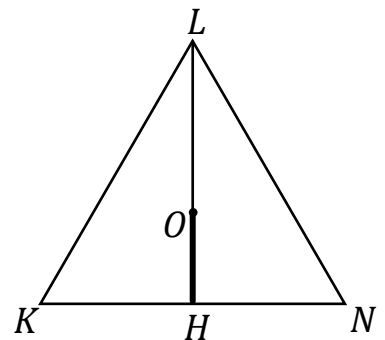
$$S_\alpha = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$

$$S_{160} = \frac{\pi \left(\sqrt{\frac{18}{\pi}} \right)^2}{360^\circ} \cdot 160^\circ = \frac{\pi \cdot \frac{18}{\pi}}{360^\circ} \cdot 160^\circ = 8 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: 8 см

5. (1 б)

Трикутник KLN – правильний,
його сторона дорівнює 24 см. Знайдіть
радіус OH вписаного в нього кола.



Розв'язання:

Скористаємося формулою радіуса вписаного в правильний трикутник кола:

$$r = \frac{a_3 \sqrt{3}}{6} = \frac{24\sqrt{3}}{6} = 4\sqrt{3} \text{ (см)}$$

Відповідь: $4\sqrt{3}$ (см)

6. (2 б) Точка O – центр правильного дванадцятикутника $A_1 A_2 \dots A_{12}$.

Доведіть, що площі трикутників $A_1 O A_3$ і $A_2 O A_7$ рівні.

Розв'язання:

Використаємо формулу площі трикутника:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} OA_1 \cdot OA_3 \cdot \sin A_1 O A_3 \\ S_2 &= \frac{1}{2} OA_2 \cdot OA_7 \cdot \sin A_2 O A_7 \\ OA_1 &= OA_3 = \\ &= OA_2 = OA_7 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{як радіуси описаного} \\ \text{кола навколо} \\ \text{правильного} \\ \text{восьмикутника} \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Для доведення рівності} \\ \text{площ даних трикутників} \\ \text{потрібно довести рівність} \\ \text{синусів кутів } A_1 O A_3 \\ \text{і } A_2 O A_7 \end{array}$$

Знайдемо центральний кут правильного дванадцятикутника:

$$\gamma_{12} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Кут $A_1 O A_3$ дорівнює градусній мірі двох центральних кутів, отже:

$$\angle A_1 O A_3 = \gamma_{12} \cdot 2 = 30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$$

Кут $A_2 O A_7$ дорівнює градусній мірі п'ятих центральних кутів, отже:

$$\angle A_2 O A_7 = \gamma_{12} \cdot 5 = 30^\circ \cdot 5 = 150^\circ$$

Так як $\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, то:

$$\sin (180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ$$

$$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$$

7. (3 б) Правильний шестикутник вписаний у коло. Площа кругового сектора, що відповідає центральному куту шестикутника, дорівнює 3π . Знайдіть площу восьмикутника.

Розв'язання:

Знайдемо центральний кут правильного восьмикутника:

$$\gamma_6 = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

Скористаємося формулою площі сектора круга:

$$S_\alpha = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$

$$S_{60} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot 60^\circ$$

$$3\pi = \frac{60^\circ \pi r^2}{360^\circ} \rightarrow 60^\circ \pi r^2 = 3\pi \cdot 360^\circ \rightarrow r = \sqrt{\frac{3\pi \cdot 360^\circ}{60^\circ \pi}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Площа правильного шестикутника (S_6) складається з площ 6 рівнобедрених трикутників (S_1), бічні сторони яких дорівнюють радіусу описаного кола навколо шестикутника, а кут між бічними сторонами дорівнює градусній мірі центрального кута шестикутника (γ_6). Отже:

$$S_6 = S_1 \cdot 6$$

$$S_1 = \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin \gamma_6 = \frac{(3\sqrt{2})^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 4,5\sqrt{3}$$

$$S_8 = S_1 \cdot 6 = 4,5\sqrt{3} \cdot 6 = 27\sqrt{3}$$

Відповідь: $27\sqrt{3}$