

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

**на тему: «Створення динамічних моделей в системі GeoGebra при
вивченні теми чотирикутники»**

Виконав: магістрант групи СОМ(М)(з)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Лаврук Олег Васильович

Керівник Пилипів Володимир Михайлович

Рецензент _____

(прізвище та ініціали)

Івано-Франківськ – 2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ЧОТИРИКУТНИКІВ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.....	7
1.1. Логіко-математичний аналіз навчальної теми «Чотирикутники».....	7
1.2. Методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії основної школи.....	11
1.3. Аналіз навчальних програм та підручників.....	14
1.4. Місце і роль теми «Чотирикутники» в шкільному курсі геометрії.....	16
Висновки до розділу 1.....	23
РОЗДІЛ 2. МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA ДЛЯ РОЗРОБКИ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЧОТИРИКУТНИКІВ.....	24
2.1. Програма GeoGebra та її можливості та інструменти.....	24
2.2. Застосування програми GeoGebra на уроках математики.....	29
Висновки до розділу 2.....	36
РОЗДІЛ 3. ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA ПРИ ВИВЧЕННІ ЧОТИРИКУТНИКІВ, ЯК ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВИТКУ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ.....	37
3.1. Створення динамічних моделей чотирикутників в системі GeoGebra як реалізація завдань STEM – освіти для формування мотивуючого та розвиваючого математичного середовища.....	37
3.2 Ефективність використання середовища GeoGebra при вивченні чотирикутників та динаміка якості навчальних досягнень учнів під час дистанційної, сімейної форм навчання.....	52
Висновки до розділу 3.....	65

ВИСНОВКИ.....	66
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	70
ДОДАТКИ.....	75

ВСТУП

Актуальність теми дослідження зумовлена потребою оновлення методики викладання математики, зокрема геометрії, через інтеграцію сучасних інформаційних технологій. Сучасний освітній процес вимагає надання учням інструментів, які сприяють не лише сприйняттю інформації, але й активній взаємодії з нею. GeoGebra — це потужний засіб для створення динамічних моделей, що дозволяє наочно демонструвати геометричні властивості фігур, зокрема чотирикутників, полегшуючи розуміння абстрактних математичних понять.

Динамічні моделі дають можливість у реальному часі досліджувати зміни конфігурацій фігур, варіювати їхні параметри та аналізувати наслідки таких змін, що значно підвищує якість засвоєння матеріалу. Такий підхід сприяє розвитку просторового мислення та математичної інтуїції школярів. Водночас інтеграція цифрових технологій відповідає сучасним вимогам освіти, розвиває ІТ-компетенції учнів і пробуджує інтерес до вивчення математики.

Отже, використання GeoGebra при вивченні теми «Чотирикутники» не лише покращує засвоєння навчального матеріалу, а й забезпечує ефективність навчання завдяки інтерактивному підходу.

Об'єктом роботи є математичні моделі чотирикутників у геометрії.

Предметом роботи є використання програми GeoGebra для створення та дослідження динамічних моделей чотирикутників. Це включає в себе розробку моделей, аналіз властивостей чотирикутників і вивчення їхніх взаємозв'язків.

Мета роботи полягає в розробці та впровадженні динамічних моделей чотирикутників у середовищі GeoGebra для покращення розуміння учнями геометричних властивостей та відносин чотирикутників, а також для підвищення ефективності освітнього процесу з геометрії через інтерактивні та візуалізовані інструменти.

Завдання роботи:

- 1) здійснити логіко-математичний аналіз навчальної теми «Чотирикутники»;
- 2) охарактеризувати методику вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії основної школи;
- 3) здійснити аналіз навчальних програм та підручників;
- 4) описати місце і роль теми «Чотирикутники» в шкільному курсі геометрії;
- 5) здійснити аналіз системи GeoGebra та її можливостей при вивченні чотирикутників;
- 6) описати особливості створення динамічних моделей чотирикутників в системі GeoGebra, як реалізація завдань STEM – освіти для формування мотивуючого та розвиваючого математичного середовища;
- 7) сформулювати ефективність використання середовища GeoGebra при вивченні чотирикутників.

Наукова новизна роботи полягає в інтеграції сучасних технологій у навчальний процес через створення динамічних моделей чотирикутників у середовищі GeoGebra. Ця новизна виявляється в розробці та впровадженні нових методичних підходів, які використовують можливості GeoGebra для інтерактивного моделювання геометричних фігур. Використання динамічних моделей дозволяє візуалізувати і досліджувати властивості чотирикутників у реальному часі, що сприяє глибшому розумінню математичних концепцій і поліпшенню навчальних результатів. Крім того, у роботі запропоновано нові методики інтерактивного навчання, які включають створення навчальних сценаріїв і завдань на основі розроблених моделей, що може позитивно вплинути на ефективність викладання геометрії та сприяти розвитку навичок самостійного дослідження і аналізу в здобувачів освіти.

Теоретичне значення роботи полягає в розширенні знань про застосування сучасних технологій у навчанні геометрії, зокрема в контексті вивчення чотирикутників. Розробка динамічних моделей у GeoGebra дозволяє

поглибити розуміння властивостей і взаємозв'язків чотирикутників, а також забезпечує новий підхід до вивчення геометрії, який спирається на інтерактивність і візуалізацію. Це сприяє розвитку теорії інтерактивного навчання та моделювання в геометрії, а також створює нові підходи до вивчення математичних концепцій.

Практичне значення роботи полягає в впровадженні розроблених динамічних моделей і методичних рекомендацій у навчальний процес при викладанні геометрії. Створені моделі можуть бути використані в освітніх закладах для покращення викладання геометрії, підвищення ефективності навчання та стимулювання інтересу школярів до математики. Практичне застосування результатів роботи включає в себе розробку навчальних матеріалів і завдань, що сприяють глибшому розумінню теми чотирикутників, а також підвищенню рівня взаємодії учнів з навчальним матеріалом через інтерактивні інструменти.

РОЗДІЛ 1. ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ЧОТИРИКУТНИКІВ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Логіко-математичний аналіз навчальної теми «Чотирикутники»

Логіко-математичний аналіз будемо проводити за класичною послідовністю, що включає: визначення програмових вимог до засвоєння теми учнями; аналіз теоретичного матеріалу з точки зору логіки та математичної структури; дослідження формулювань нових понять теми; розробку системи вправ для введення і закріплення нового матеріалу; аналіз структури формулювання властивостей; розгляд фактів, представлених у задачах; а також побудову структурно-логічної моделі, яка узагальнює ключові аспекти теми.[1]

Програмові вимоги до вивчення теми «Чотирикутники»

- Програмові вимоги визначають, які знання і навички повинні бути набуті учнями при вивченні теми «Чотирикутники». Вони включають основні поняття, властивості та методи розв'язання задач.
- Основні поняття: учні повинні знати визначення чотирикутників, їх типи (прямокутник, ромб, квадрат, трапеція, паралелограм) та їх властивості.
- Властивості: знання властивостей сторін, кутів, діагоналей чотирикутників, включаючи суми внутрішніх і зовнішніх кутів.
- Методи розв'язання задач: вміння розв'язувати задачі, що стосуються площі, периметру та властивостей чотирикутників.
- Використання геометричних теорем і властивостей: застосування теорем і властивостей у розв'язанні геометричних задач.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів

Знання:

- Учні повинні знати визначення і класифікацію чотирикутників.
- Мати чітке уявлення про властивості різних типів чотирикутників.

- Розуміти теоретичні основи та геометричні теореми, що стосуються чотирикутників.

Навички:

- Вміння розпізнавати та класифікувати чотирикутники за їхніми властивостями.
- Уміння розв'язувати задачі, що пов'язані з вимірюванням площі та периметру чотирикутників.
- Застосовувати властивості чотирикутників для розв'язання геометричних задач та проблем.

Здібності:

- Розвивати критичне мислення і здатність до аналізу через дослідження і вивчення властивостей чотирикутників.
- Використовувати геометричні моделі і інтерактивні інструменти для візуалізації та розв'язання задач.

Зміст навчального матеріалу

1. Вступ до теми:
 - Визначення чотирикутників та їх класифікація.
 - Основні терміни та поняття: сторони, кути, діагоналі.
2. Типи чотирикутників:
 - Паралелограм: властивості, ознаки, типи (ромб, прямокутник, квадрат).
 - Трапеція: види (паралелограмна, рівнобічна, прямокутна), властивості.
 - Ромб: властивості, ознаки, відмінності від квадрату.
3. Властивості чотирикутників:

Сума внутрішніх кутів.

 - Властивості діагоналей (перетин, довжина, відношення).
 - Площі чотирикутників: формули і методи обчислення.
4. Методи розв'язання задач:

- Розв'язання практичних задач, що включають площу, периметр і властивості чотирикутників.

- Задачі на застосування властивостей чотирикутників у реальних ситуаціях.

5. Геометричні моделі та інтерактивні інструменти:

- Використання моделей і програм для візуалізації чотирикутників.
- Інтерактивні завдання і дослідження в середовищі GeoGebra.

Цей підхід допомагає систематизувати знання та навички учнів, забезпечуючи глибоке розуміння теми і можливість ефективного застосування отриманих знань.

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять у темі «Чотирикутники» включає в себе аналіз чітких і точних формулювань, які дозволяють формувати основи для подальшого вивчення. Ось як можна організувати цей аналіз:

1) Чотирикутник

- Формулювання означення: Чотирикутник – це багатокутник, що має чотири сторони і чотири кути.

- Вид означення: Загальне.

- Характеристична властивість: Наявність чотирьох сторін і чотирьох кутів.

2) Паралелограм

- Формулювання означення: Паралелограм – це чотирикутник, у якого протилежні сторони паралельні.

- Вид означення: Специфічне, оскільки вказується на конкретну властивість.

- Характеристична властивість: Протилежні сторони паралельні.

3) Прямокутник

- Формулювання означення: Прямокутник – це паралелограм, у якого всі кути прямі (по 90 градусів).

- Вид означення: Специфічне, оскільки вказується на конкретну властивість.

- Характеристична властивість: Усі кути прямі.

4) Ромб

- Формулювання означення: Ромб – це паралелограм, у якого всі сторони рівні.

- Вид означення: Специфічне, оскільки вказується на конкретну властивість.

- Характеристична властивість: Усі сторони рівні.

5) Квадрат

- Формулювання означення: Квадрат – це ромб, у якого всі кути прямі (по 90 градусів).

- Вид означення: Специфічне, оскільки вказується на конкретну властивість.

- Характеристична властивість: Усі кути прямі.

6) Трапеція

- Формулювання означення: Трапеція – це чотирикутник, у якого тільки одна пара сторін паралельна.

- Вид означення: Специфічне, оскільки вказується на конкретну властивість.

- Характеристична властивість: Одна пара сторін паралельна.

Логічний аналіз

Загальні властивості чотирикутників: Всі означення, що описують чотирикутники, мають спільну рису – чотири сторони і чотири кути, що є базовим елементом для всіх інших категорій.

Специфічні властивості: Для кожного підтипу чотирикутників виділяються конкретні властивості, які відрізняють їх один від одного:

Паралелограм: протилежні сторони паралельні.

Прямокутник: усі кути прямі.

Ромб: усі сторони рівні.

Квадрат: поєднання властивостей прямокутника і ромба.

Трапеція: одна пара сторін паралельна.

Логічні зв'язки: Всі специфічні типи чотирикутників є підтипами загального поняття «чотирикутник». Наприклад, квадрат є підтипом і прямокутника, і ромба, тому що він має властивості обох.

Цей логіко-математичний аналіз допомагає чітко визначити властивості та відмінності між різними типами чотирикутників, а також встановити ієрархію і взаємозв'язки між поняттями.

Серед ключових задач теми також виділимо ті, в яких сформульовані додаткові факти-властивості чотирикутників та їх елементів, доведення цих задач дає змогу надалі використовувати сформульований у задачі факт для розв'язування інших задач теми.[49]

1.2. Методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії основної школи

Методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії основної школи має на меті забезпечити учнів комплексним розумінням цієї теми, що включає визначення, властивості, класифікацію та застосування чотирикутників. Ця методика повинна сприяти не тільки засвоєнню теоретичних знань, але і розвитку практичних навичок, необхідних для вирішення геометричних задач.

Основний акцент ставиться на поступове введення понять і властивостей чотирикутників, починаючи з базових визначень і переходячи до більш складних тем. Важливо, щоб учні спочатку ознайомилися з поняттям чотирикутника як базового геометричного фігури, який має чотири сторони і чотири кути. На цьому етапі доцільно ввести визначення простих типів чотирикутників, таких як прямокутник, ромб, квадрат і трапеція, а також їхні базові властивості.[3]

Наступний крок передбачає детальніше вивчення кожного типу чотирикутників, включаючи специфічні властивості, які відрізняють один тип від іншого. Наприклад, прямокутник має всі кути прямі, ромб має всі сторони рівні, а квадрат є спеціальним випадком і прямокутника, і ромба. У цьому контексті важливо забезпечити учнів практичними завданнями, які дозволяють їм застосовувати ці властивості для розв'язання задач, таких як обчислення площі і периметру.

Вивчення чотирикутників повинно включати активне використання візуалізацій і геометричних моделей, що допомагає учням краще зрозуміти і запам'ятати властивості кожного типу чотирикутника. Використання програмного забезпечення, такого як GeoGebra, для створення інтерактивних моделей і задач може значно підвищити ефективність навчання. Ці інструменти дозволяють візуалізувати властивості чотирикутників, експериментувати з їхніми формами і властивостями, а також перевіряти гіпотези. [32]

Методика також передбачає регулярне повторення і узагальнення вивченого матеріалу, що допомагає закріпити знання і навички учнів. Варто включати різноманітні види діяльності, такі як групова робота, дискусії та проекти, які сприяють глибшому розумінню теми і розвитку критичного мислення. Уроки мають бути інтерактивними і включати різні види завдань, які сприяють розвитку самостійного мислення і навичок розв'язання проблем.

Таким чином, методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії основної школи повинна бути комплексною, інтерактивною та орієнтованою на розвиток як теоретичних знань, так і практичних навичок учнів. Використання візуальних і інтерактивних інструментів, разом із регулярним повторенням і узагальненням матеріалу, допомагає створити ефективне навчальне середовище, яке підтримує глибоке розуміння і застосування геометричних концепцій. [33]

Успішна методика вивчення основних понять про чотирикутники також передбачає врахування індивідуальних особливостей учнів і адаптацію

підходів до їх потреб і рівня підготовки. Це може включати надання додаткових ресурсів і підтримки для учнів, які потребують більше часу для засвоєння матеріалу, а також забезпечення викликів і розширених завдань для тих, хто швидше опановує тему.

Важливим аспектом є інтеграція знань про чотирикутники з іншими розділами геометрії і математики в цілому. Наприклад, можна показати, як знання про чотирикутники використовується при розв'язанні задач на тригонометрію або в аналізі геометричних фігур у площині. Це допомагає учням зрозуміти практичне застосування вивчених властивостей і їх значення в більш широкому контексті.[4]

Окрім теоретичних і практичних завдань, доцільно включати в навчальний процес проекти і дослідження, які сприяють застосуванню знань в реальних або наближених до реальних ситуаціях. Наприклад, учні можуть створювати моделі або креслення різних типів чотирикутників, аналізувати архітектурні або дизайнерські проекти, що використовують ці фігури, або проводити дослідження, що включають геометричні розрахунки. Це допомагає з'єднати теорію з практикою і покращити мотивацію учнів до навчання.

Для оцінки результатів навчання важливо застосовувати різні форми контролю і оцінювання, такі як тестування, усні відповіді, практичні завдання і проекти. Це дозволяє отримати всебічну картину про рівень знань і навичок учнів, а також надати їм конструктивний зворотний зв'язок для подальшого розвитку.

У процесі навчання слід також звертати увагу на розвиток комунікативних навичок учнів. Спільне вирішення задач, обговорення рішень і колективні проекти допомагають учням краще зрозуміти матеріал. Це не лише полегшує засвоєння геометричних понять, але й готує учнів до роботи в реальному світі.[20]

Таким чином, ефективна методика вивчення чотирикутників повинна бути різноманітною, адаптивною і інтегрованою, забезпечуючи глибоке і

всебічне розуміння теми через теоретичні знання, практичні навички і реальні застосування. Забезпечення інтерактивного і підтримуючого навчального середовища є ключовим для досягнення успіху у навчанні геометрії в основній школі.

1.3. Аналіз навчальних програм та підручників

Аналіз навчальних програм та підручників, які використовуються для вивчення теми чотирикутників у школах 8-11 класів, показує важливість детального підходу до вивчення цієї теми, особливо в контексті класичних підручників для середньої школи.

Навчальні програми:

Програма для 8 класу передбачає вивчення чотирикутників через введення поняття трапеції, паралелограма та інших специфічних типів чотирикутників. Важливими аспектами є вивчення їх властивостей, а також застосування теорем і задач, що включають побудову і розрахунки площі та периметра. Час на вивчення цієї теми зазвичай складає 8 годин, що дозволяє учням зосередитись на детальному освоєнні теоретичного матеріалу та його практичному застосуванні. Очікувані результати включають здатність учнів використовувати властивості чотирикутників у розв'язанні складніших задач, а також розуміння їхнього застосування в реальних ситуаціях [7].

Програма для 9 класу більш детально зосереджена на аналізі чотирикутників, вводить поняття паралелограма та трапеції і розглядає їх властивості через геометричні побудови та доведення. Програмою передбачено інтегрувати знання з інших розділів геометрії, таких як теореми про кути та площі. Учні мають розв'язувати задачі, що вимагають застосування теоретичних знань до реальних ситуацій, зокрема, у задачах на геометричні побудови. Час на вивчення цієї теми становить 10 годин [8].

Аналіз підручників:

Підручник «Математика. 8 клас» (Автор: Мерзляк М.І.) охоплює теми чотирикутників через інтеграцію теоретичних знань з задачами на побудови та обчислення. У ньому чітко визначені основні типи чотирикутників, такі як квадрат, прямокутник, ромб та трапеція, з докладними прикладами задач на їхні властивості та взаємозв'язки. Задачі варіюються від простих до складних, що дозволяє учням поступово освоювати матеріал і розв'язувати геометричні задачі. Пояснення супроводжуються візуальними елементами та графіками, що полегшують сприйняття теорії та практики. У підручнику також представлено численні завдання на обчислення площі та периметру чотирикутників [9].

Підручник «Геометрія. 9 клас» (Автор: Бевз А.Г.) розширює поняття чотирикутників і вводить нові теореми та задачі, що стосуються паралелограмів і трапецій. Важливим елементом є використання інтерактивних завдань і геометричних моделей для вивчення теоретичних аспектів цієї теми. Автори акцентують увагу на важливості використання геометричних програм для візуалізації задач і забезпечення більш ефективного засвоєння матеріалу. Підручник містить завдання різного рівня складності, що допомагають розвивати навички побудови та обчислення, а також застосування теорем у практичних ситуаціях [10].

Підручник «Геометрія. 10 клас» (Автор: Істер О.М.) надає більш глибоке розуміння теми чотирикутників і включає складніші теореми та задачі, що пов'язані з паралелограмами, трапеціями та квадратичними фігурами. Особливу увагу приділено вивченню властивостей цих фігур через використання інтерактивних технологій і візуальних моделей. Підручник має чітку структуру, що дозволяє зручно переходити від однієї теми до іншої, поступово ускладнюючи завдання і підвищуючи рівень математичного мислення учнів [11].

Аналіз навчальних програм і підручників для 7-11 класів показує важливість інтеграції теоретичних знань з практичними вправами, що

дозволяють учням не лише освоїти основи геометрії чотирикутників, але й ефективно застосовувати ці знання на практиці. У підручниках Мерзляка, Бевза, Істера та Тарасенкової акцент зроблено на візуалізації матеріалу, що сприяє кращому розумінню властивостей чотирикутників і їх застосуванню у задачах. Водночас програми для старших класів дозволяють поглиблено вивчити геометрію через розширене використання теорем і задач на побудови та обчислення. Аналіз навчальних програм та підручників показує, що темі чотирикутників приділяється значна увага, зокрема в аспектах визначень, властивостей та практичного застосування. Програми і підручники зазвичай включають різноманітні методи навчання і оцінювання, що дозволяє забезпечити комплексний підхід до вивчення теми. Важливим є також використання візуальних і інтерактивних засобів для покращення розуміння матеріалу.

Аналіз навчальних програм та підручників з теми «Чотирикутники» в курсі геометрії основної школи дозволяє оцінити, як ця тема викладається і які ресурси використовуються для її навчання.

Аналіз навчальних програм і підручників свідчить про те, що темі чотирикутників приділяється значна увага, зокрема в аспектах визначень, властивостей і застосування. Програми та підручники зазвичай використовують різноманітні методи навчання і оцінювання, включаючи інтерактивні і візуальні ресурси. Для подальшого удосконалення навчання може бути корисно інтегрувати сучасні технології і ресурси, такі як інтерактивні програми і платформи, що сприятимуть глибшому розумінню і застосуванню знань про чотирикутники.[16]

1.4. Місце і роль теми «Чотирикутники» в шкільному курсі геометрії

Тема «Чотирикутники» займає ключове місце в шкільному курсі геометрії, оскільки є основою для розуміння більш складних геометричних концепцій і відіграє важливу роль у формуванні просторового мислення учнів. Чотирикутники, як базові геометричні фігури, вводять учнів у світ двовимірної геометрії, надаючи їм фундаментальні знання про властивості і класифікацію фігур з чотирма сторонами. Вивчення чотирикутників охоплює їх визначення, типи, властивості, а також практичні застосування.

Ця тема є важливою як для теоретичного, так і для практичного аспектів геометрії. Розуміння чотирикутників допомагає учням навчитися класифікувати фігури, розраховувати їх площу і периметр, а також розвивати навички вирішення задач, що включають ці фігури. Знання про чотирикутники є необхідним для подальшого вивчення більш складних тем, таких як багатокутники, тригонометрія і аналітична геометрія.

У курсі геометрії тема чотирикутників забезпечує перехід від простих до більш складних понять. Учні починають з вивчення основних видів чотирикутників, таких як прямокутник, ромб, квадрат і трапеція, а потім переходять до більш складних властивостей і теорем, які включають ці фігури. Це допомагає формувати у учнів чітке уявлення про те, як різні властивості фігур пов'язані між собою, і як ці знання можуть бути використані для вирішення практичних задач.[23]

Окрім того, вивчення чотирикутників має значення для розвитку навичок просторового мислення і просторової уяви, які є важливими для розв'язання задач, що потребують візуалізації і моделювання. Знання про чотирикутники часто застосовуються в реальних життєвих ситуаціях, таких як архітектура, дизайн і планування, що підкреслює практичну значимість теми. Таким чином, тема «Чотирикутники» є важливою складовою частиною шкільного курсу геометрії, що забезпечує учням фундаментальні знання і навички, які є основою для подальшого вивчення математики та її застосувань

у різних сферах життя. Вивчення чотирикутників у шкільному курсі геометрії не лише забезпечує теоретичні основи, але й формує практичні навички, що важливі для розв'язання реальних задач. Важливість цієї теми полягає в її здатності інтегрувати знання з різних аспектів математики та розвивати критичне мислення учнів.[18]

Один із ключових аспектів теми чотирикутників – це її роль у розвиванні аналітичних навичок. Учні навчаються використовувати властивості чотирикутників для розв'язання задач, що вимагають аналізу і побудови логічних висновків. Це включає як прості задачі на розрахунок площ і периметрів, так і складніші задачі, що потребують застосування теорем і властивостей для вирішення геометричних проблем.

Вивчення чотирикутників також служить важливим мостом до розуміння більш складних тем геометрії. Наприклад, знання про чотирикутники є передумовою для вивчення багатокутників, де учні застосовують свої знання для вивчення більш складних фігур і властивостей. Розширене розуміння чотирикутників допомагає учням краще зрозуміти концепції в сфері аналітичної геометрії і тригонометрії, оскільки багато задач і теорем в цих областях є прямим наслідком властивостей чотирикутників.

Практична значимість теми чотирикутників проявляється і в реальних життєвих ситуаціях. Знання про чотирикутники є основою для розв'язання задач, пов'язаних з архітектурою, дизайном і плануванням простору. Наприклад, при проектуванні будівель, меблів чи інших об'єктів, що мають форму чотирикутників, знання про їхні властивості є критично важливим. Це підкреслює важливість теми в контексті практичного застосування математики у професійній діяльності. Тема чотирикутників також відіграє важливу роль у розвитку просторового мислення і уяви. Вміння уявити і маніпулювати різними формами чотирикутників, розуміння їх властивостей і можливість застосовувати ці знання в практичних ситуаціях сприяє розвитку важливих навичок, які потрібні не тільки в математиці, але й у багатьох інших галузях. У загальному контексті шкільного курсу геометрії, тема

чотирикутників слугує основою для подальшого вивчення більш складних концепцій, сприяє розвитку критичного мислення і розвиває навички, що є важливими для успішного вирішення задач у різних сферах життя. Це підкреслює її важливість і роль у формуванні міцної основи для математичної освіти учнів.

Тема чотирикутників є однією з ключових складових шкільного курсу геометрії, оскільки вона не лише забезпечує базу для подальшого вивчення геометричних концепцій, але і формує важливі навички, які застосовуються в багатьох аспектах життя і професійної діяльності. Розгляд чотирикутників допомагає учням краще зрозуміти структуру і властивості геометричних фігур, що є основою для розв'язання складніших геометричних і математичних задач.[20]

Один з важливих аспектів цієї теми – це її роль у розвитку логічного мислення та навичок проблемного вирішення. Вивчення чотирикутників включає не лише запам'ятовування властивостей і теорем, але й навчання застосовувати ці знання для вирішення різноманітних задач. Наприклад, учні навчаються використовувати властивості паралелограмів, трапецій і ромбів для розрахунку їх площ, периметрів та інших характеристик, що дозволяє їм застосовувати отримані знання в нових контекстах. Практична значимість теми чотирикутників також виявляється у розв'язанні задач, які зустрічаються у повсякденному житті. Наприклад, при проектуванні та побудові різноманітних об'єктів, таких як кімнати, меблі або навіть садові ландшафти, знання про чотирикутники допомагає в оптимальному використанні простору та ресурсів. Знання властивостей чотирикутників, таких як рівнобічність трапецій або кути паралелограмів, є критично важливим для точних розрахунків і проектування.

Тема чотирикутників також має велике значення для розвитку просторової уяви і вміння працювати з геометричними формами в різних масштабах. Вивчення чотирикутників допомагає учням уявити і зрозуміти, як ці фігури виглядають з різних кутів, як їх можна трансформувати, а також як

взаємодіють різні геометричні властивості. Це навички, які є важливими не лише в математиці, але і в багатьох інших науках і професіях, де точність і розуміння просторових відносин є необхідними. Важливою частиною теми чотирикутників є її інтеграція з іншими темами курсу геометрії. Знання про чотирикутники служить основою для вивчення багатокутників, тригонометрії і аналітичної геометрії, де учні застосовують свої знання для розв'язання складніших задач і побудови математичних моделей. Це забезпечує перехід від базових знань до більш складних концепцій і сприяє глибшому розумінню математики в цілому.[40]

Задача 1: Периметр прямокутника.

Умова: В прямокутнику довжина одна зі сторін дорівнює 6 см, а ширина — 4 см. Знайдіть периметр прямокутника.

Рішення: Периметр прямокутника знаходиться за формулою $P=2 \cdot (a+b)$

$P = 2 \cdot (a + b)$, де a і b — довжини сторін.

Результат: $P=2 \cdot (6+4)=20$ см.

Задача 2: Площа трапеції.

Умова: У трапеції одна з основ дорівнює 10 см, друга основа — 6 см, а висота — 4 см. Знайдіть площу трапеції.

Рішення: Площа трапеції знаходиться за формулою $S=1/2 \cdot (a+b) \cdot h$

Результат: $S=1/2 \cdot (10+6) \cdot 4=32$ см².

Задача 3: Площа паралелограма.

Умова: В паралелограмі одна зі сторін дорівнює 8 см, а висота, опущена на цю сторону, — 5 см. Знайдіть площу паралелограма.

Рішення: Площа паралелограма знаходиться за формулою $S=a \cdot h$

де a — довжина сторони, а h — висота.

Результат: $S=8 \cdot 5=40$ см².

Задача 4: Площа ромба.

Умова: У ромбі одна з його діагоналей дорівнює 12 см, а інша — 9 см. Знайдіть площу ромба.

Рішення: Площа ромба обчислюється за формулою $S=1/2 \cdot d_1 \cdot d_2$

де d_1 d_2 — діагоналі ромба.

Результат: $S = 1/2 \cdot 12 \cdot 9 = 54 \text{ см}^2$.

Задача 5: Визначення кута в трапеції.

Умова: У рівнобедреній трапеції одна з основ дорівнює 10 см, а висота — 6 см. Знайдіть кути при основах.

Рішення: Використовуємо тригонометричні функції або розв'язуємо за допомогою теореми про прямокутний трикутник, що утворюється висотою.

Задача 6: Визначення сторін квадрата за периметром.

Умова: Периметр квадрата дорівнює 36 см. Знайдіть довжину сторони квадрата.

Рішення: Периметр квадрата визначається за формулою $P = 4 \cdot a$, де a — довжина сторони.

Результат: $a = 36/4 = 9 \text{ см}$.

Задача 7: Площа квадрата за стороною.

Умова: Сторона квадрата дорівнює 7 см. Знайдіть площу квадрата.

Рішення: Площа квадрата обчислюється за формулою $S = a^2$, де a — довжина сторони.

Результат: $S = 7^2 = 49 \text{ см}^2$.

Задача 8: Периметр ромба.

Умова: В ромбі довжина сторони дорівнює 6 см. Знайдіть периметр ромба.

Рішення: Периметр ромба знаходиться за формулою $P = 4 \cdot a$, де a — довжина сторони.

Результат: $P = 4 \cdot 6 = 24 \text{ см}$.

Задача 9: Трапеція з визначенням кута нахилу.

Умова: У рівнобедреній трапеції основи дорівнюють 12 см і 6 см, висота — 5 см. Знайдіть кут нахилу бічної сторони до основи.

Рішення: Використовуємо тригонометричні функції для обчислення кута нахилу.

Задача 10: Сума кутів чотирикутника.

Умова: Відомо, що два кути чотирикутника дорівнюють 90° і 120° .
Знайдіть два інших кути чотирикутника.

Рішення: Відомо, що сума всіх кутів чотирикутника дорівнює 360° . Тому сума двох невідомих кутів буде $360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$

Якщо ці кути рівні, кожен з них буде $150^\circ / 2 = 75^\circ$

Результат: Кути дорівнюють по 75° .

Таким чином, тема чотирикутників відіграє центральну роль у шкільному курсі геометрії. Вона формує основи для подальшого вивчення геометрії і математики в цілому, розвиває важливі навички, які є корисними в повсякденному житті і професійній діяльності, і сприяє розвитку критичного та просторового мислення. Ця тема забезпечує учням знання і навички, які є необхідними для успішного вирішення задач і досягнення успіху в різних аспектах математики та науки.[26]

Висновки до розділу 1

Аналіз навчальної теми «Чотирикутники» показує, що вона має важливе місце в шкільному курсі геометрії. Логіко-математичний аналіз вказує на систематичність та поступовість у введенні понять чотирикутників, що забезпечує розвиток учнів від базового розуміння до більш складних геометричних концепцій. Зокрема, чотирикутники охоплюють різноманітні підкласи фігур, включаючи паралелограми, трапеції, ромби та квадрати, кожен з яких має свої характерні властивості та формальні визначення. Це дозволяє учням побудувати міцну основу для вивчення багатокутників та інших фігур.

Методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії спрямована на поступове ознайомлення з їхніми властивостями через вирішення задач, побудову фігур і використання графічних моделей. Важливим є практичне застосування цих понять через задачі на побудову, обчислення площ і периметрів, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу.

Аналіз навчальних програм та підручників свідчить про те, що тема чотирикутників займає значне місце у вивченні геометрії основної школи. У навчальних програмах передбачено достатню кількість годин для ґрунтовного опанування цієї теми, з акцентом на розумінні властивостей чотирикутників, їх застосуванні в розв'язанні задач і побудові моделей. Підручники забезпечують різноманітність задач і практичних вправ, що стимулюють аналітичне мислення учнів та підкріплюють теоретичний матеріал практичними прикладами.

РОЗДІЛ 2. МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA ДЛЯ РОЗРОБКИ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЧОТИРИКУТНИКІВ.

2.1. Програма GeoGebra та її можливості та інструменти

Цифрові технології стали невід'ємною частиною нашого суспільства, і їх революційний розвиток радикально змінює характер професійної діяльності, висуваючи нові вимоги до працівників. Це, в свою чергу, потребує переосмислення освітніх систем. Технології надають нові можливості для викладання і навчання, які вимагають переосмислення освітніх парадигм та стратегій. Постає питання, якою має бути освіта, щоб підготувати майбутні покоління до професій, які ще не існують. Швидкий розвиток цифрових технологій відкриває нові можливості, які раніше не були уявлені. Досягнення в сфері цифрових технологій мають значний вплив на навчання математики. Інструменти, такі як електронні таблиці, системи комп'ютерної алгебри (CAS) та системи динамічної геометрії (DGS), дозволяють вчителям і учням досліджувати математичні об'єкти за допомогою різних моделей.

Саме процес дослідження на уроках математики сприяє формуванню логічної складової математичної компетентності учнів, що є важливою частиною навчального процесу. Геометрії приділяється значна увага у шкільних програмах багатьох країн, тому розроблені різні геометричні пакети, такі як Cabri Géomètre (Франція), Sketchpad Geometer (США), Geometry Inventor (Ізраїль) та Thales (Австрія). Наявність таких геометричних пакетів у класі, зокрема систем динамічної геометрії (DGS), і можливість створювати динамічні комп'ютерні моделі математичних об'єктів дозволяє не лише розв'язувати задачі, а й організовувати евристичне навчання, розвивати вміння встановлювати логічні зв'язки та закономірності, а також робити висновки з отриманих результатів.[29]

Пакети систем динамічної геометрії (DGS), згадані вище, представляють собою відносно новий тип програмного забезпечення. Вони надають користувачам можливість створювати базові геометричні об'єкти, такі як точки, сегменти, лінії, промені, вектори, кола і дуги, які можуть бути використані для побудови складніших геометричних конструкцій. За допомогою таких програм користувачі можуть виконувати різноманітні перетворення, включаючи перенесення, зсув, розтягнення, стискання і поворот, а також побудову прямого кута, кола, середини відрізка, бісектрис, паралельних і перпендикулярних ліній.

Також можливе вимірювання довжини сегментів, величини кутів, площі багатокутників, довжини кругів і координат точок. Однією з унікальних функцій є можливість динамічного зміщення точок по екрану, що автоматично коригує всі залежні об'єкти і вимірювання, що дозволяє активно використовувати завдання на дослідження. Це сприяє розвитку критичного мислення учнів, їхньої здатності до просторового та логічного мислення, а також до встановлення логічних зв'язків і закономірностей.

Одним з таких програмних продуктів є система динамічної геометрії GeoGebra, започаткована у 2002 році. Нині GeoGebra є міжнародним проектом з відкритим кодом, що активно розвивається завдяки команді розробників і перекладачів. GeoGebra є безкоштовним освітнім програмним продуктом, який поєднує в собі динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику, і призначений для використання в середніх та вищих навчальних закладах. Остання версія GeoGebra пропонує кілька інтегрованих способів представлення математичних об'єктів, включаючи графічне, алгебраїчне та табличне подання, а також містить систему комп'ютерної алгебри (CAS). Незважаючи на розширення функціональних можливостей програми, інтерфейс GeoGebra залишається простим і інтуїтивно зрозумілим, що є ключовим принципом її подальшого розвитку.

Програма GeoGebra надає можливість змінювати параметри моделей, що дозволяє вчителям демонструвати на уроках, як з паралелограма можна

перетворити його в ромб і прямокутник, а з цих фігур – отримати квадрат. Наприклад, можна побудувати довільний паралелограм у GeoGebra, а завдяки динамічним можливостям програми перенести сторону ВС так, щоб усі сторони чотирикутника стали рівними. В результаті цього перетворення отримаємо ромб, де всі сторони і протилежні кути рівні. Далі легко продемонструвати, що ромб з прямими кутами є квадратом.[44]

У процесі навчання математики система GeoGebra використовується для візуалізації математичних об'єктів та виразів, ілюстрації методів побудови, а також як середовище для моделювання і емпіричного дослідження властивостей об'єктів. Вона служить інструментально-вимірювальним комплексом, що забезпечує набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єктів та вимірювання їх параметрів. GeoGebra дозволяє візуалізувати досліджувані об'єкти, демонструвати їх властивості, уникати рутинних завдань, пов'язаних із створенням допоміжних зображень, і представляти навчальний матеріал у вигляді статичних і динамічних зображень, графіків, схем та таблиць. Це включає ілюстрації для підвищення інтересу учнів, візуальний супровід пояснень і демонстрацію прикладів застосування знань у реальному житті. Використання GeoGebra на практичних заняттях розширює коло навчальних завдань, включаючи нестандартні дослідницькі та оптимізаційні задачі.

Перевага використання GeoGebra полягає в тому, що учні мають можливість безпосередньо спостерігати результати змін і самостійно виконувати різні перетворення, досліджуючи, як зміна одних параметрів впливає на інші. Це стимулює активний розвиток їх мислення. Завдання на дослідження, навіть найпростіші, не лише сприяють кращому засвоєнню матеріалу, але й допомагають учням розвивати навички логічного мислення, встановлювати логічні зв'язки і закономірності.

GeoGebra є не лише ефективним інструментом для організації та підтримки навчально-пізнавальної діяльності, включаючи навчальні дослідження, але й сприяє підвищенню рівня засвоєння навчального

матеріалу, формуванню пізнавальної активності учнів і розвитку їхнього мислення. Використання програми на уроках допомагає розвивати дослідницькі уміння і логічну складову математичної компетентності. Функціональні можливості GeoGebra та її потужна веб-підтримка дозволяють ефективно застосовувати програму для вивчення більшості тем шкільного курсу математики.[24]

Аналіз системи GeoGebra та її можливостей при вивченні чотирикутників показує, що ця програма є надзвичайно корисним інструментом для освітнього процесу. GeoGebra дозволяє створювати та досліджувати різні геометричні об'єкти, включаючи чотирикутники, з високою точністю і наочністю. Завдяки інтерактивному середовищу, учні можуть активно взаємодіяти з моделями чотирикутників, проводячи різноманітні перетворення, такі як перенесення, зсув, обертання і зміна розмірів. Це дозволяє наочно демонструвати властивості і взаємозв'язки між різними типами чотирикутників, такими як паралелограми, ромби, прямокутники і квадрати.

Система GeoGebra забезпечує можливість динамічного дослідження, де учні можуть змінювати параметри моделей і спостерігати, як ці зміни впливають на властивості чотирикутників. Наприклад, учні можуть перетворити паралелограм в ромб або прямокутник, а з останніх — отримати квадрат, що дозволяє на практиці зрозуміти, як взаємодіють властивості різних чотирикутників. Важливою особливістю є те, що програма дозволяє змінювати розміри та кути чотирикутників у реальному часі, що сприяє глибшому розумінню геометричних концепцій.

GeoGebra також підтримує вимірювання різних параметрів чотирикутників, таких як довжина сторін, величина кутів і площа. Це допомагає учням практично застосовувати теоретичні знання і перевіряти свої розрахунки. Крім того, система дозволяє створювати і аналізувати графіки, що демонструють математичні закономірності, і використовувати табличні дані для детального вивчення властивостей чотирикутників.

Використання GeoGebra у навчанні чотирикутників також забезпечує можливість проведення досліджень і розв'язання задач, що сприяє розвитку критичного і логічного мислення учнів. Це дозволяє їм не лише засвоювати теоретичні знання, але й застосовувати їх на практиці, що робить навчання більш ефективним і захоплюючим. Загалом, система GeoGebra є потужним інструментом, який сприяє глибшому розумінню і дослідженню чотирикутників у шкільному курсі математики.

Продовжуючи аналіз системи GeoGebra та її можливостей у вивченні чотирикутників, варто зазначити, що програма забезпечує безліч функцій, які сприяють поглибленому освоєнню геометричних понять. GeoGebra дозволяє створювати динамічні моделі, які можна використовувати для вивчення властивостей чотирикутників в інтерактивному режимі. Це включає можливість маніпулювати вершинами фігур, що дозволяє спостерігати, як змінюються їх характеристики, такі як довжини сторін і кути, у відповідь на зміни в конструкціях.

Зокрема, GeoGebra надає інструменти для конструювання чотирикутників з заданими властивостями і для перевірки теоретичних тверджень. Наприклад, учні можуть використовувати програми для побудови різних видів чотирикутників, таких як паралелограми, ромби і прямокутники, а також для перевірки властивостей цих фігур, таких як рівність протилежних сторін і кутів, паралельність і перпендикулярність сторін.

Завдяки можливостям GeoGebra, учні можуть виконувати розширені дослідження, які допомагають виявити і перевірити закономірності і властивості чотирикутників. Наприклад, можна досліджувати, як властивості чотирикутника змінюються при перетвореннях, таких як симетрія і трансформація, що забезпечує глибше розуміння понять. Це дозволяє проводити дослідження на рівні, який би був важким для досягнення без використання динамічних геометричних інструментів.

Крім того, GeoGebra включає функції для візуалізації і аналізу результатів, такі як графічні зображення, числові дані і статистичні показники.

Це дозволяє учням краще розуміти складні геометричні концепції і здійснювати порівняння результатів. Використання системи також допомагає в організації навчального процесу, оскільки вона пропонує інтерактивні вправи і завдання, що сприяють активному навчанні і залученню учнів до процесу.

Важливим аспектом є також можливість використання GeoGebra для створення власних навчальних матеріалів і ресурсів. Учителі можуть розробляти спеціалізовані моделі і завдання для учнів, адаптуючи їх до конкретних навчальних цілей. Це підвищує ефективність навчання і дозволяє краще відповідати на індивідуальні потреби учнів.[47]

В загальному, система GeoGebra є потужним інструментом для вивчення чотирикутників, що надає учням можливість активно досліджувати геометричні об'єкти і властивості, сприяє глибшому розумінню матеріалу і розвитку важливих навичок критичного мислення та проблемного вирішення.

2.2. Застосування програми GeoGebra на уроках математики

STEM-підхід активно розвивається в освітній сфері, і Сполучені Штати Америки є одним з лідерів у цьому напрямку. Багато країн слідом за США підтримали ініціативу розвитку STEM-освіти. На сьогоднішній день навчальні заклади Франції, Великої Британії, Австралії, Ізраїлю, Китаю та Сінгапуру пропонують сертифіковані державні програми в науково-технічній сфері та готують STEM-фахівців. Зокрема, Сінгапур досяг значних економічних успіхів завдяки залученню молодих, креативно мислячих та талановитих людей до державних структур, відповідальних за економічну політику.

STEM-освіта сприяла успіху таких відомих особистостей, як Білл Гейтс, Ілон Маск, Стівен Хокінг, Тім Бернерс-Лі, Корнелія Баргманн, Пітер Хігс, Юрій Ізотов, Джеймс Дьюї Уотсон, Марк Цукерберг та Мічіо Кайку. Останні десятиліття мобільні пристрої, такі як смартфони та планшети, а також додатки для них, стали невід'ємною частиною життя вчителів та учнів по

всьому світу. Ці гаджети значно змінили способи комунікації, розширили можливості пошуку інформації та навчання.

Моніторинг реформи НУШ виявив, що інтерес учнів до математики зменшується з кожним роком. Так, у 2 класі математика була улюбленим предметом для 53,3% учнів, але в 3 класі цей показник знизився до 33,5%, а в 5 класі лише 19,3%. Щоб знову пробудити у дітей любов до математики, необхідно створити відповідне освітнє середовище, яке враховує вікові особливості та сучасні вимоги. В цьому контексті динамічне середовище програми GeoGebra може стати важливим інструментом. GeoGebra постійно оновлюється і стає все потужнішим, допомагаючи формувати практичні навички та мотивувати учнів до навчання.

В Європі, Америці, Канаді та інших країнах відмовляються від традиційних методів навчання, де вчитель просто викладає матеріал біля дошки, і переходять до демократичного навчання, де педагог виступає як партнер, наставник і новатор. Учитель-новатор приносить нові ідеї в освітню діяльність, що важливо для навчання в інформаційному суспільстві, яке активно використовує сучасні девайси, такі як телефони, планшети та смартфони.[39]

У цьому контексті методичні особливості GeoGebra набувають великої актуальності. Програма дозволяє використовувати її як у школі, так і вдома, що забезпечує швидке і ефективне опанування математичних знань, підвищення запам'ятовування матеріалу, а також вивчення математики через діяльнісний та евристичний підходи. Вона дозволяє організувати проєктну роботу, постановку творчих завдань і наочну демонстрацію сучасних технологій для моделювання та візуалізації математичних понять.

GeoGebra отримала кілька освітніх нагород у Європі та США і адаптована для україномовних користувачів. Програму постійно вдосконалюють розробники в тісній співпраці з комерційними і некомерційними організаціями по всьому світу, підтримуючи STEM-освіту та інновації у навчанні.

Основні переваги GeoGebra включають: безкоштовність програмного забезпечення для навчання, викладання та оцінювання; повністю інтерактивний і простий у використанні інтерфейс з потужними функціями; доступ до постійно оновлюваного ресурсу на офіційному сайті; підтримка багатьох мов; та можливість наочно побачити, відчувати і зрозуміти математику та природничі науки. Програма доступна як онлайн, так і для завантаження на комп'ютери, а також має додатки для смартфонів, зокрема: «Графічний Калькулятор GeoGebra», «GeoGebra Геометрія», «GeoGebra СКА Калькулятор», «Науковий Калькулятор GeoGebra», «GeoGebra Класична» і «3D Графіка GeoGebra». Завдяки функціям доповненої реальності користувачі можуть розміщувати математичні об'єкти на будь-якій поверхні і оглядати їх з різних ракурсів, що сприяє розвитку просторової уяви та полегшує сприйняття навчального матеріалу. GeoGebra забезпечує зручний і інтуїтивно зрозумілий графічний інтерфейс, підтримує операційні системи Windows, Linux і MacOS, дозволяє створювати автономні моделі, електронні конспекти та групи. Це активізує навчально-пізнавальну діяльність учнів у процесі навчання математики. Матеріал подається логічно структурованим і з елементами інфографіки, що полегшує його сприйняття і опрацювання. GeoGebra є сучасним і цікавим інтерактивним середовищем, заснованим на принципах динамічної геометрії та комп'ютерної алгебри, що дозволяє створювати творчі, динамічні моделі математики, поєднуючи варіювання, експеримент, конструювання та моделювання, що робить навчання математики більш креативним і захоплюючим.

Авторська трансформація та комплексний STEM-підхід до використання хмарного середовища GeoGebra для вивчення теми «Чотирикутники» для 8 класу може бути реалізована у вигляді кількох етапів. Перша сторінка включає мотивацію, представлену у вигляді інфографіки про значення чотирикутників у реальному житті. На другій сторінці проводиться актуалізація знань з теми «Трикутники», використовуючи GeoGebra для повторення визначень, елементів, видів трикутників, периметру, суми кутів та

інших аспектів. Третя сторінка присвячена вивченню нової теми «Чотирикутники»; тут додається ще одна точка на зображенні, з'єднуються точки, а також робляться висновки щодо означення, елементів, властивостей та ознак чотирикутників. Четверта сторінка зосереджена на класифікації видів чотирикутників за допомогою головоломки «Танграм» та її різновидів. П'ята сторінка призначена для узагальнення видів чотирикутників за схемою та діаграмою Ейлера-Венна. Шоста, сьома і восьма сторінки відведені для детального дослідження елементів чотирикутника та їхніх властивостей. Дев'ята сторінка фокусується на вивченні паралелограмів і дослідженні властивостей їх елементів.

З метою створення комфортних умов для навчання та мотивації учнів використовуються аплети головоломки «Танграм», створені в середовищі GeoGebra. Ця гра стимулює критичне мислення та має різноманітні можливості застосування: від складання фігур до розташування їх на координатній площині, розподілу на рівні і рівновеликі фігури, а також вивчення частин числа і відсотків. Ресурс надає користувачам GeoGebra доступ до постійно оновлюваної бази науково-методичних і дидактичних матеріалів, форуму для обміну досвідом серед учнів, студентів, учителів та інших освітян, а також останніх новин про заходи і події в глобальній спільноті користувачів GeoGebra.

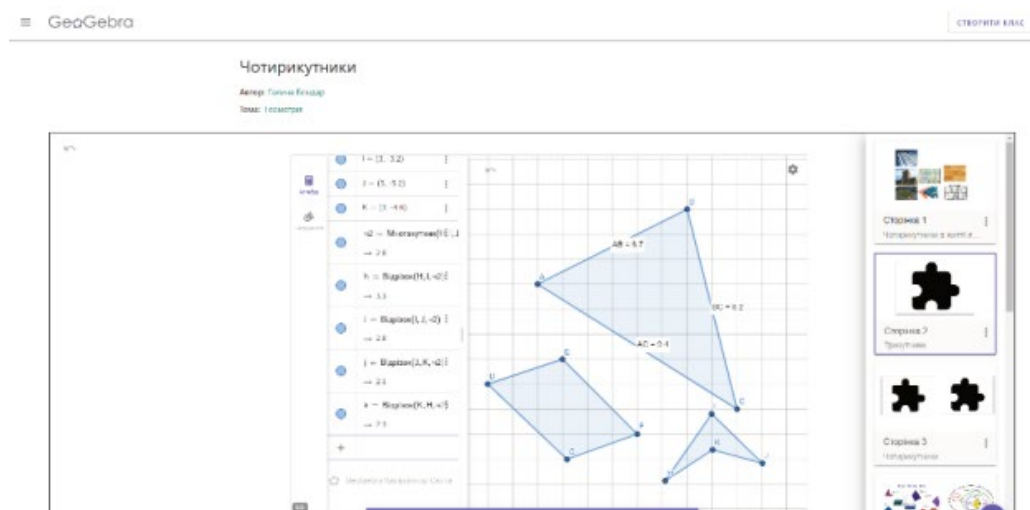


Рис.1.1. Електронний конспект уроку з елементами дослідження

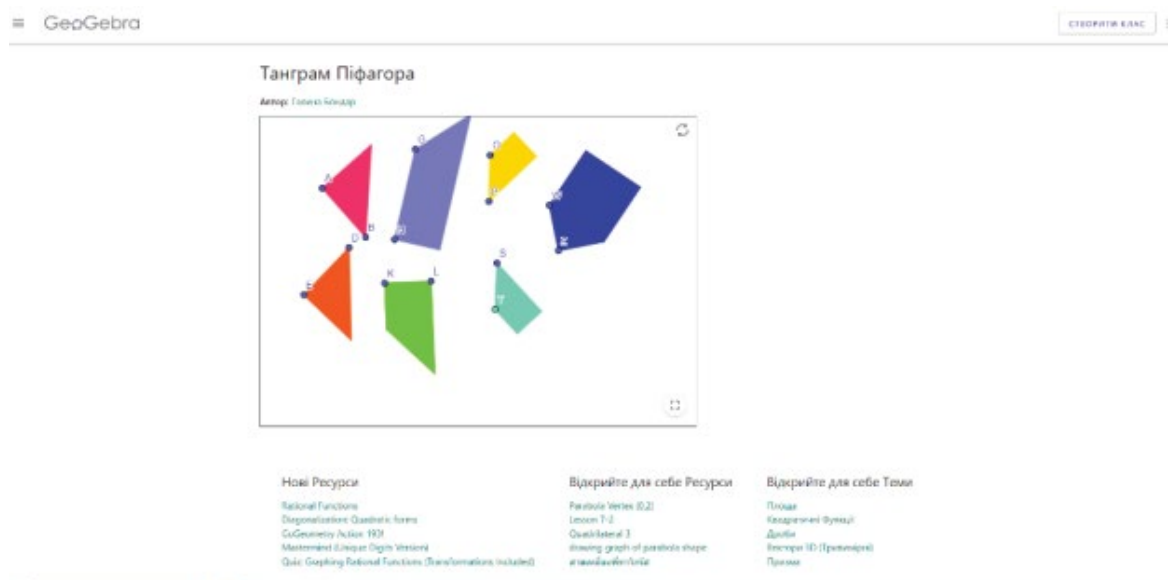


Рис.1.2. Танграм-розробки в середовищі GeoGebra

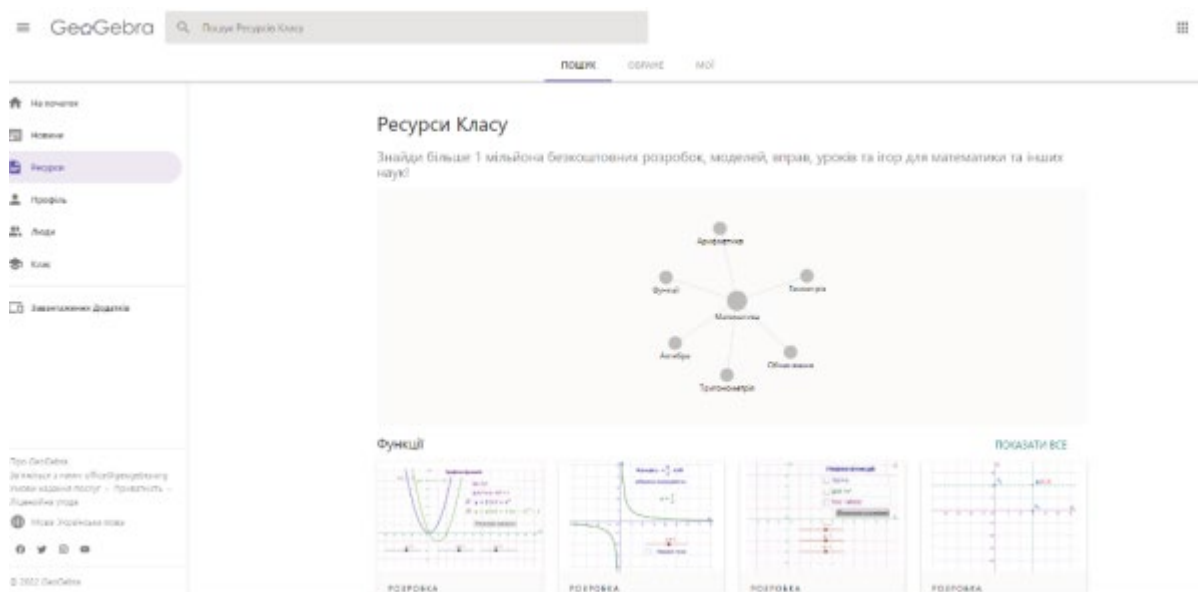


Рис.1.3. Науково-методичні та дидактичні матеріали ресурсу

Використання на уроках середовищ динамічної математики, таких як GeoGebra, змінює традиційні методики викладання, дозволяючи підвищити інтерес учнів до предмету, тобто сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу.

Уроки математики, що включають елементи STEM-освіти, не тільки сприяють розвитку і підтримці інтересу до предмета, але й пробуджують бажання вивчати математику, отримувати нові знання та розвивати особистісні якості. Вони допомагають учням виявляти ключові аспекти проблем, формувати навички аналізу, синтезу, порівняння, аналогії та

класифікації. Використання GeoGebra на таких уроках дозволяє учасникам освітнього процесу активно досліджувати і експериментувати, обговорювати ідеї, здійснювати обчислення і доводити математичні факти. GeoGebra надає можливість створювати високоякісні графічні зображення математичних об'єктів, таких як графіки функцій і рівнянь, геометричні фігури та формули, які можна зберігати у різних графічних форматах (наприклад, png, svg). Ці зображення можуть бути використані для створення мультимедійних презентацій або як дидактичний матеріал для дистанційного навчання.

Основною перевагою GeoGebra є те, що програма об'єднує різноманітні функціональні можливості та інструменти, які особливо корисні в процесі вивчення математики в загальноосвітніх закладах. Крім того, її різноплановий інструментарій може бути також використаний вчителями інших предметів. Створення динамічних моделей чотирикутників в системі GeoGebra є важливим аспектом реалізації завдань STEM-освіти, сприяючи формуванню мотивуючого та розвиваючого математичного середовища. STEM-освіта акцентує увагу на інтеграції науки, технологій, інженерії та математики, що сприяє комплексному підходу до навчання та розвитку критичних і креативних навичок у учнів. GeoGebra, як інструмент для динамічної геометрії, є ідеальним засобом для досягнення цих цілей.

Використання GeoGebra для створення динамічних моделей чотирикутників дозволяє учням безпосередньо взаємодіяти з геометричними об'єктами, що забезпечує глибше розуміння їх властивостей і взаємозв'язків. Наприклад, учні можуть маніпулювати вершинами чотирикутників, щоб дослідити, як змінюються їх характеристики при різних перетвореннях, таких як обертання, перенесення або зміна розміру. Це забезпечує можливість для проведення практичних досліджень, які є ключовими елементами STEM-освіти.

Динамічні моделі в GeoGebra дозволяють учням експериментувати з різними типами чотирикутників, такими як паралелограми, ромби, прямокутники і квадрати, в реальному часі. Це не лише допомагає у вивченні

теоретичних аспектів геометрії, але й стимулює розвиток критичного мислення, креативності і здатності до вирішення проблем. Учні можуть самостійно досліджувати властивості чотирикутників, формувати гіпотези і перевіряти їх, що є важливими компонентами STEM-навчання.

Система GeoGebra також сприяє створенню мотивуючого навчального середовища, завдяки інтерактивним і візуально привабливим моделям. Візуалізація і динамічне дослідження геометричних об'єктів роблять навчання більш захоплюючим і цікавим для учнів, що підвищує їхню мотивацію до вивчення математики. Доступність інтерактивних інструментів дозволяє вчителям створювати різноманітні завдання і вправи, що відповідають індивідуальним потребам учнів і сприяють їхньому активному залученню в навчальний процес.

Важливою перевагою використання GeoGebra є також можливість інтеграції з іншими STEM-дисциплінами. Наприклад, учні можуть використовувати результати своїх досліджень у математиці для розв'язання інженерних або наукових задач, що сприяє розвитку міждисциплінарного підходу і практичних навичок. Це допомагає учням зрозуміти, як математичні концепції застосовуються в реальному світі і як вони пов'язані з іншими науковими дисциплінами.[46]

Таким чином, створення динамічних моделей чотирикутників в системі GeoGebra є ефективним способом реалізації завдань STEM-освіти, що забезпечує формування мотивуючого і розвиваючого математичного середовища. Це не тільки допомагає учням краще розуміти геометричні концепції, але й сприяє розвитку важливих навичок для майбутнього навчання і професійної діяльності.

Висновки до розділу 2

Аналіз використання GeoGebra у вивченні чотирикутників свідчить про її значний потенціал у покращенні математичної освіти. Інтерактивні можливості програми дозволяють створювати динамічні моделі, експериментувати з фігурами й спостерігати зміни в реальному часі, що сприяє кращому розумінню властивостей та взаємозв'язків у геометрії.

GeoGebra демонструє яскраву інтеграцію теорії з практикою, відповідаючи завданням STEM-освіти. Вона розвиває проблемне мислення, підвищує інтерес до предмета і підтримує активне залучення учнів через експерименти та дослідження. Динамічні моделі стимулюють засвоєння матеріалу й формування навичок, корисних у навчанні та реальному житті.

Ефективність GeoGebra особливо помітна в умовах дистанційного й індивідуального навчання. Вона забезпечує інтерактивність, швидкий зворотний зв'язок і доступність навчальних матеріалів, що підвищує мотивацію та покращує результати навчання. Таким чином, GeoGebra підтверджує свою роль як універсального інструменту для сучасної освіти, здатного підтримувати високий рівень знань і зацікавленості учнів.

РОЗДІЛ 3. ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA ПРИ ВИВЧЕННІ ЧОТИРИКУТНИКІВ, ЯК ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВИТКУ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ

3.1. Створення динамічних моделей чотирикутників в системі GeoGebra як реалізація завдань STEM – освіти для формування мотивуючого та розвиваючого математичного середовища

Створення динамічних моделей чотирикутників у GeoGebra є інноваційним підходом до реалізації завдань STEM-освіти, спрямованих на формування мотивуючого та розвиваючого математичного середовища. GeoGebra, як інтерактивне програмне середовище, дозволяє учням візуально досліджувати властивості чотирикутників (квадратів, прямокутників, ромбів, трапецій тощо) через їх моделювання, маніпулювання параметрами та аналіз результатів. Цей підхід сприяє глибшому розумінню геометричних понять, адже учні можуть експериментувати з фігурами у реальному часі, змінюючи кути, сторони, діагоналі або пропорції, щоб побачити, як ці параметри впливають на форму і властивості чотирикутника. Така можливість активно залучає учнів до процесу навчання, дозволяючи їм самостійно робити висновки і формулювати закономірності, що підвищує мотивацію до вивчення математики.

GeoGebra в STEM-освіті поєднує в собі як науку, так і технології, сприяючи розвитку навичок критичного мислення та математичного моделювання. Наприклад, вивчаючи умови паралельності сторін у трапеції чи властивості діагоналей у ромбі, учні можуть створювати змінні для сторін і кутів, бачити залежності між ними та аналізувати візуалізації наочно, що покращує як інтуїцію, так і технічне розуміння геометрії. Крім того, можливість створення динамічних моделей у GeoGebra надає простір для інтеграції з іншими предметами, такими як фізика чи інформатика, де геометричні форми можуть мати практичне застосування, наприклад, для

вивчення симетрії, рівноваги або стійкості конструкцій. В рамках STEM-освіти це розвиває уявлення про взаємозв'язок між абстрактною математикою і її реальним застосуванням.

Моделювання чотирикутників у GeoGebra стає особливо актуальним у дистанційному або змішаному навчанні, де вчителі можуть створювати інтерактивні завдання та надсилати їх учням для самостійного дослідження. Це формує навички самостійної роботи, а також розвиває здатність аналізувати та синтезувати інформацію, підвищуючи рівень засвоєння матеріалу. Завдяки таким підходам GeoGebra не лише сприяє розвитку математичних знань, але й допомагає в інтеграції з іншими сферами знань, тим самим реалізуючи ключові завдання STEM-освіти і створюючи середовище, яке мотивує учнів до досліджень та відкриттів.

GeoGebra в контексті STEM-освіти підвищує мотивацію учнів і формує навички роботи з математичними моделями та програмами. Створення моделей чотирикутників дозволяє учням досліджувати вплив змін у параметрах на результат, що сприяє глибшому розумінню геометричних зв'язків. Використання GeoGebra також інтегрує знання з різних предметів, допомагаючи розвивати алгоритмічне мислення та навички програмування. Учні можуть створювати динамічні анімації фігур, що покращує їх комунікаційні навички.

В дистанційному навчанні GeoGebra дозволяє створювати інтерактивні завдання, що сприяє самостійній роботі учнів, допомагаючи їм виправляти помилки та спостерігати закономірності. Це робить навчання більш гнучким і доступним, даючи учням можливість працювати в зручний час і на власному рівні. Інтерактивність GeoGebra сприяє формуванню самостійного стилю навчання та розвитку самодисципліни.

GeoGebra надає можливості для глибшого вивчення складних математичних задач, зокрема дослідження властивостей фігур у взаємодії між собою. Створюючи динамічні моделі чотирикутників, учні можуть бачити, як фігури взаємодіють, як змінюються пропорції та які властивості залишаються

незмінними. Це сприяє розвитку просторового мислення, адже візуалізація моделей полегшує сприйняття тривимірних об'єктів. Такі підходи допомагають учням краще розуміти математику як частину реального світу, де просторові взаємозв'язки важливі для науки та техніки.

Для прикладу розглянемо алгоритми побудови чотирикутників окремих видів:

1. Побудова паралелограма:

- 1) Будуємо відрізки AB і BC , що не лежать на одній прямій.
- 2) Через точку A проводимо пряму, паралельну BC , а через точку C — пряму, паралельну AB , і знаходимо точку D їх перетину.
- 3) За допомогою інструмента "Многокутник" будуємо паралелограм $ABCD$, а зайві елементи приховуємо.

Якщо для створення відрізків AB і BC використати повзунки a і b , то довжини сторін паралелограма можна змінювати, що дозволить перетворити паралелограм у ромб. Якщо створити повзунок α для кута і побудувати кут $ABC = \alpha$, то величину кута паралелограма можна змінювати повзунком, що дозволить перетворити паралелограм у прямокутник.

Таким чином, одержуємо універсальну модель, яка дозволяє встановити зв'язок між паралелограмом, прямокутником і ромбом. Якщо провести діагоналі, то така модель допоможе встановити властивості сторін, кутів та діагоналей цих фігур, зокрема ознаки паралелограма, ромба, квадрата.

2. Побудова трапеції:

- 1) Будуємо відрізки AB і BC , що не лежать на одній прямій.
- 2) Через точку A проводимо пряму, паралельну BC .
- 3) На прямій BC вибираємо довільну точку D . За допомогою інструмента "Многокутник" будуємо трапецію $ABCD$, а зайві елементи приховуємо.

Якщо створити повзунок α для кута і побудувати кут $ABC = \alpha$, то величину кута трапеції можна змінювати повзунком, що дозволить перетворити трапецію у прямокутну.

Для побудови рівнобічної трапеції краще використати осьову симетрію:

- Проводимо вертикальну пряму і вибираємо в одній півплощині точки А та В.
- Будуємо точки А' і В', симетричні точкам А і В, та перейменовуємо їх на D і C відповідно.
- За допомогою інструмента "Многокутник" будуємо трапецію ABCD, а зайві елементи приховуємо.

3. Побудова визначних ліній у трапеції:

- 1) Через точку перетину діагоналей проводимо пряму, паралельну основам.
- 2) Знаходимо точки перетину цієї прямої з бічними сторонами O і P.

Виявляється, що $OP = \frac{2ab}{a+b}$ (середнє гармонічне основ трапеції).

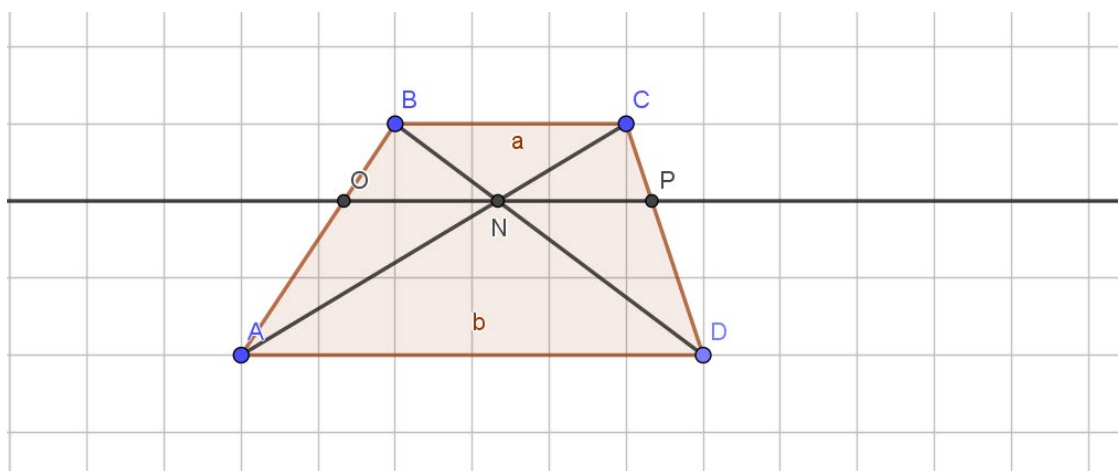


Рис.2.1.

Побудуємо пряму LM, паралельну до основ, яка поділяє трапецію на дві подібні. Оскільки $LM = \sqrt{ab}$, то скористаємося середнім пропорційним у прямокутному трикутнику.

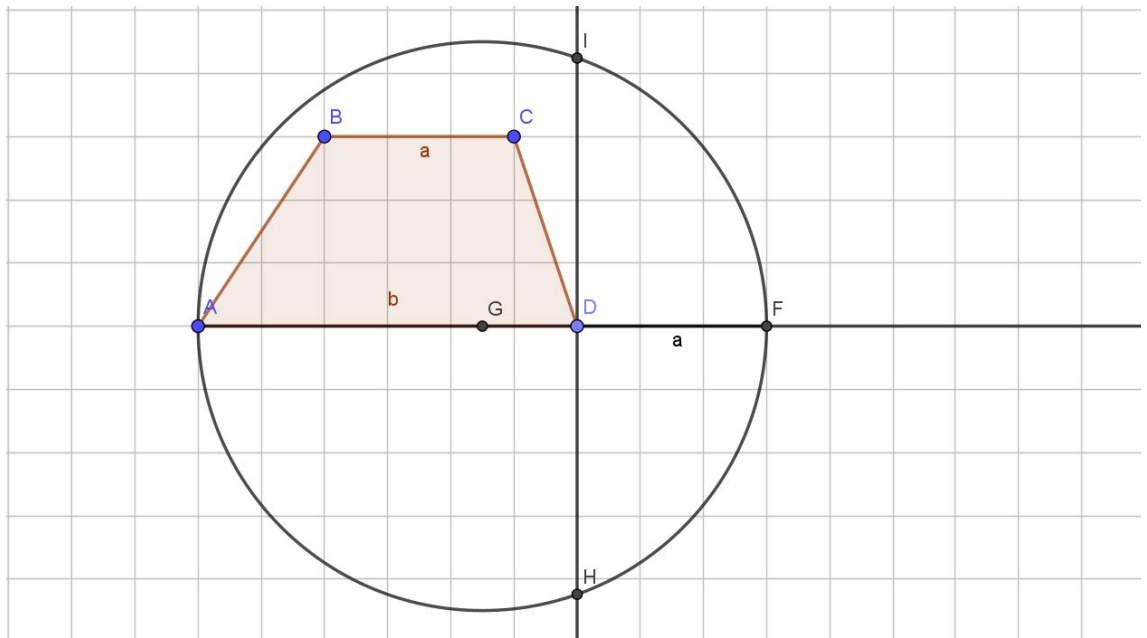


Рис.2.2.

Побудуємо промінь AD. Від точки D на ньому відкладемо відрізок $DF = a$. Побудуємо на відрізку AF коло, як на діаметрі, і через точку D проведемо перпендикуляр до AD. Тоді відрізок $DH = \sqrt{ab}$.

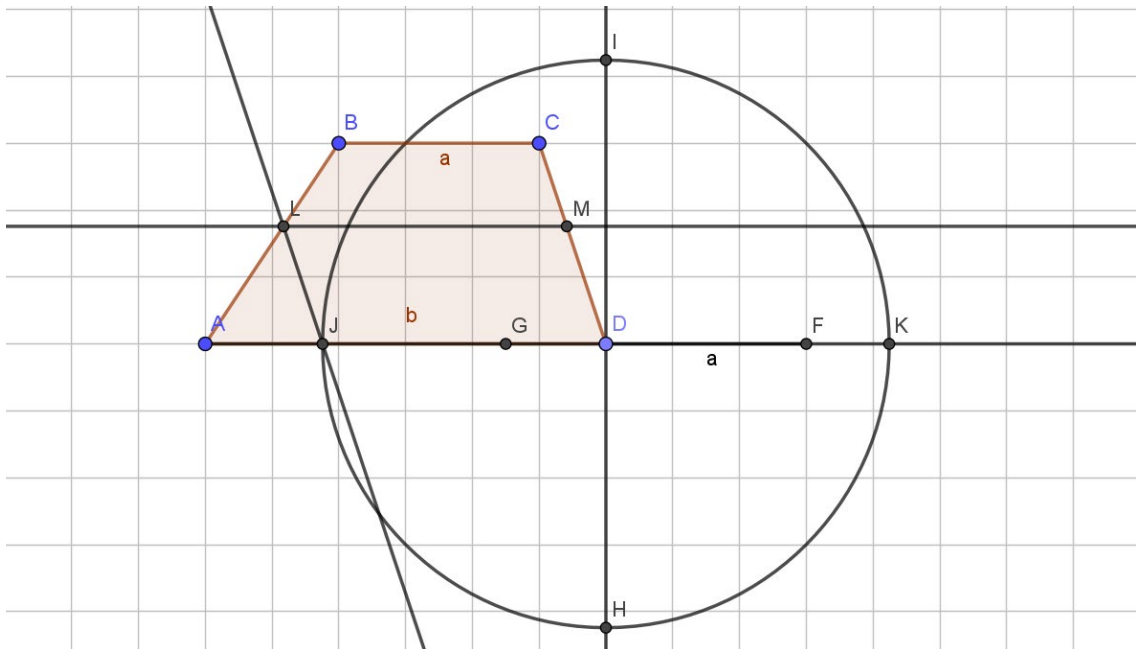


Рис.2.3.

Перенесемо відрізок DH на основу AD. Для цього побудуємо коло з центром у точці D і радіусом DH, яке перетинає основу AD у точці J. Через цю точку проведемо пряму, паралельну до сторони CD, яка перетинає сторону AD

у точці L. Через точку L проводимо пряму, паралельну до основ, яка перетинає сторону CD у точці M.

1. Побудуємо середню лінію $RS = \frac{a+b}{2}$ (середнє арифметичне).

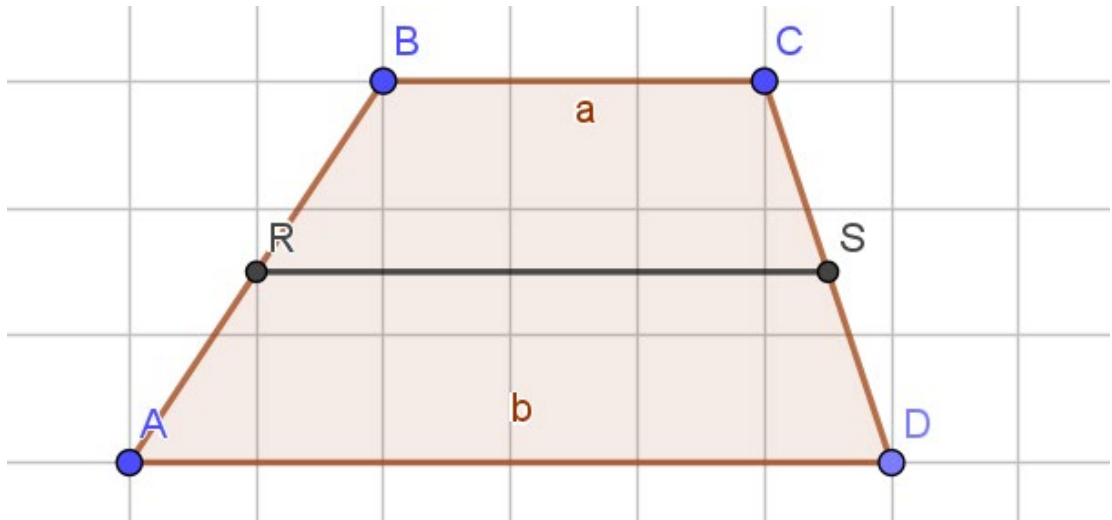


Рис.2.4.

- 1) Побудуємо відрізок TS, який поділяє трапецію на дві рівновеликі трапеції. Як відомо $TS = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ (середнє квадратичне основ).

Для побудови такого відрізка будемо прямокутний трикутник ADU з катетами a та b. Тоді його гіпотенуза $AU = \sqrt{a^2 + b^2}$.

На відрізку AU, як на діаметрі, побудуємо коло і проведемо діаметр WZ, перпендикулярний до AU. Тоді $AW = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

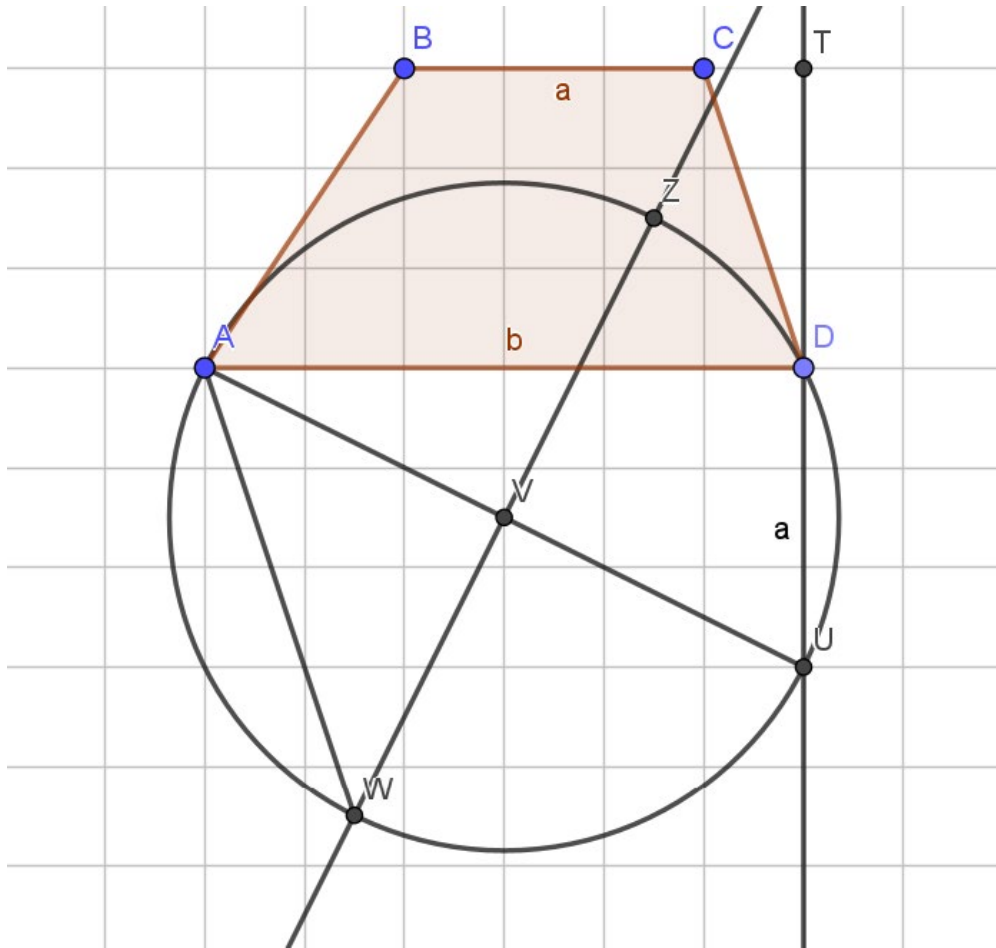


Рис.2.5.

Перенесемо відрізок AW на основу AD . Для цього побудуємо коло з центром у точці A і радіусом AW та знайдемо точку перетину O з основою AD . Через точку O проведемо пряму, паралельну до бічної сторони AB , і знайдемо точку перетину S із стороною CD .

Через точку S проведемо пряму, паралельну до основ. Одержимо шуканий відрізок TS .

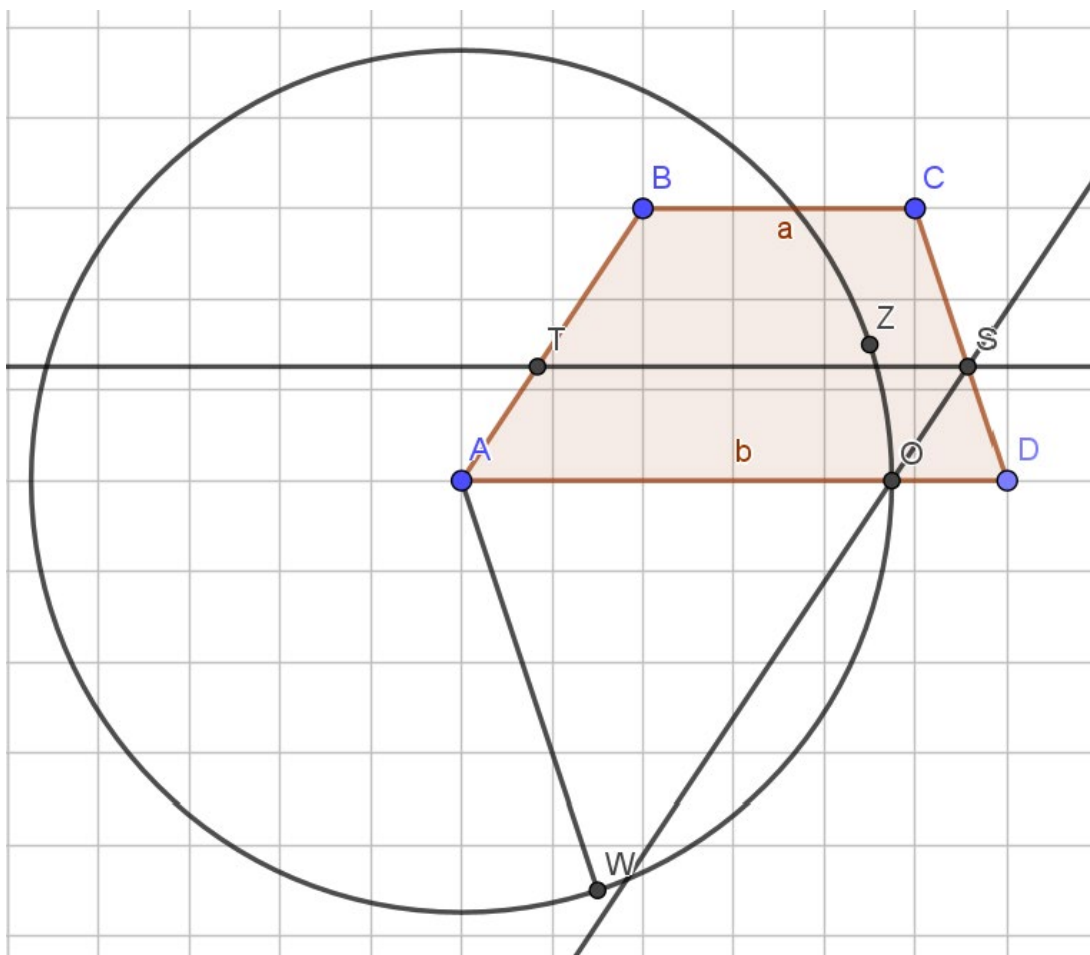


Рис.2.6.

Одержані лінії наочно демонструють нерівності середніх:

$$\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

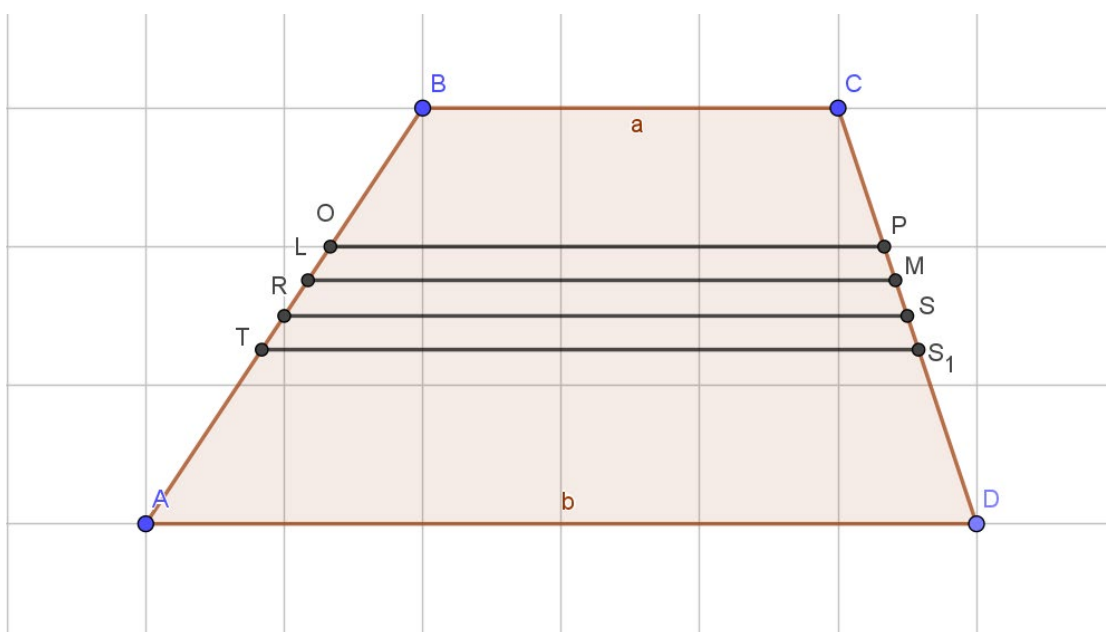


Рис.2.7.

Як відомо, не кожний чотирикутник можна вписати у коло. За допомогою GeoGebra учні легко встановлять критерії, коли це можливо. Розглянемо комбінацію чотирикутника і кола.

Побудуємо коло, виберемо на ньому довільні чотири точки і побудуємо чотирикутник, який буде вписаний у коло. Побудувавши серединні перпендикуляри до сторін, бачимо, що вони проходять через центр кола.

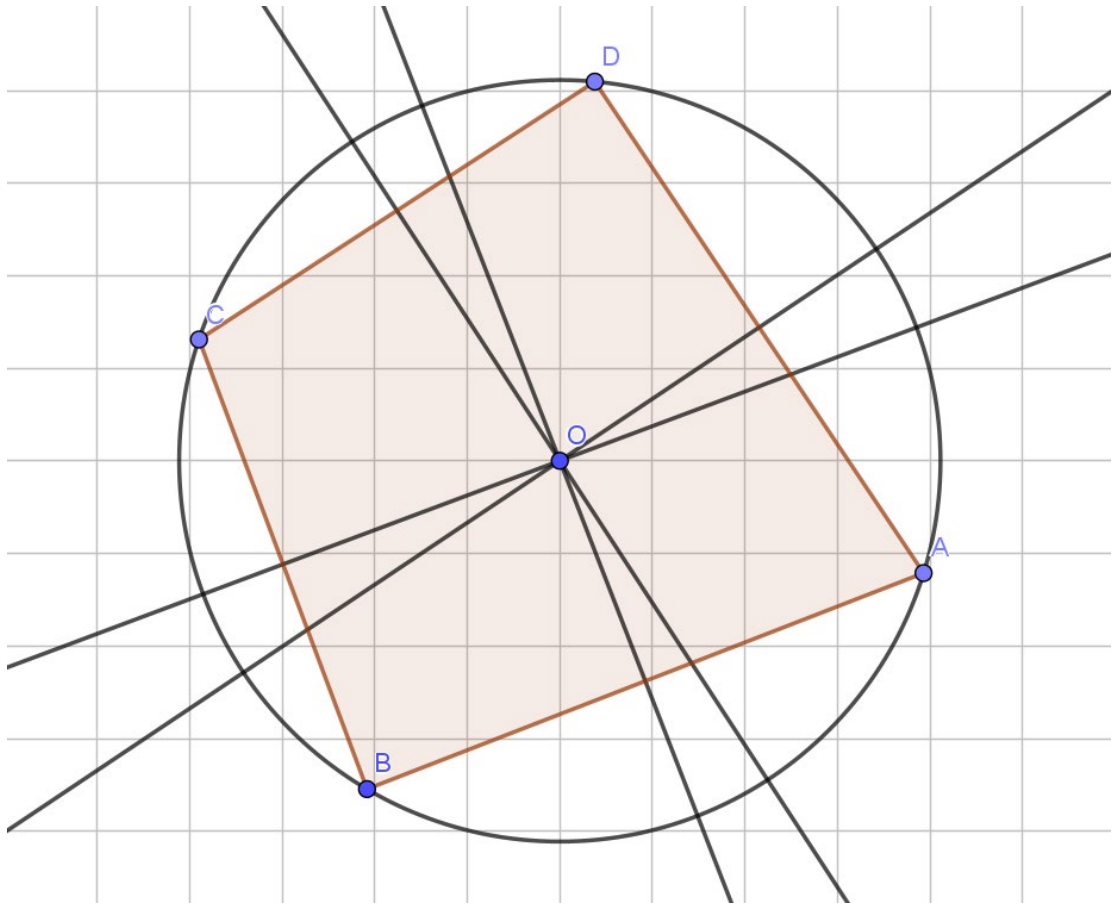


Рис.3.1.

Виміряємо протилежні кути та обчислимо їх суму, ввівши у командний рядок текст: $\alpha + \beta$. Бачимо, що на панелі "Алгебра" з'явився кут $\gamma = 180^\circ$. Перетягуючи вершини чотирикутника, помічаємо, що кути змінюються, але їх сума залишається сталою. Виявлені властивості обґрунтовуємо за допомогою логічних міркувань.

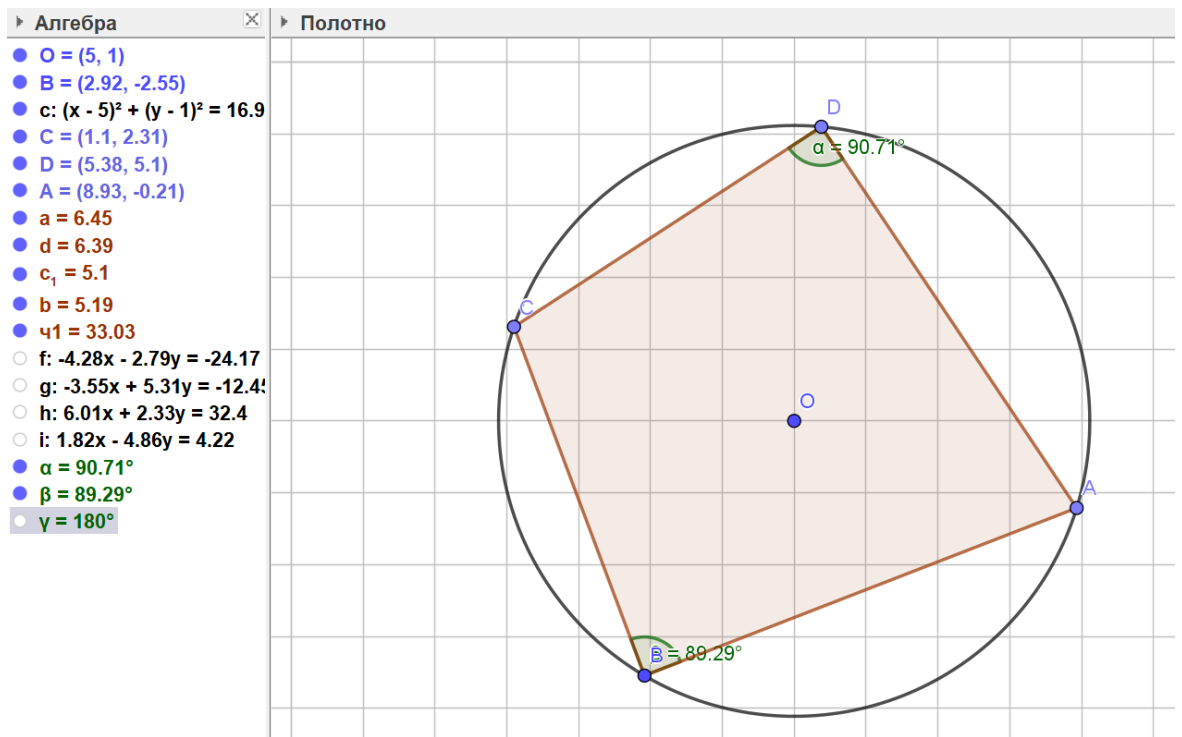


Рис.3.2.

Для того щоб побудувати чотирикутник описаний навколо кола потрібно побудувати коло, вибрати на ньому чотири точки і провести дотичні. Після того знаходимо точки перетину дотичних і будуємо чотирикутник. Він буде описаним навколо кола, тобто коло буде вписане у чотирикутник.

Можна провести бісектриси кутів чотирикутника і переконатися, що вони перетинаються у центрі кола.

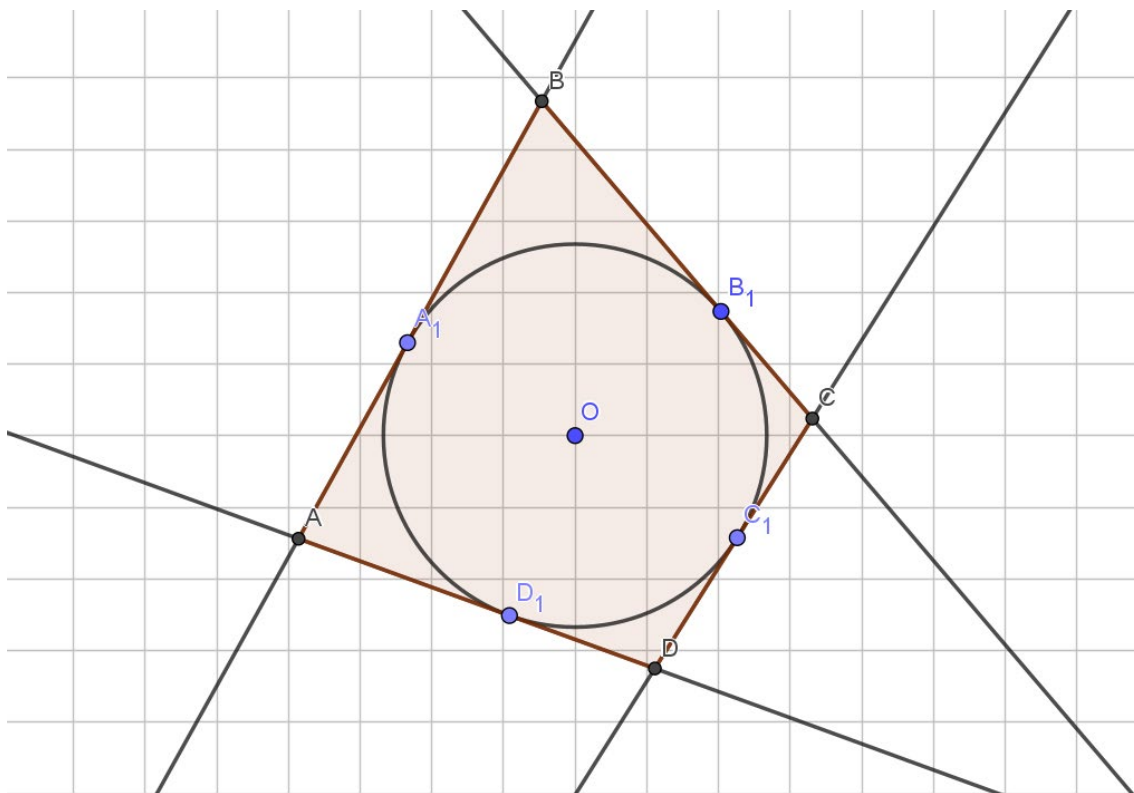


Рис.3.3.

Можна виміряти протилежні сторони і обчислити їх суми. Але краще з'єднати вершини із точками дотику та замалювати одержані відрізки у різні кольори. Це допоможе учням самостійно відкрити умову, коли у чотирикутник можна вписати коло.

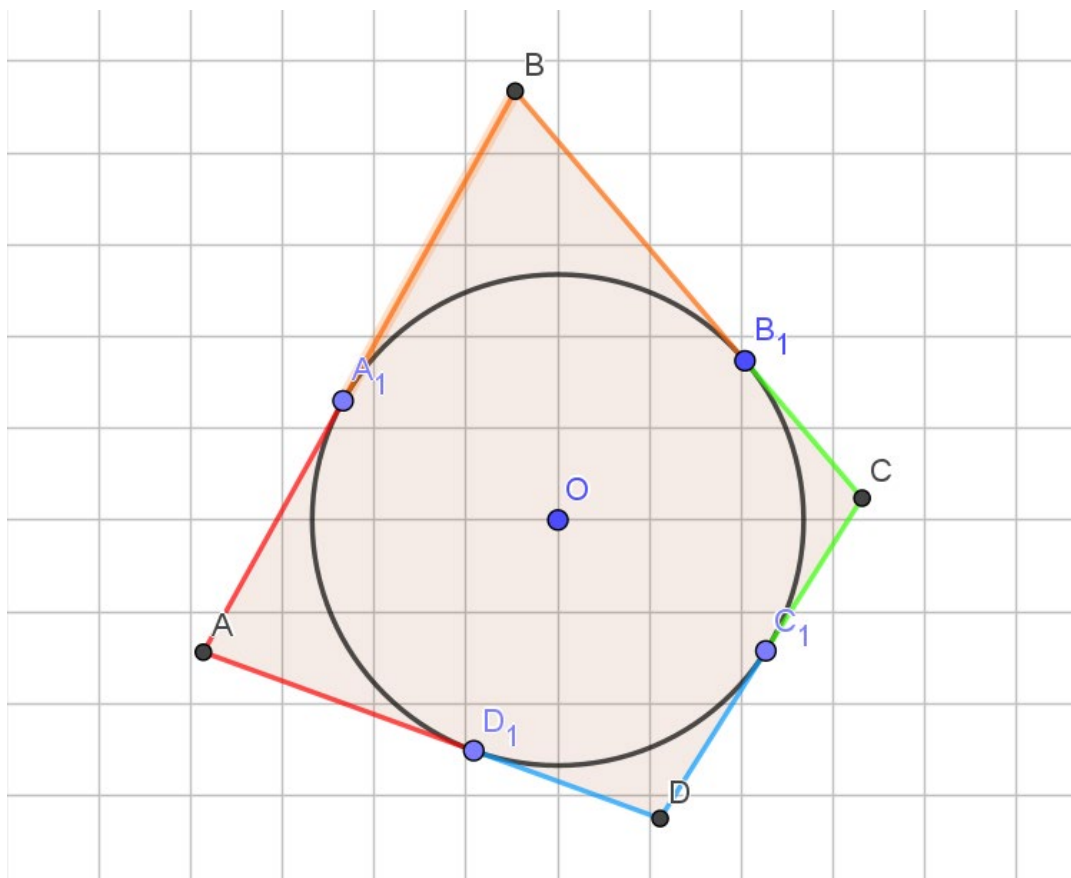


Рис.3.4.

На основі ознаки, яка дозволяє встановити, у який чотирикутник можна вписати коло, з'ясовуємо, що це можливо зробити у квадрат і ромб, а також у деякі види трапецій.

Розглянемо, як побудувати коло, вписане у ромб.

1. Будуємо ромб. Для цього проводимо серединний перпендикуляр до деякого відрізка і вибираємо на ньому точки, симетричні відносно середини відрізка. Одержуємо вершини ромба.

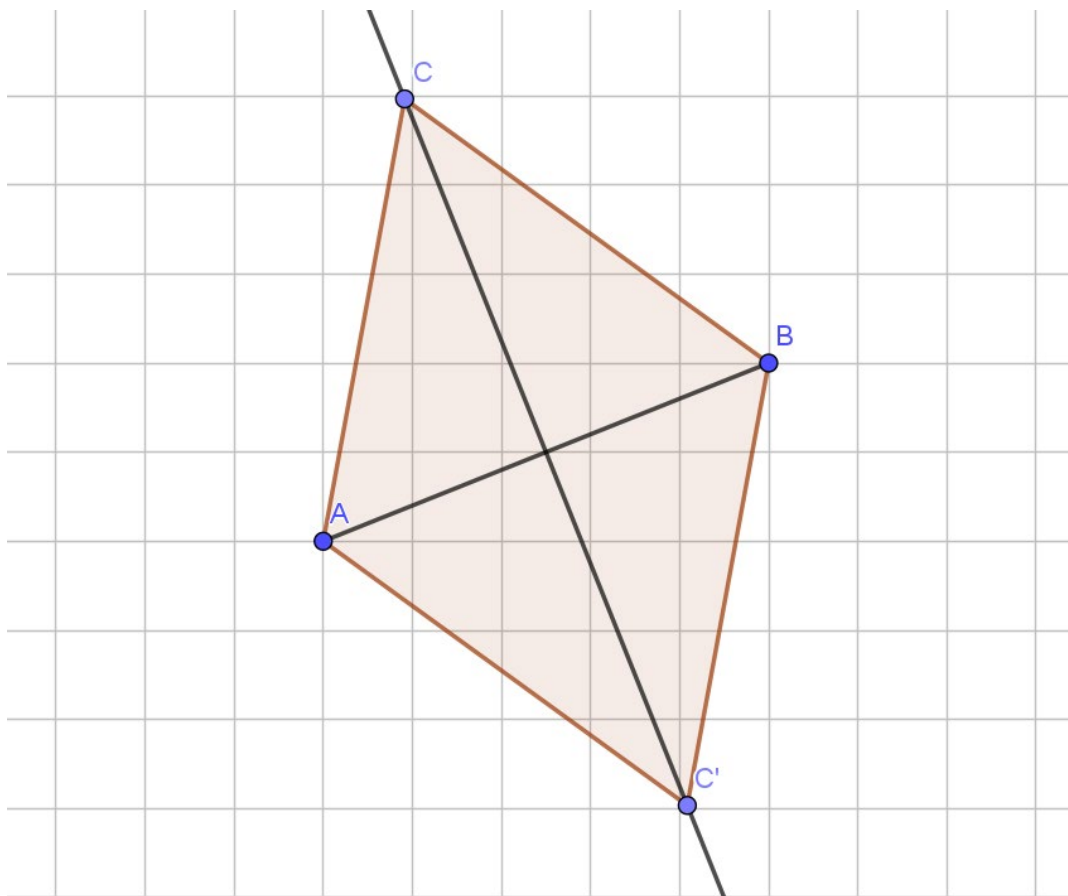


Рис.3.5.

2. Приховуємо зайві лінії і будуємо діагоналі. З точки перетину діагоналей проводимо перпендикуляр до однієї зі сторін. Цей перпендикуляр буде радіусом вписаного кола.

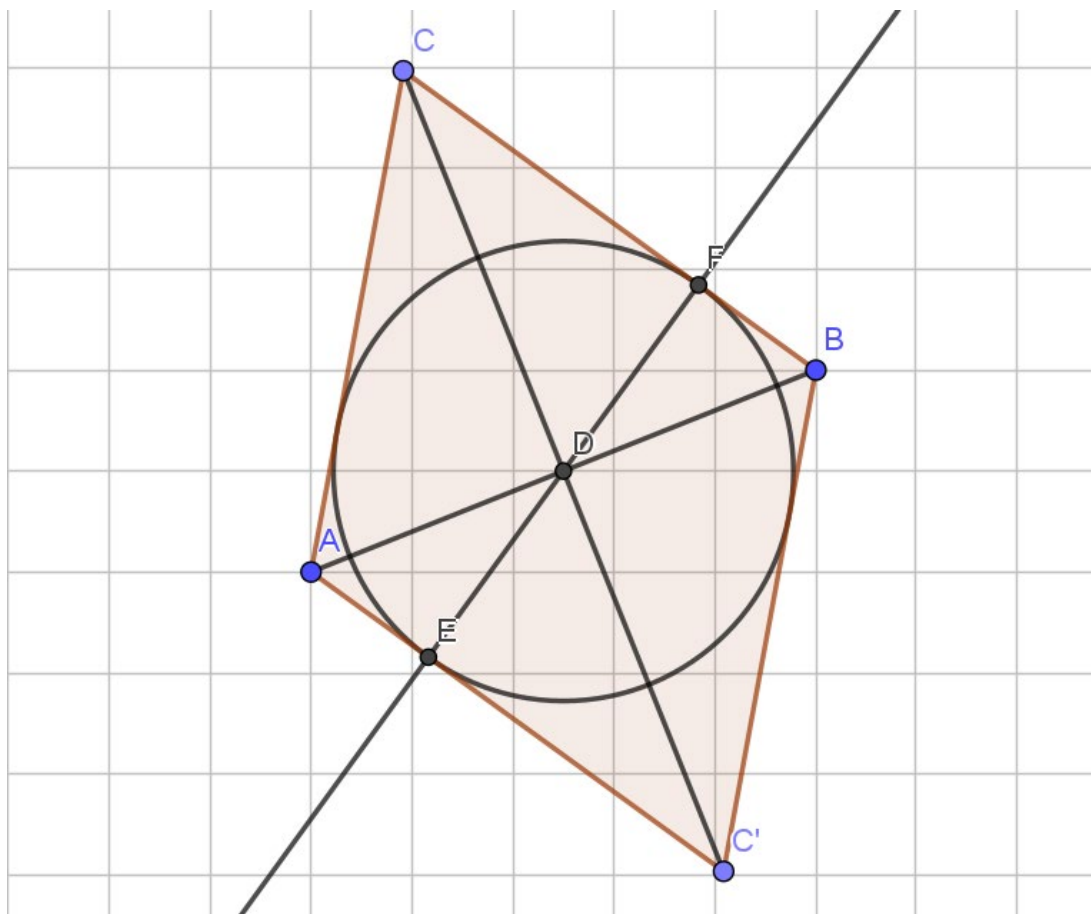


Рис.3.6.

Побудуємо трапецію, описану навколо кола.

Для цього будуємо коло з діаметром MN . Через точки A і B проводимо прямі, перпендикулярні до MN . На одній з них вибираємо точки A і B і проводимо дотичні до кола, що проходять через ці точки.

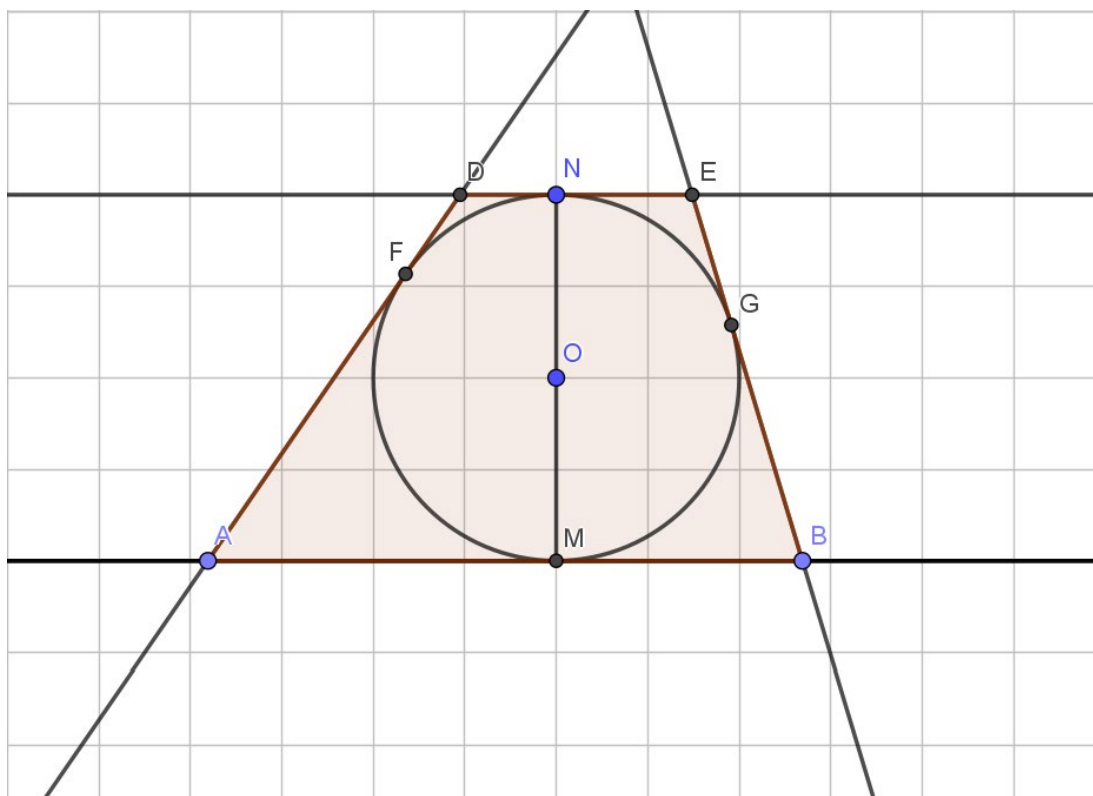


Рис.3.7.

Знаходимо точки перетину дотичних з іншою прямою і будуємо трапецію, зайві елементи приховуємо.

3.2. Ефективність використання середовища GeoGebra при вивченні чотирикутників та динаміка якості навчальних досягнень учнів під час дистанційної, сімейної форм навчання

Ефективність використання середовища GeoGebra при вивченні чотирикутників та динаміка якості навчальних досягнень учнів під час дистанційного та сімейного навчання

Вивчення геометрії, зокрема теми чотирикутників, в середовищі GeoGebra демонструє високу ефективність завдяки інтерактивним і динамічним можливостям цього програмного забезпечення. GeoGebra надає учням можливість візуально та інтерактивно досліджувати властивості чотирикутників, включаючи паралелограми, ромби, трапеції та прямокутники. Це дозволяє учням краще зрозуміти та закріпити матеріал завдяки активному залученню в процес навчання через створення і маніпулювання динамічними моделями.

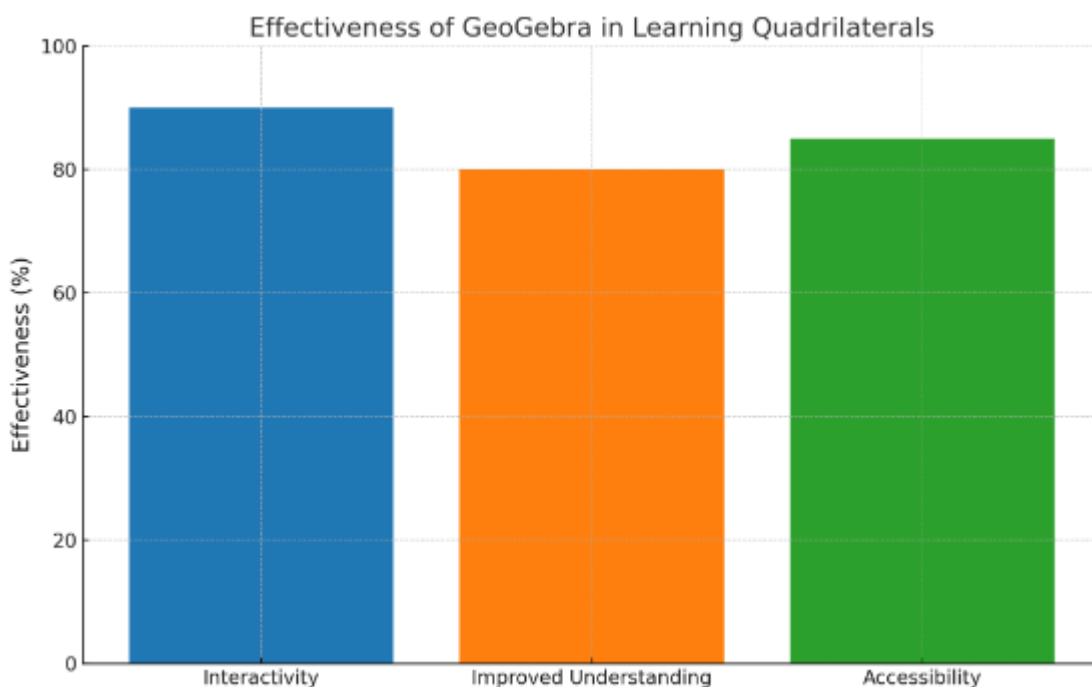


Рис. 4.1. Діаграма ефективності GeoGebra в процесі вивчення чотирикутників

Ця діаграма може показати, як різні аспекти використання GeoGebra сприяють покращенню навчання. Наприклад, стовпчаста діаграма може

показати, що використання GeoGebra підвищує розуміння чотирикутників на 40% порівняно з традиційним підходом.

GeoGebra дозволяє учням створювати і досліджувати динамічні моделі чотирикутників, що сприяє глибшому розумінню геометричних концепцій. Учні можуть змінювати параметри моделей, спостерігати за змінами властивостей фігур і отримувати візуальні підтвердження теоретичних знань. Під час дистанційного навчання GeoGebra є потужним інструментом, який підтримує онлайн-уроки та самостійні дослідження. Завдяки хмарним функціям та можливості збереження і обміну моделями, учні можуть продовжувати навчання в будь-який час і з будь-якого місця. GeoGebra також підтримує сімейне навчання, надаючи батькам інструменти для допомоги дітям у вивченні математики. Інтерактивний характер програми сприяє залученню батьків до освітнього процесу, що може підвищити мотивацію та інтерес учнів.

Отже, використання GeoGebra дає змогу організувати навчальний процес так, щоб учні самостійно формували означення різних видів чотирикутників і виявляли їх властивості експериментальним шляхом. Для цього потрібно створювати динамічні моделі чотирикутників у середовищі GeoGebra.

Динамічна модель фігури в GeoGebra — це її зображення, яке зберігає всі суттєві властивості при будь-яких трансформаціях. Такі моделі створюють, спираючись на означення або характерні ознаки фігури. GeoGebra "запам'ятовує" всі властивості, закладені під час побудови, що забезпечує їх автоматичне збереження під час перетворень.

Побудова динамічних моделей дозволяє учням досліджувати властивості фігур і перевіряти гіпотези, що сприяє активному засвоєнню матеріалу та розвитку дослідницьких навичок.

Ознайомлення з чотирикутниками можна розпочати з побудови довільного чотирикутника за допомогою інструмента «**Многокутник**» у GeoGebra. Ця побудова дозволяє визначити чотирикутник як частину

площини, обмежену замкненою ламаною з чотирьох ланок, разом із цією ламаною.

Щоб уточнити властивості чотирикутників, можна скопіювати й вставити створений багатокутник двічі (Рис.5.1.).

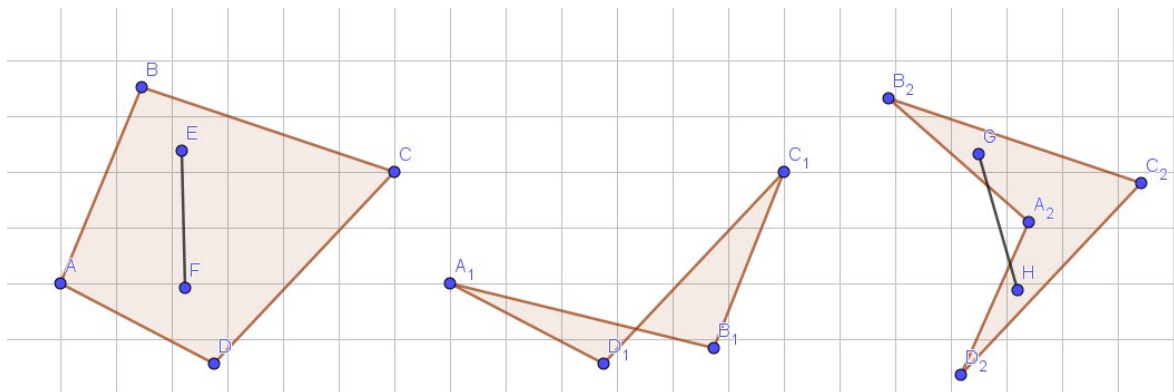


Рис.5.1

Це покаже, що:

- не кожна замкнена ламана з 4 ланок формує чотирикутник (наприклад, якщо вона має самоперетини);
- чотирикутники можуть бути випуклими та невивуклими.

Таким чином, важливо уточнити, що ламана, яка формує чотирикутник, має бути простою (без самоперетинів). Для подальшого вивчення ми обмежимося розглядом **випуклих чотирикутників**.

Після цього можна перейти до знайомства з елементами чотирикутника (вершинами, сторонами, кутами, діагоналями).

Альтернативний підхід передбачає поступове введення понять:

1. Побудова кількох багатокутників, починаючи з трикутника.
2. Введення загального означення багатокутника та поняття випуклого багатокутника.
3. Формулювання означення чотирикутника як багатокутника, що має чотири вершини, чотири сторони і чотири кути.

Обидва підходи дозволяють ефективно організувати вивчення чотирикутників і забезпечують наочність та зрозумілість матеріалу для учнів.

Ознайомлення з паралелограмом

Для підведення учнів до поняття паралелограма можна побудувати довільний чотирикутник і з'єднати відрізками середини його сторін (Рис.5.2.).

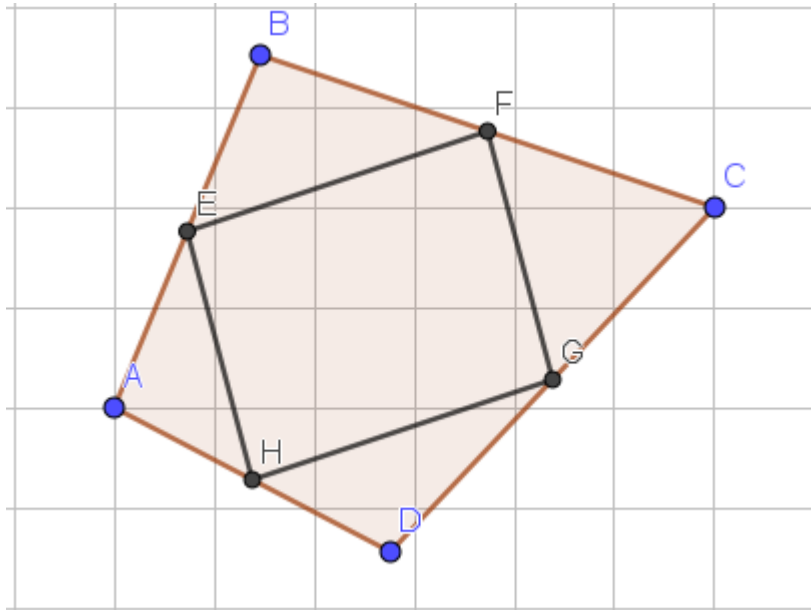


Рис.5.2.

Після побудови учням пропонується змінювати положення вершин початкового чотирикутника і спостерігати за отриманою фігурою. Вони можуть помітити, що у новоутвореного чотирикутника протилежні сторони завжди попарно паралельні. Спочатку це визначається за допомогою окоміру, а потім педагог пропонує перевірити це засобами GeoGebra: провести через одну з вершин нового чотирикутника пряму, паралельну протилежній стороні і переконатися, що ця пряма вміщує сторону нового чотирикутника.

Далі педагог пропонує провести діагоналі початкового чотирикутника і разом із учнями строго обґрунтувати, що отриманий чотирикутник дійсно має паралельні протилежні сторони.

Таким чином, вводиться новий вид чотирикутника. На завершення педагог називає цю фігуру **паралелограмом** і пропонує учням сформулювати його означення.

Динамічну модель паралелограма будуюмо на основі його означення:

- 1) Будуємо відрізки AB і BC;

2) Через точку А проводимо пряму паралельну ВС і через точку С – пряму, паралельну АВ.

3) Будуємо точку D перетину цих прямих.

4) За допомогою інструмента «Многокутник» будуємо паралелограм ABCD. Зайві елементи приховуємо.

Користуючись цією моделлю учні можуть виявити усі властивості паралелограма:

- протилежні сторони рівні;
- протилежні кути рівні;
- діагоналі перетинаються і в точці перетину діляться навпіл.

Всі виявлені властивості легко довести, використовуючи ознаки рівності трикутників. Потрібні трикутники можна будувати в процесі роботи, зафарбовувати у різні кольори, позначати рівні сторони і кути, приховувати непотрібні елементи. Все це можна робити використовуючи панель властивостей або панель «Алгебра». Можна також заздалегідь підготувати модель, де потрібні елементи відображуються або приховуються за допомогою «прапорців».

Для створення моделі паралелограма, в якого можна змінювати кути та довжини сторін, виконайте такі кроки:

1. Створіть три повзунки:
 - α — для кута між сусідніми сторонами,
 - a і b — для довжин сторін.
2. Побудуйте кут із вершиною в точці А, використовуючи величину α .
3. Побудуйте два кола:
 - з центром у точці А та радіусом a ,
 - з центром у точці А та радіусом b .
4. Знайдіть точки В та D як перетини кіл із сторонами кута.
5. Проведіть через точки В і D прямі, паралельні сторонам кута, та знайдіть їх точку перетину С.

6. Використовуючи інструмент «**Многокутник**», побудуйте паралелограм ABCD.

Завдяки цій моделі учні можуть:

- змінювати величину кута паралелограма, що дозволяє одержати прямокутник;
- змінювати сторони паралелограма і одержати ромб;
- змінювати сторони прямокутника або кути ромба і одержати квадрат.

Ця інтерактивна модель дозволяє учням дослідити геометричні властивості фігур та встановити зв'язок між різними видами паралелограма. GeoGebra надає змогу візуально перевіряти твердження та виконувати динамічні трансформації, що сприяє глибшому розумінню матеріалу.

Побудова моделей для перевірки ознак паралелограма, прямокутника ромба.

Для ознайомлення з першою ознакою паралелограма виконайте наступні кроки:

1. Побудуйте два не паралельні відрізки AB і CD, а також визначте їх середини за допомогою інструмента «**Середина або центр**».
2. Побудуйте чотирикутник ACBD, з'єднавши кінці цих відрізків.
3. Перемістіть один із відрізків так, щоб середини обох відрізків співпали.

Результат: Одержаний чотирикутник перетвориться на паралелограм. Що дозволяє учням сформулювати ознаку паралелограма: якщо діагоналі чотирикутника в точці перетину діляться навпіл, то такий чотирикутник є паралелограмом.

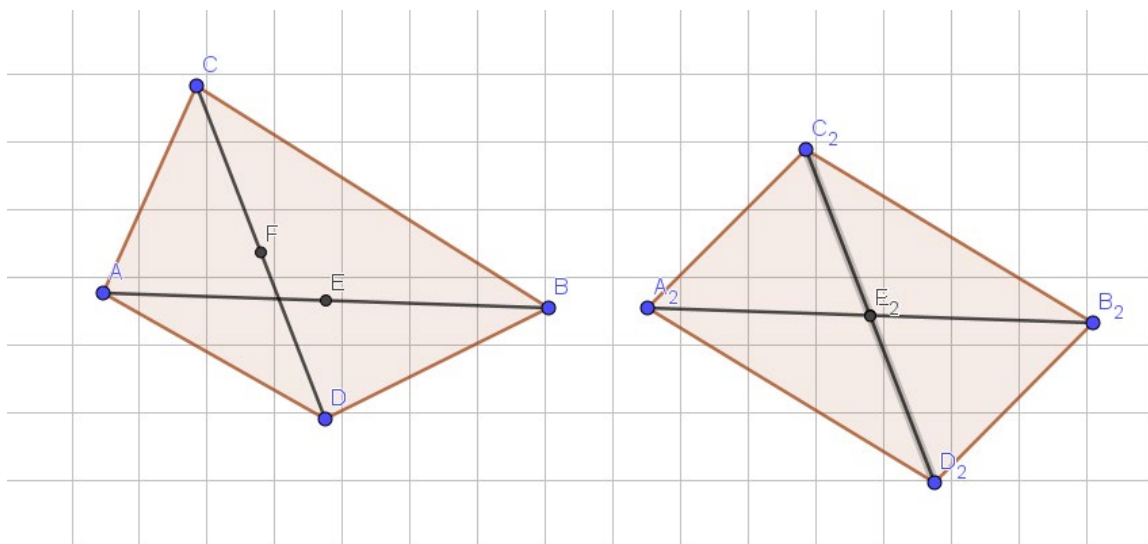


Рис.5.3.

На основі цієї ознаки можна побудувати ще таку модель паралелограма:

1. Побудуйте три точки A , B , C , що не лежать на одній прямій.
2. Знайдіть центрально симетричні точки A'' та B' відносно точки C (використовуйте інструмент «Симетрія відносно точки»).
3. З'єднайте послідовно точки A , B , A' , B' для побудови чотирикутника $ABA'B'$ за допомогою інструмента «Многокутник».

Результат: Одержаний чотирикутник є динамічною моделлю паралелограма.

Учні можуть змінювати положення точок A , B , C , і модель автоматично буде перебудовуватись, залишаючись паралелограмом. Цю модель також можна використовувати для вивчення властивостей паралелограма.

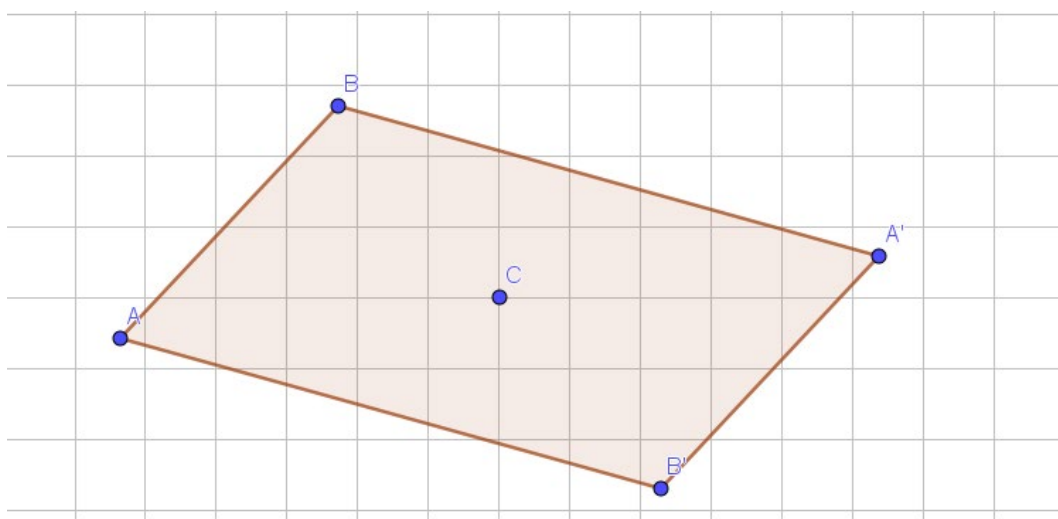


Рис.5.4.

Аналогічно виконуємо побудови, що дозволяють відкрити інші ознаки паралелограма. Зокрема:

- 1) Будуємо довільний відрізок, і паралельну пряму, що не містить його.
- 2) За допомогою інструмента «Циркуль» відкладаємо на прямій відрізок, рівний даному.
- 3) Будуємо чотирикутник з вершинами у кінцях цих відрізків.

Результат: Одержаний чотирикутник виявиться паралелограм.

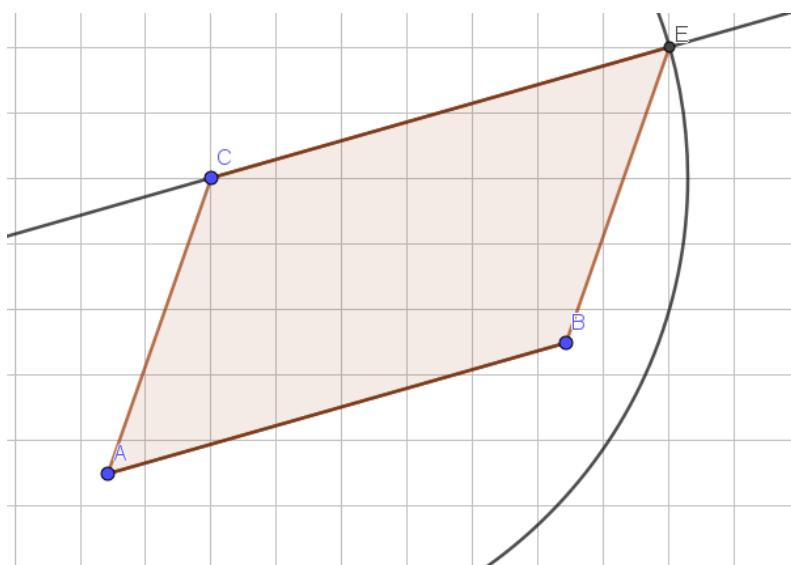


Рис.5.5.

Якщо створити динамічну модель паралелограма, у якій довжини діагоналей і кут між ними можна змінювати за допомогою повзунків, це дозволить отримати різні види паралелограмів:

- Змінюючи довжини діагоналей, можна створити прямокутник.
- Регулюючи кут між діагоналями, можна отримати ромб.
- Одночасно змінюючи довжини діагоналей і кут між ними, можна створити квадрат.

Технологія навчання розв'язуванню задач

GeoGebra є ідеальним інструментом для навчання розв'язуванню задач геометричним способом. У таких задачах часто потрібно виконувати побудову або візуально аналізувати взаємозв'язки між елементами фігури. GeoGebra сприяє розвитку навичок "читання" зображень, тобто вміння зосереджуватись на різних частинах геометричних конструкцій.

Вчитель може створити або використовувати заготовлені універсальні моделі всіх основних видів чотирикутників: паралелограмів, прямокутників, ромбів, квадратів і трапецій. Відкривши потрібний файл, легко:

- позначати елементи, зазначені в умові задачі;
- виконувати побудови;
- приховувати зайві елементи;
- використовувати сітку для зручного перенесення малюнка у зошит.

Сітка у GeoGebra дозволяє учням акуратно копіювати красиві рисунки, поки вони не опанують навички самостійного створення креслень.

Для окремих задач доцільно використовувати готові моделі з прихованими розв'язками. Вчитель може створити колекцію таких моделей, де:

1. Спочатку відображається лише умова задачі та базовий рисунок.
2. У процесі обговорення можна поступово відкривати додаткові елементи чи записи.

Наприклад, модель може включати приховані побудови, геометричні перетворення або підказки, що допоможуть учням зрозуміти ідею розв'язання. Повний розв'язок може бути необов'язковим: завдання учнів — доповнити запропоноване рішення самостійно.

Розглянемо кілька конкретних задач, для яких такі моделі будуть корисними. Це може включати побудову висот трапеції, поділ чотирикутника

на трикутники, застосування властивостей діагоналей ромба або паралелограма тощо.

Такий підхід допомагає формувати в учнів як технічні, так і аналітичні навички, сприяє розвитку просторового мислення та дозволяє ефективніше засвоювати геометричний матеріал.

GeoGebra найзручніше використовувати для навчання розв'язуванню задач геометричним способом. У таких задачах, як правило необхідно виконати якусь добудову. Важливо також вміти «читати» зображення, тобто переключати увагу з одних елементів фігури на інші. Для формування таких вмінь GeoGebra підходить як найкраще.

Вчитель може мати заготовлені універсальні моделі всіх видів чотирикутників: паралелограма, прямокутника, ромба, квадрата, трапецій усіх видів. Відкривши файл з потрібною моделлю легко відмітити елементи, задані в умові, виконувати потрібні добудови, приховувати зайві елементи, тощо. Використання поля у клітинка допоможе учням копіювати готові красиві рисунки у зошити, поки вони не навчилися самостійно їх виконувати.

Можна також використовувати до окремих задач готові моделі. Педагог може мати колекцію таких моделей з готовими розв'язками, які приховані за допомогою прапорців. Спочатку відображається лише умова задачі та відповідний рисунок. Далі, в процесі обговорення, відображаються потрібні елементи або записи.

На таких моделях немає потреби подавати повний розв'язок або усі обґрунтування. Іноді достатньо відобразити деяку добудову, геометричне перетворення чи вказівку – ідею розв'язку. Усі інші деталі розв'язку учні повинні запропонувати самостійно.

Використання GeoGebra допомагає учням краще засвоювати матеріал завдяки активній участі у створенні і моделюванні математичних об'єктів. Це підвищує рівень розуміння та здатність застосовувати знання на практиці. Інтерактивні завдання та дослідження в GeoGebra сприяють розвитку самостійності учнів у навчанні. Учні вчаться планувати, виконувати

дослідження та робити висновки на основі отриманих результатів. GeoGebra дозволяє вчителям і батькам відстежувати прогрес учнів завдяки можливості аналізувати результати їхньої роботи. Це допомагає швидко виявляти проблеми та коригувати навчальний процес.

Загалом, використання GeoGebra при вивченні чотирикутників у дистанційному та сімейному навчанні не тільки підвищує ефективність засвоєння матеріалу, але й сприяє розвитку навичок самостійної роботи і критичного мислення учнів.

Продовжуючи обговорення ефективності використання GeoGebra при вивченні чотирикутників та динаміки якості навчальних досягнень учнів під час дистанційного та сімейного навчання, можна виокремити кілька ключових аспектів, що підкреслюють значення цього програмного середовища.

GeoGebra забезпечує можливість створення інтерактивних моделей, що дозволяє учням експериментувати з різними параметрами чотирикутників, спостерігаючи за їхніми змінами в реальному часі. Це допомагає учням краще усвідомити геометричні властивості, такі як довжини сторін, кути, та їх взаємозв'язки. Наприклад, учні можуть змінювати довжину сторін паралелограма та спостерігати, як це впливає на властивості фігури, що допомагає краще зрозуміти концепції, як-то периметр і площа. GeoGebra інтегрує елементи ігор та задач на дослідження, що робить навчання математики більш захоплюючим. Учні можуть змагатися в розв'язанні задач або брати участь у математичних іграх, що стимулює їх інтерес до предмету. Включення ігор та практичних завдань допомагає підтримувати високий рівень мотивації та зацікавленості в навчанні, що особливо важливо при дистанційному або сімейному навчанні, де учні можуть відчувати менший рівень зовнішньої мотивації.[43]

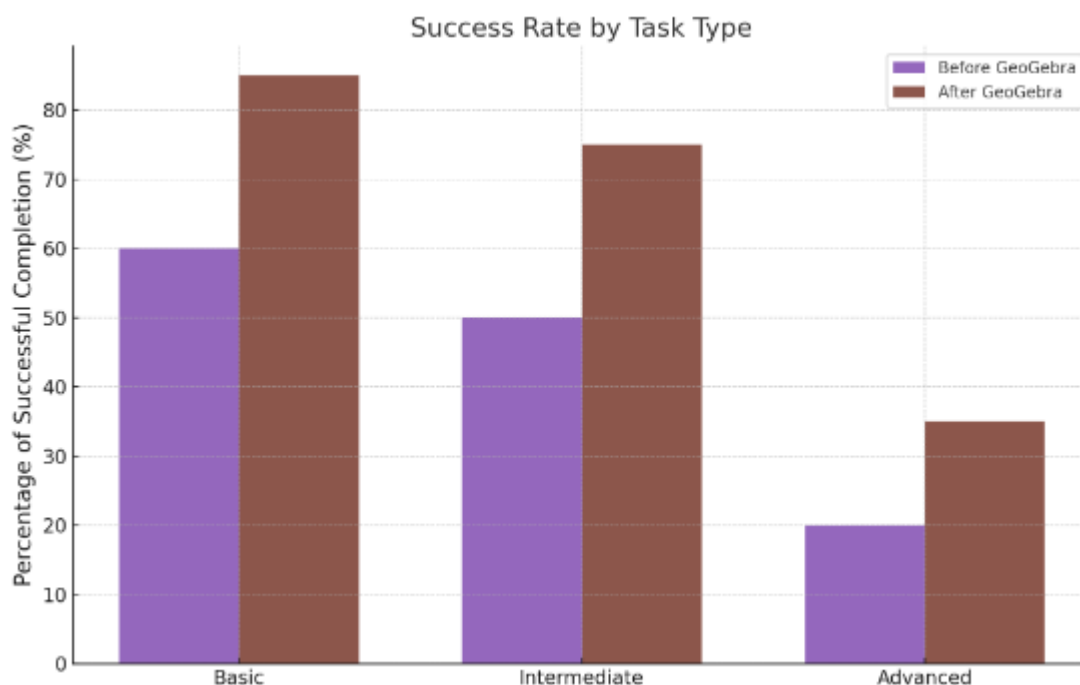


Рис.6.1. Аналіз успішності за типами завдань

GeoGebra дозволяє адаптувати навчальний процес під різні потреби учнів, включаючи тих, хто має різні рівні підготовки або навчається за індивідуальними програмами. Інструменти для створення та моделювання геометричних фігур забезпечують гнучкість у плануванні уроків і завдань, що дозволяє вчителям і батькам налаштовувати матеріали відповідно до потреб учнів.

Функціональність GeoGebra для збору та аналізу результатів учнів допомагає вчителям і батькам ефективно відстежувати прогрес. Система дозволяє оцінювати не лише кінцеві результати, але й процес розв'язання задач, що дає змогу точніше визначати області, де учні потребують додаткової підтримки або корекції. Це особливо корисно в умовах дистанційного навчання, коли безпосередній контроль за процесом навчання може бути ускладнений.

Використання GeoGebra сприяє розвитку навичок проблемного мислення та критичного аналізу. Учні не лише навчаються математичних концепцій, а й тренують свою здатність ставити питання, експериментувати і шукати ефективні рішення. Це особливо важливо для підготовки до реальних ситуацій, де необхідно застосовувати знання в нових контекстах.

GeoGebra може бути інтегрована з іншими цифровими інструментами та ресурсами, що розширює можливості навчання. Наприклад, учні можуть використовувати GeoGebra для створення графічних елементів, які потім можна вбудовувати в презентації або інші навчальні матеріали, що сприяє більш глибокому і багатогранному сприйняттю навчального матеріалу.

У підсумку, використання GeoGebra для вивчення чотирикутників надає широкі можливості для інтерактивного, ефективного та мотиваційного навчання. Інструменти цього середовища не лише покращують розуміння геометричних концепцій, але й допомагають розвивати критичне мислення та самостійність учнів, що особливо важливо для дистанційного та сімейного навчання.

Висновки до розділу 3

Використання GeoGebra у вивченні чотирикутників є інноваційним підходом, який сприяє формуванню ключових компетентностей у рамках STEM-освіти. Програма забезпечує учнів як знаннями, так і практичними навичками через інтерактивний підхід. Вона дозволяє досліджувати властивості фігур через побудову, зміну параметрів та анімацію, стимулюючи критичне мислення, аналітичні здібності та вміння застосовувати знання на практиці.

GeoGebra є ефективним інструментом для експериментування з чотирикутниками, допомагаючи візуалізувати взаємозв'язки між сторонами, кутами та іншими елементами фігур. Це розвиває уяву учнів і дозволяє застосовувати геометричні знання до реальних завдань, інтегруючи математику з іншими предметами STEM. Особливу роль програма відіграє в дистанційному навчанні, де візуалізація й можливість самостійного виконання завдань є надзвичайно важливими.

Самостійна робота в GeoGebra підтримує інтерес до математики, сприяє розвитку навичок аналізу, планування досліджень і впевненості в своїх силах. Учні, які використовують цей інструмент, демонструють кращі результати на тестах завдяки глибшому розумінню властивостей чотирикутників і розвитку математичної інтуїції, що є важливим для STEM-освіти. GeoGebra довела свою ефективність у сучасному навчальному процесі, сприяючи зростанню якості знань та навичок учнів.

ВИСНОВКИ

Аналіз навчальної теми «Чотирикутники» показує, що вона має важливе місце в шкільному курсі геометрії. Логіко-математичний аналіз вказує на систематичність та поступовість у введенні понять чотирикутників, що забезпечує розвиток учнів від базового розуміння до більш складних геометричних концепцій. Зокрема, чотирикутники охоплюють різноманітні підкласи фігур, включаючи паралелограми, трапеції, ромби та квадрати, кожен з яких має свої характерні властивості та формальні визначення. Це дозволяє учням побудувати міцну основу для вивчення багатокутників та інших фігур.

Методика вивчення основних понять про чотирикутники в курсі геометрії спрямована на поступове ознайомлення з їхніми властивостями через вирішення задач, побудову фігур і використання графічних моделей. Важливим є практичне застосування цих понять через задачі на побудову, обчислення площ і периметрів, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу. Крім того, використання динамічних моделей, таких як GeoGebra, дозволяє учням візуалізувати та моделювати властивості чотирикутників у реальному часі, що робить навчання більш інтерактивним і захоплюючим.

Аналіз навчальних програм та підручників свідчить про те, що тема чотирикутників займає значне місце у вивченні геометрії основної школи. У навчальних програмах передбачено достатню кількість годин для ґрунтовного опанування цієї теми, з акцентом на розумінні властивостей чотирикутників, їх застосуванні в розв'язанні задач і побудові моделей. Підручники забезпечують різноманітність задач і практичних вправ, що стимулюють аналітичне мислення учнів та підкріплюють теоретичний матеріал практичними прикладами.

Місце і роль теми «Чотирикутники» в шкільному курсі геометрії є центральними, оскільки вона поєднує базові геометричні концепції і розвиває навички, необхідні для подальшого вивчення більш складних тем, таких як багатокутники, тригонометрія та аналітична геометрія. Опанування теми

сприяє розвитку просторового і логічного мислення, вміння працювати з геометричними фігурами на практиці, що є важливим як для математичних дисциплін, так і для повсякденного життя.

Аналіз системи GeoGebra в контексті вивчення чотирикутників показує її значний потенціал у покращенні якості математичної освіти. GeoGebra пропонує широкий спектр інструментів для створення динамічних моделей чотирикутників, що дозволяє учням легко маніпулювати параметрами фігур і спостерігати за змінами в реальному часі. Це забезпечує глибше розуміння геометричних властивостей та взаємозв'язків між сторонами і кутами чотирикутників. Завдяки інтерактивним можливостям GeoGebra, учні можуть експериментувати з різними типами чотирикутників, досліджувати їх властивості і ознаки, що робить навчання більш наочним і захоплюючим.

Створення динамічних моделей чотирикутників у GeoGebra є яскравим прикладом реалізації завдань STEM-освіти, спрямованих на формування мотивуючого та розвиваючого математичного середовища. Динамічні моделі дозволяють не лише візуалізувати математичні концепції, але й активно залучати учнів до процесу навчання через експерименти та дослідження. Це підтримує розвинене проблемне мислення, стимулює інтерес до предмету і сприяє розвитку навичок, необхідних для успішної реалізації STEM-навчання. GeoGebra підтримує інтеграцію теоретичних знань з практичними навичками, що дозволяє учням краще засвоювати матеріал і застосовувати його в різних контекстах.

Ефективність використання GeoGebra при вивченні чотирикутників, а також динаміка якості навчальних досягнень учнів під час дистанційного та сімейного навчання, підтверджує важливість цього інструменту в сучасному освітньому середовищі. GeoGebra забезпечує інтерактивний і адаптивний підхід до навчання, що є особливо корисним в умовах віддаленого або індивідуального навчання. Інструменти програми дозволяють учням самостійно досліджувати геометричні концепції, отримувати швидкий зворотний зв'язок і вдосконалювати свої знання. Це сприяє підвищенню

мотивації до навчання, розвитку критичного мислення і покращенню загальних результатів навчання, забезпечуючи гнучкість та доступність навчальних матеріалів незалежно від місця та часу. В цілому, GeoGebra доводить свою ефективність як потужний інструмент для сучасної освіти, здатний підтримувати високий рівень навчальних досягнень та зацікавленості учнів.

Використання GeoGebra в навчанні чотирикутників також виявляє значний вплив на розвиток аналітичних і просторових навичок учнів. Завдяки можливості створювати динамічні моделі та візуалізації, учні отримують реальні уявлення про геометричні об'єкти, що дозволяє їм краще розуміти та запам'ятовувати їх властивості. Інтерактивні функції програми, такі як перетворення і маніпулювання об'єктами, сприяють більш глибокому розумінню взаємозв'язків між елементами чотирикутників, дозволяючи учням виявляти закономірності і робити власні висновки.

Систематичне використання GeoGebra у навчальному процесі сприяє підвищенню ефективності і мотивації учнів. Дослідження показують, що інтерактивні і динамічні підходи в навчанні сприяють більш високому рівню залучення учнів у навчальний процес. Інструменти GeoGebra забезпечують зручність і доступність у вивченні складних тем, таких як чотирикутники, що робить навчання більш доступним і зрозумілим. Ці фактори, в свою чергу, позитивно впливають на успішність учнів і допомагають досягти кращих результатів.

В умовах дистанційного та сімейного навчання GeoGebra стає важливим інструментом, що забезпечує учням можливість самостійно вивчати матеріал, отримувати зворотний зв'язок і вдосконалювати знання в зручному для них темпі. Динамічні моделі та інтерактивні завдання створюють умови для активного і продуктивного навчання, що дозволяє підтримувати інтерес учнів до математики, навіть коли вони навчаються поза межами традиційного класного середовища. Це підкреслює значення інтеграції сучасних технологій

у навчальний процес і підтверджує ефективність GeoGebra як інструменту для покращення якості освіти та розвитку математичних навичок учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрієвська В. М., Білоусова Л. І. Концепція BYOD як інструмент реалізації STEAMосвіти. Фізико-математична освіта : науковий журнал. 2017. Випуск 4 (14). С. 13–17.
2. База шкільних підручників онлайн. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/> (дата звернення: 06.09.2024).
3. Бевз Г. П. Методика викладання математики : 2-ге видання, доповнене і перероблене. К. : Вища школа, 1977. 376 с.
4. Брадїс В. М. Методика викладання математики в середній школі / за ред. : О. І. Маркушевича. К. : Радянська школа, 1951. 472 с.
5. Бурда М. І., Городній М. Ф., Номіровський Д. А., Паньков А. В., Тарасенкова Н. А., Чемерис М. В., Швець В. О., Якір М. С. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf> (дата звернення: 06.09.2024).
6. Бурда М. І., Мальований Ю. І., Нелін Є. П., Номировський Д. А., Паньков А. В., Тарасенкова Н. А., Чемерис М. В., Якір М. С. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів 5-9 класів / за ред. : Кудренко Б. В., Біляніна О. Я., Азаренкова А. І., Буковська О. І., Кіндюх Т. С., Лисенко О. Є., Миляник А. В., Панова Н. В. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf> (дата звернення: 06.09.2024).
7. Мерзляк М.І. Алгебра. 8 клас. — Харків: Освіта, 2019.
8. Бевз А.Г. Алгебра. 9 клас. — Київ: Генеза, 2018.
9. Істер О.М. Алгебра. 10 клас. — Харків: Видавництво "Ранок", 2017.
10. Тарасенкова М.О. Геометрія. 8 клас. — Київ: Літера, 2020.

11. Геометричні фігури. Геометричні величини : Довідник-тренажер з підготовки до ЗНО : Частина 1. Планіметрія / Укладачі : Лов'янова І. В., Білоусова Г. М., Калугін Р. Ю. Кривий Ріг. 2022. 140 с.
12. Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Х. : Гімназія, 2021. 207 с. : іл.
13. Геометрія. 8 кл. : збірник задач і контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. Х. : Гімназія, 2011. 112с. : іл.
URL:
https://files.pidruchnyk.com.ua/uploads/book/Geometrija_8klas_Merzljak.pdf
(дата звернення: 08.09.2024).
14. Геометрія: підручник для 8 класу з погл. вивченням для загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. 2-ге видання, переробл. Х. : Гімназія, 2021. 224с. : іл.
15. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / О. С. Істер. 2-ге видання, переробл. Київ : Гімназія, 2021. 239с. : іл.
16. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський, С. В. Єршов. 2-ге видання, переробл. Х. : Ранок, 2021. 256с. : іл.
17. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. Київ : Оріон, 2021. 196с. : іл.
18. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. 2-ге видання, переробл. Київ : Освіта, 2021. 273с. : іл.
19. Гончар-Коротецька Т. Чотирикутники (урок-гра, 8 кл.). Все для вчителя. 2017. № 12. С. 12-13.
20. Гранко О., Таточенко В. Проблема вивчення чотирикутників в основній школі. Актуальні питання методики навчання природничоматематичних дисциплін : зб. матер. Всеукр. студ. наук.-практ. конференції, м. Херсон, 14-15 квітня 2011 року / редкол.: В. Д. Шарко, М. М.

Сидорович, Ю. К. Івашина [та ін.]. Херсон : ПП Вишемирський В. С., 2011. С. 153-154.

21. Данилюк М. Чотирикутники (Нестандартний урок). Математика в школах України. 2014. № 30. С. 25-31.

22. Друшляк, М. Г. (2020). Візуалізовані завдання як засоби формування візуально-інформаційної культури майбутніх учителів математики. Формування предметних компетентностей майбутніх вчителів фізики та математики засобами та технологіями сучасного освітнього середовища : колективна монографія. Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 135-155.

23. Друшляк, М.Г. (2019) Шкільний курс алгебри з комп'ютерною підтримкою. Суми: СумДПУ ім. А.С. Макаренка.

24. Друшляк, М.Г., Лукашова, Т.Д., & Скасків, Л.В. (2019). Навчання майбутніх вчителів математики розв'язувати задачі теорії графів із використанням GEOGEBRA. Фізико-математична освіта, 1(19), 35-40. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-019-1-006>.

25. Залєвська С. Чотирикутники. Урок геометрії у 8 класі. Математика в школах України. 2011. № 28. С.12-15.

26. Істер О. С. Зошит для самостійних і контрольних робіт Геометрія 8 клас. Київ : Генеза, 2016. 48 с.

27. Календарно тематичне планування Геометрія 8 клас 2021-2022 н.р. URL: <https://vseosvita.ua/library/kalendarno-tematicne-planuvanna-geometria-8-klas-2021-2022-nr-481849.html> (дата звернення: 10.09.2024).

28. Крамаренко, Т.Г., Корольський, В.В., Семеріков, С.О., & Шокалюк, С. В. (2019). Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики. Кривий Ріг : Криворізький держ. пед. ун-т. <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/571>.

29. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: посіб. для вчителів і студ. Кривий Ріг : Видавничий дім., 2008. 272 с.

30. Лов'янова І. В. Вибрані методи і прийоми розв'язування геометричних задач (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 10 клас / за заг. ред. : проф. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю. А. 2014. 64 с.
31. Лов'янова І. В. Вибрані питання елементарної математики. Ч. 1. Планіметричні задачі. Кривий Ріг: Кафедра математики КДПУ, 2003. 34 с.
32. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях : навчальний посібник для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти. Базовий рівень підготовки : 3-тє видання, доповнене і перероблене. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2022. 128 с.
33. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях : навч. посіб. для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2016. 78 с.
34. Лов'янова І. В. Методика сучасного уроку математики: Методична розробка для студентів заочників фізико-математичних факультетів педуніверситетів. Кривий Ріг, 2002. 42 с.
35. Лов'янова І.В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг: КДПУ, 2009. 192 с.
36. Макарова Г. Чотирикутники та їх властивості. Урок геометрії у 8 класі. Математика в школах України. 2011. № 32. С.23-25.
37. Мартовицька М. На допомогу вчителю. Математика в школах України. 2012. № 28. С. 33-34.
38. Морзе Н. В., Нанаєва Т., Омельченко Н. О. STEM в освіті : навч. посіб. Київ: ACCORD GROUP, 2018. 116 с.
39. Пікалова В. Реалізація STEAM-освіти в проєктній діяльності майбутнього вчителя математики. Електронне наукове фахове видання

«відкрите освітнє е-середовище сучасного університету». 2020. Вип. 9, С 95–103.

40. Плотницька Л. Узагальнення та систематизація знань і вмінь з теми "Чотирикутники", 8-й клас. Математика. 2013. № 37. С. 15-18.

41. Прус А. В., Швець В.О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: Рута, 2011. 388 с.

42. Ракута В. М. Програми для роботи з функціями та графіками. Комп'ютер у школі та сім'ї, 2010. № 7 (87). С. 29–33.

43. Ракута В. М. Бібліотека комп'ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. Наукові записки. Вип. 98. Серія : Педагогічні науки. Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. С. 246–249.

44. Ракута, В.М. (2012). Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики. Інформаційні технології і засоби навчання, 30(4). <https://doi.org/10.33407/itlt.v30i4.700>.

45. Сайт МОН України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/zagalnaserednya-osvita> (дата звернення: 11.09.2024).

46. Семеніхіна, О.В., & Друшляк, М.Г. (2015). Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ. Фізико-математична освіта, 2 (5), 65-72.

47. Семеніхіна, О.В., Друшляк, М.Г., & Хворостіна, Ю. В. (2019). Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх вчителів природничо-математичних дисциплін. Інформаційні технології і засоби навчання, 73(5), 48-66. <https://doi.org/10.33407/itlt.v73i5.2500>.

48. Черній А. Л. Педагогічна спадщина Василя Сухомлинського в сучасному освітньому просторі: посібник. Рівне: Волин. обереги, 2019. 280 с.

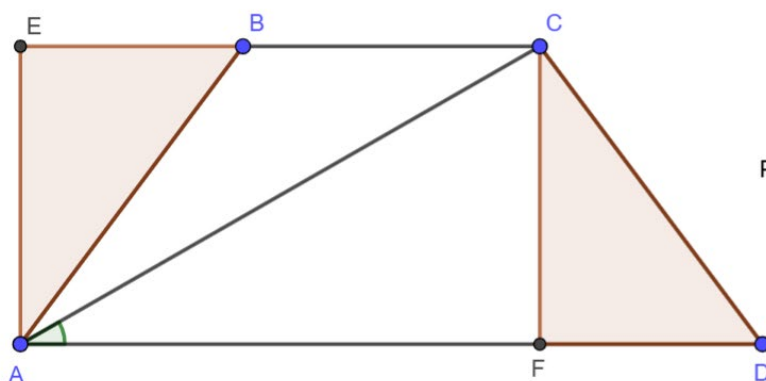
49. Штинько О. Чотирикутники (урок геометрії, 8 кл.). Все для вчителя. 2017. № 12. С. 9-11.

ДОДАТКИ

Додаток А

Задача 1:

Задача. Діагональ рівнобічній трапеції дорівнює d і утворює з її основою кут α . Обчислити площу трапеції.



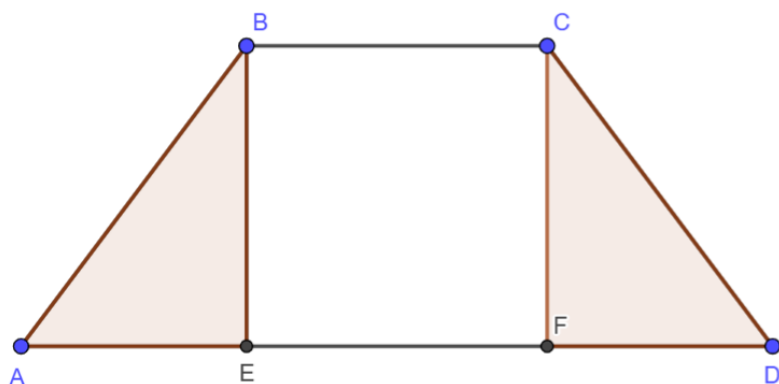
Ідея

Рівність трикутників

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/b9skcmmd>

Задача 2:

Задача. Довести, що висота, проведена з вершини тупого кута рівнобічної трапеції, поділяє більшу основу на відрізки, які дорівнюють пів сумі і пів різниці основ.



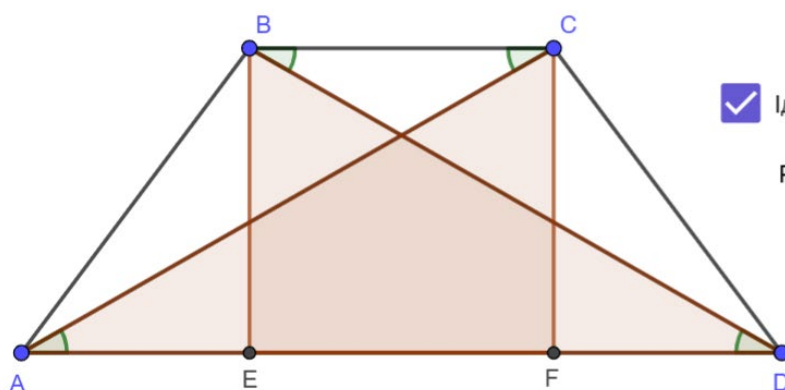
Ідея доведення

Рівність трикутників

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/s6eangac>

Задача 3:

Задача. Довести, що діагоналі рівнобічної трапеції утворюють з її основами рівні кути.



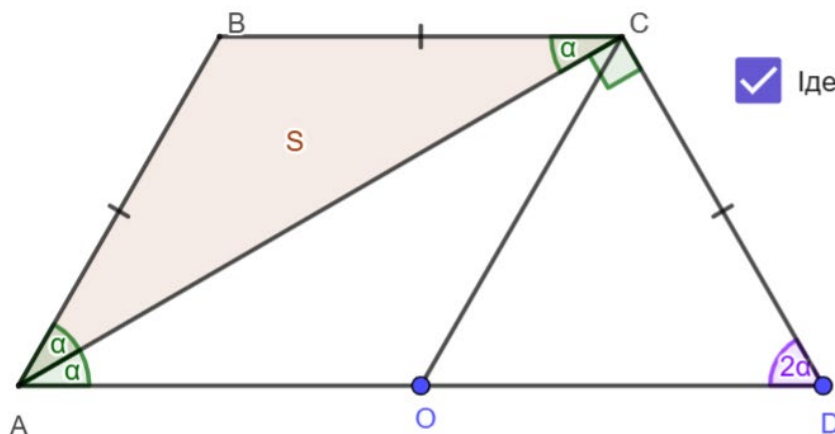
Ідея доведення

Рівність трикутників

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/zkkt8wxd>

Задача 4:

У трапеції ABCD, $AB=BC=CD$ і $\angle ACD=90^\circ$.
Площа $\triangle ABC=S$. Обчислити площу трапеції.



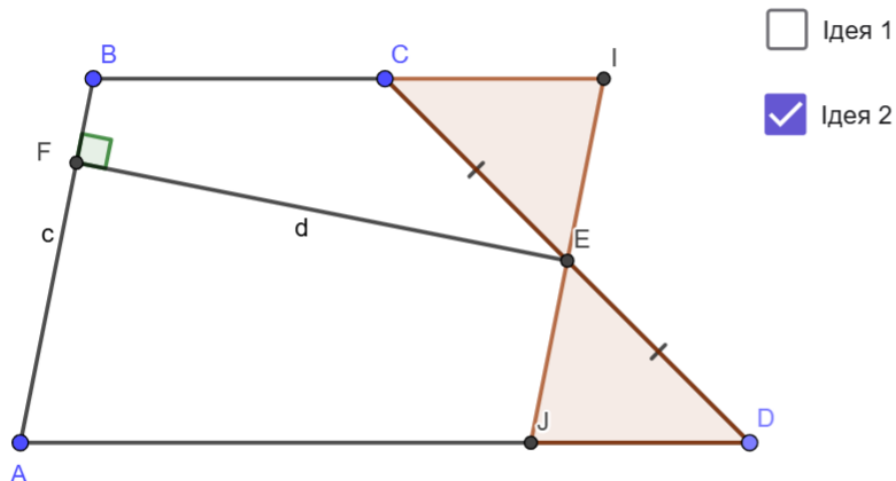
Ідея

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/qmmhyjm9>

Задача 5:

Задача. Довести, що площа трапеції дорівнює добутку довжини бічної сторони на відстань від середини протилежної сторони до неї

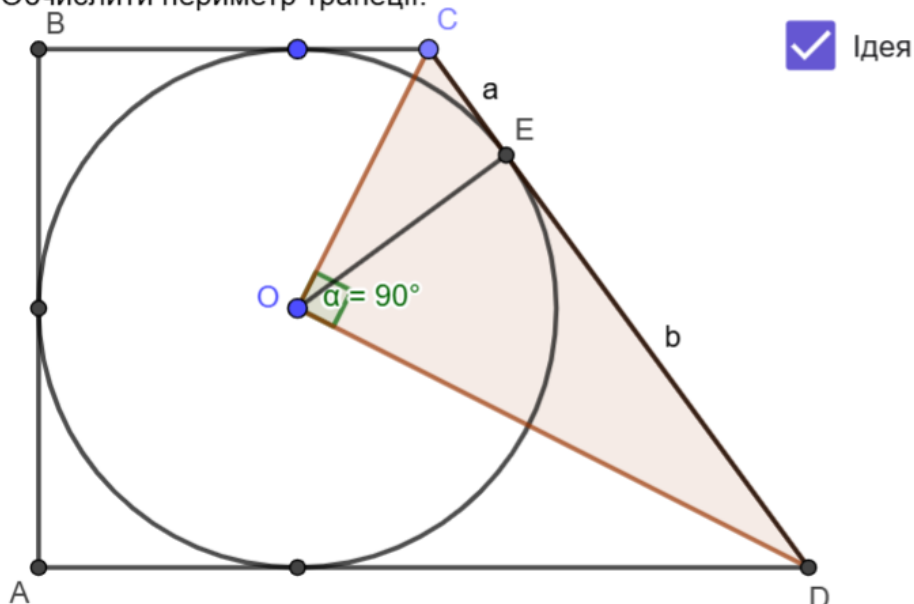
$$S_{ABCD} = cd$$



Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/cszgsnfw>

Задача 6:

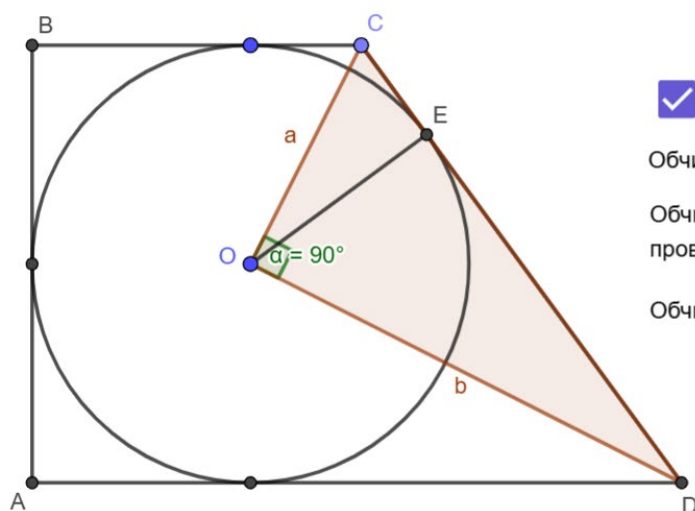
Задача. У прямокутну трапецію ABCD вписане коло з центром O. $\angle A = \angle B = 90^\circ$. E - точка дотику кола до бічної сторони CD. $EC = a$, $ED = b$. Обчислити периметр трапеції.



Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/gqswmjew>

Задача 7:

Задача. У апрямокутну трапецію ABCD вписане коло з центром O.
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$. $OC = a$, $OD = b$. Обчислити площу трапеції.



Ідея



Обчислюємо CD за теоремою Піфагора.

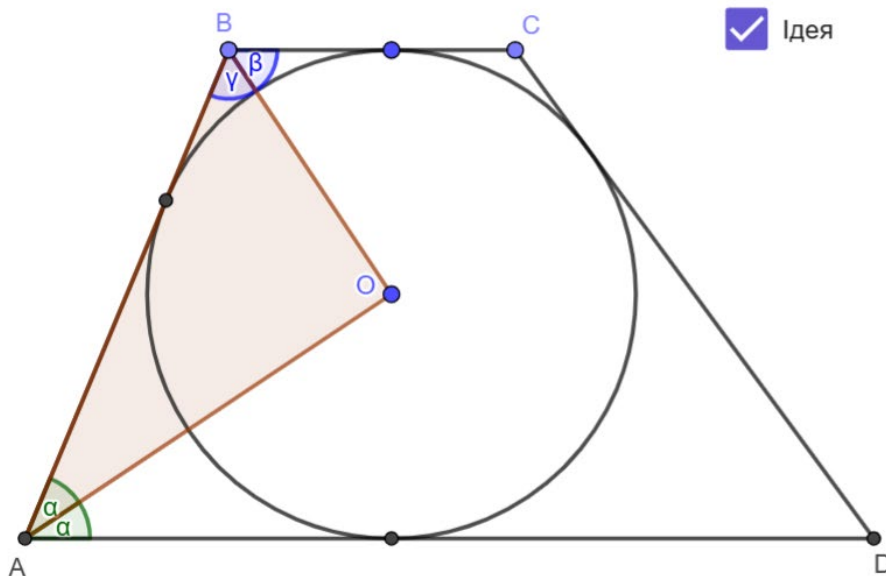
Обчислюємо радіус OE, як висоту, проведenu до гіпотенузи

Обчислюємо CE і CD

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/bx69bqzh>

Задача 8:

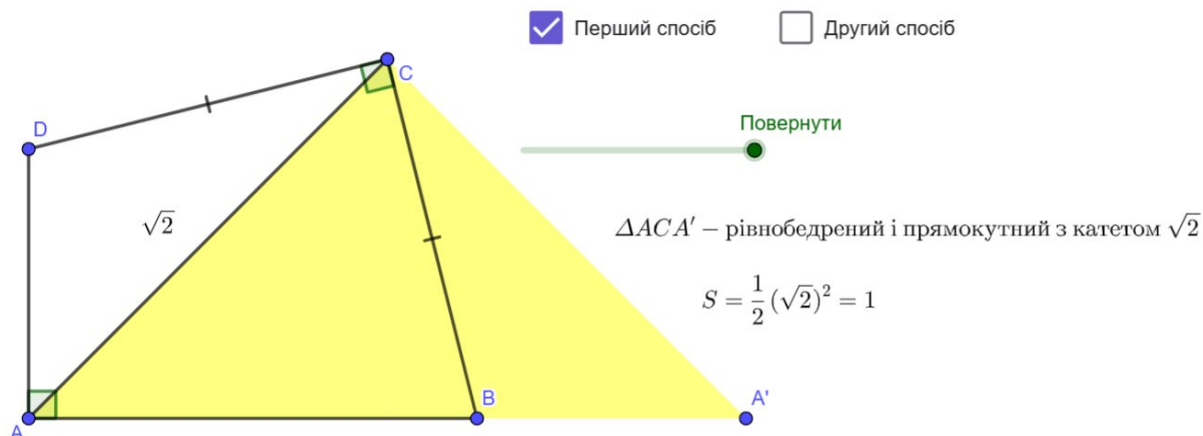
Задача. У трапецію ABCD вписане коло з центром O.
 Встановити вид трикутника AOB.



Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/gdfcxavc>

Задача 9:

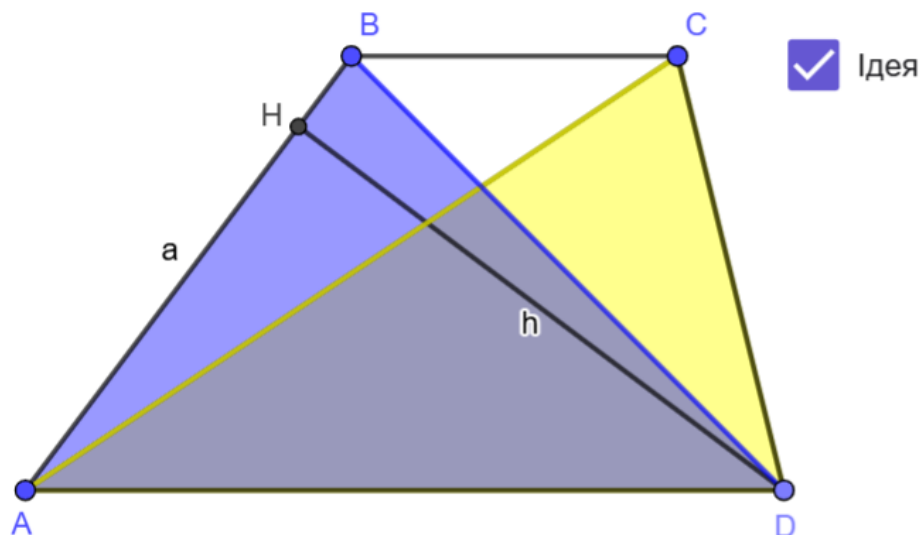
Задача. У чотирикутнику $ABCD$: $BC = CD$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $AC = \sqrt{2}$. Обчислити площу чотирикутника.



Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/wb8fu9wn>

Задача 10:

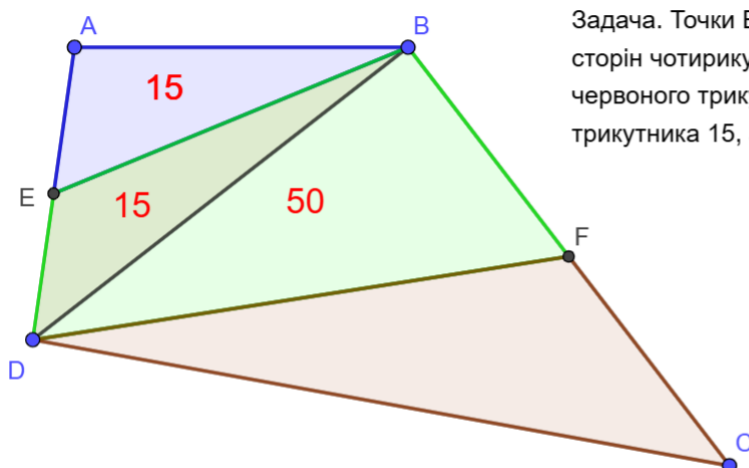
Задача. У трапеції $ABCD$, бічна сторона $AB=a$, а вершина D віддалена від цієї сторони на h . Обчислити площу жовтого трикутника ACD .



Порівняй синій і жовтий трикутники за площею

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/ezhg7vgf>

Задача 11:



Задача. Точки E та F - середини протилежних сторін чотирикутника. Обчислити площу червоного трикутника, якщо площа синього трикутника 15, а площа чотирикутника 50.

☒ Розбиття

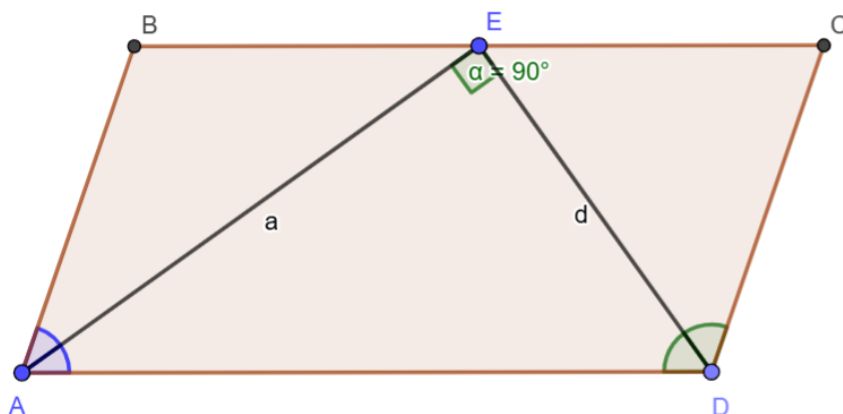
☒ Відповідь

$$50 - 15 = 35$$

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/r3u82gbx>

Задача 12:

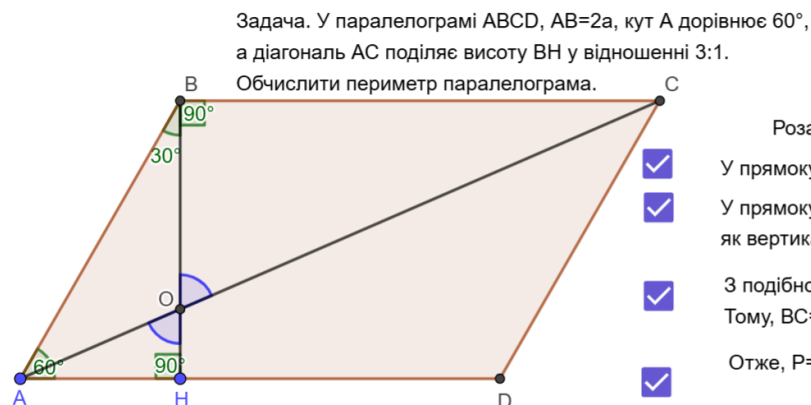
Задача. Бісектриси AE і DE паралелограма ABCD перетинаються у точці E, що належить стороні BC. Обчислити площу паралелограма, якщо $AE = a$, $DE = d$.



☒ Ідея

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/wpkqzqht>

Задача 13:

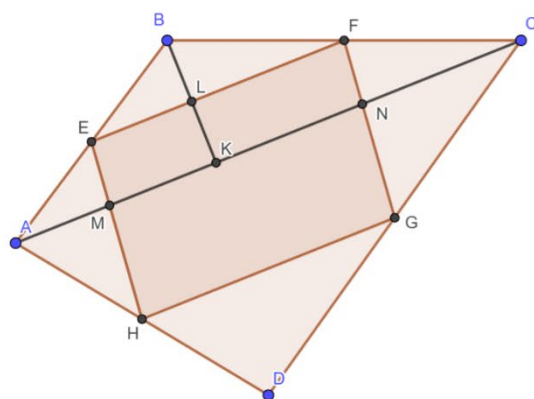


Розв'язання.

- ✓ У прямокутному $\triangle ABH$, $\angle ABH=30^\circ$, тому $AH=a$.
- ✓ У прямокутних трикутниках AOH і COB $\angle AOH=\angle COB$, як вертикальні, тому ці трикутники подібні.
- ✓ З подібності трикутників: $BC:HA=OB:OH=3:1$. Тому, $BC=3a$.
- ✓ Отже, $P=(2a+3a)\cdot 2=10a$.

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/jxrb96c8>

Задача 14:



Довести, що площа паралелограма, з вершинами на середині сторін опуклого чотирикутника дорівнює половині площі цього чотирикутника.

Побудуємо ✓ діагональ AC ✓ і висоту BK трикутника ABC

Тоді: ✓ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BK = MN \cdot BK$

✓ $S_{MEFN} = MN \cdot LK = \frac{1}{2} BK \cdot MN$

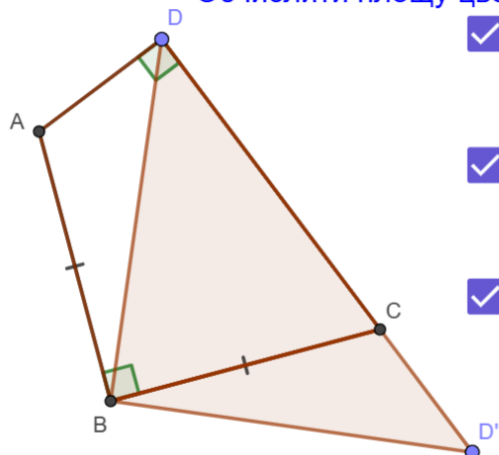
Отже: ✓ $S_{MEFN} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$. Аналогічно $S_{MHGN} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/ph8vfwyz>

Задача 15:

Задача. У чотирикутнику $ABCD$, $AB=BC$ і $\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$.

Обчислити площу цього чотирикутника, якщо $AD+DC=d$.



✓ Ідея

Поверніть $\triangle BAD$ навколо вершини B на кут 90° .
(Скористайтесь повзунком).

✓ Поясніть

Чому вершина A перейде у вершину C ?
Чому $\angle DCD'=180^\circ$?
Яку форму має $\triangle DBD'$ і яка сторона у нього відоса?

✓ Обчисліть

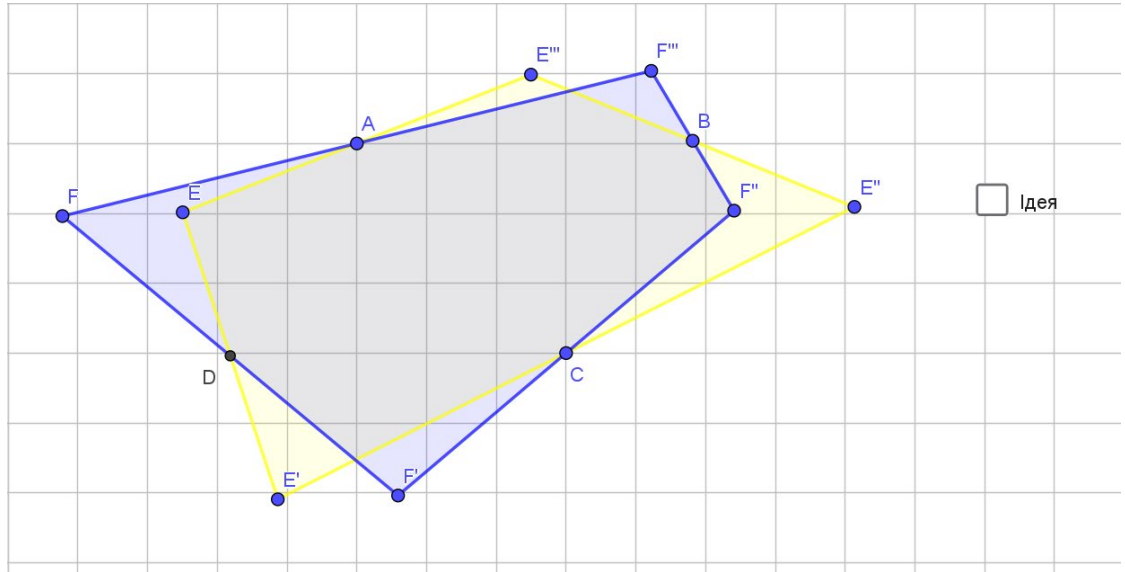
Обчисліть площу рівнобедреного, прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює d .

Інтерактивна модель задачі в GeoGebra доступна за посиланням або через QR-код: <https://www.geogebra.org/classic/uz8vadfm>

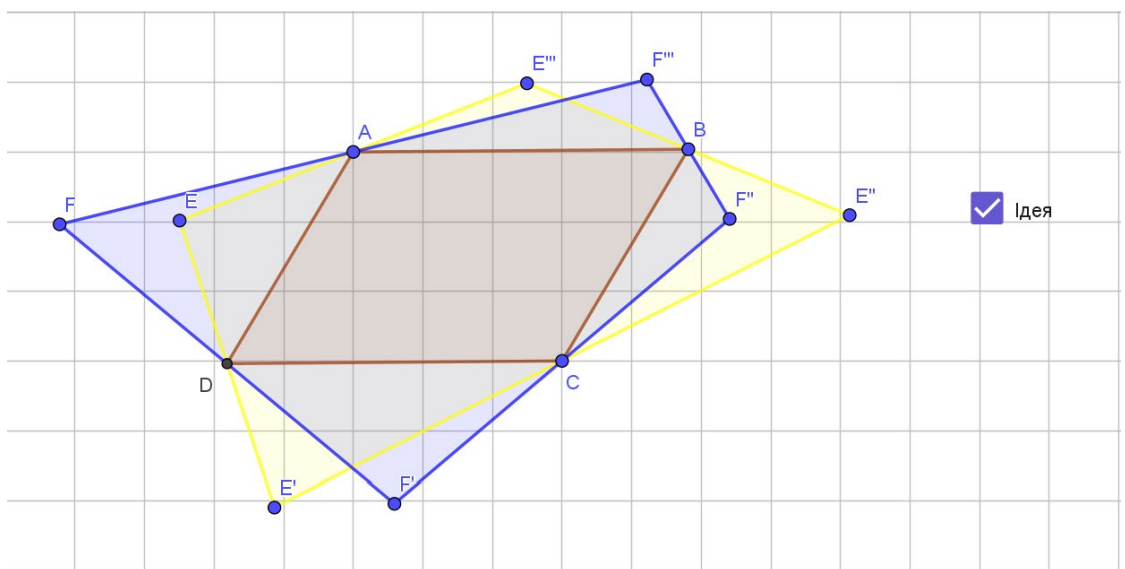
Додаток Б

Використання GeoGebra при розв'язуванні задач.

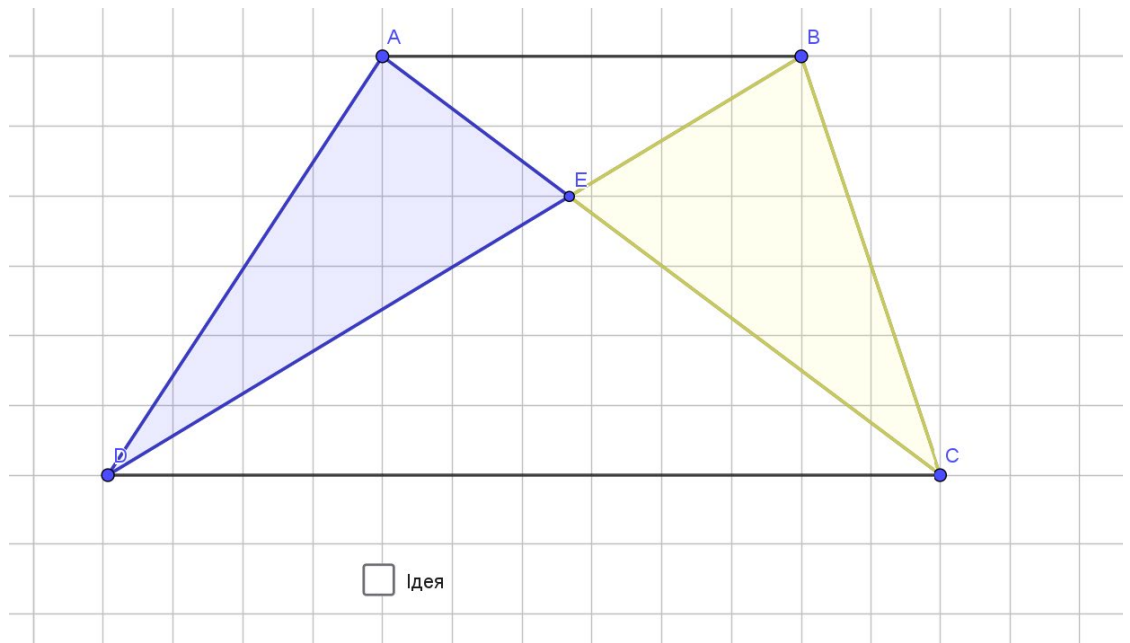
Задача. Довести, що два опуклі чотирикутники, у яких середини сторін співпадають, мають однакові площі.



Відобразимо паралелограм з вершинами що є серединами сторін цих чотирикутників. Учні легко встановлять, що площа паралелограм у двічі менша за площу кожного чотирикутника.



Задача. Довести, що площі трикутників утворених діагоналями і бічними сторонами трапеціями є рівними.



Спочатку відображаємо лише трикутники площі яких порівнюємо. Потім відображаємо зелений трикутник. Учні бачать, що площа зеленого і синього рівна площі зеленого і жовтого, тому площі синього і жовтого трикутників є рівними.

