

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики і інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття другого(магістерського) рівня вищої освіти
на тему **«Особливості використання ІКТ при вивченні «Координати і
вектори» у старшій школі»**

Виконала:

Керівник:

Національна шкала:

Університетська шкала:

Оцінка ECTS: _____

Рецензент:

Івано-Франківськ – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПЕДАГОГІЧНИХ АСПЕКТІВ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ.....	6
1.1 Огляд вивчення теми "Координати і вектори"	6
1.2 Роль і місце елементів стереометрії в розвитку просторового мислення учнів	14
РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У ВИВЧЕННІ ТЕМИ «КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ».....	22
2.1. Роль ІКТ в освітньому процесі для вивчення координат та векторів	22
2.2. Розв’язання задач з теми «Координати та вектори».....	29
РОЗДІЛ 3. РЕСУРС «ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ»	37
3.1. Розробка ресурсу	37
3.2. Апробація розробки	43
ВИСНОВКИ.....	47
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	49
ДОДАТКИ	54

ВСТУП

Актуальність дослідження. Математика є основним показником готовності суспільства до майбутніх змін. Тому навчання математики в школі спрямоване не лише на формування знань, умінь та навичок, а й на розвиток інтелектуальних та дослідницьких здібностей, здатності до самоосвіти і самоаналізу. Сучасна освіта приділяє особливу увагу формуванню математичного мислення, творчих здібностей та інтуїції, що є важливими для майбутньої професійної діяльності.

Вивчення координат і векторів є особливо важливим, оскільки метод координат є основним для дослідження властивостей геометричних фігур в аналітичній геометрії. Використання координатного та векторного методів значно спрощує виклад теоретичного матеріалу, доведення теорем і розв'язання задач.

Проблеми розвитку геометричних знань, умінь та навичок учнів старшої школи активно вивчаються українськими та зарубіжними науковцями, такими як Жалдак М., Занкович Н., Щоголева Т. та інші [17, 18, 43]. Основними проблемами геометричної освіти є зацікавлення учнів у навчанні, зв'язок стереометрії з реальним життям, побудова систематичного курсу стереометрії для старшої школи, вибір методів та засобів навчання, використання ІКТ, інтерактивних технологій та формування умінь пошуку розв'язання задач.

Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) відіграють ключову роль у викладанні математики, особливо в темах "Координати і вектори". ІКТ дозволяють візуалізувати складні геометричні поняття та процеси, що сприяє кращому розумінню учнями матеріалу. Використання комп'ютерних програм та додатків для побудови графіків, моделювання векторних операцій та розв'язання задач на координати значно полегшує навчальний процес і робить його більш інтерактивним.

ІКТ також полегшують індивідуалізацію навчання, оскільки дозволяють враховувати різний рівень підготовки учнів та адаптувати завдання під їхні потреби. Використання онлайн-ресурсів, відеоуроків та інтерактивних завдань допомагає учням самостійно опановувати матеріал та покращувати свої знання та вміння. Таким чином, впровадження ІКТ у навчальний процес при вивченні теми "Координати і вектори" у старшій школі є важливим кроком до підвищення якості математичної освіти та розвитку геометричної компетентності учнів.

Мета дипломної роботи полягає у визначенні та аналізі особливостей використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) при вивченні теми «Координати і вектори» у старшій школі.

Завдання дослідження наступні:

1. Провести аналіз педагогічних аспектів використання ІКТ у викладанні математики, зокрема теми «Координати і вектори».
2. Дослідити роль і значення ІКТ у сучасному освітньому процесі.
3. Розробити методичні рекомендації щодо використання ІКТ при вивченні теми «Координати і вектори» у старшій школі.
4. Створити та апробувати ресурс «Досліджуючи координати», який дозволяє інтерактивно вивчати координатну і векторну тематику.
5. Провести експериментальну перевірку ефективності використання ІКТ у процесі навчання теми «Координати і вектори».

Об'єктом дослідження постає процес навчання математики у старшій школі з використанням інформаційно-комунікаційних технологій.

Предметом дослідження є особливості використання ІКТ при вивченні теми «Координати і вектори» у старшій школі, їх вплив на навчальні результати учнів, методика та засоби інтерактивного навчання.

Методи дослідження. Для досягнення мети та виконання завдань дослідження були використані такі методи: аналіз та синтез(для опрацювання наукових джерел, вивчення існуючих програм використання

ІКТ у навчанні математики, а також для узагальнення отриманих даних з метою формулювання висновків та рекомендацій), класифікація та систематизація(для організації та структурування інформації щодо методик викладання теми «Координати і вектори» за допомогою ІКТ, інноваційних технологій та педагогічних підходів), анкетування та інтерв'ю(для отримання додаткових даних щодо ефективності використання ІКТ у навчальному процесі, а також для визначення потреб і побажань учасників навчального процесу).

Структура роботи. Дипломна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаної літератури та додатків. Загальний обсяг дипломної роботи складає 55 сторінок. Список використаних джерел нараховує 43 найменування.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПЕДАГОГІЧНИХ АСПЕКТІВ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

1.1 Огляд вивчення теми "Координати і вектори"

Орієнтація шкільних уроків математики на практичне застосування має на меті покращення якості математичної освіти учнів, формування умов для їх інтелектуального зростання та забезпечення можливостей для використання математичних знань у реальних життєвих ситуаціях і майбутній професійній діяльності. Важливість математики у формуванні логічного мислення, просторових уявлень, уяви, алгоритмічного та інформаційного мислення, розвитку уваги та пам'яті є надзвичайно важливою для шкільної системи.

«Вивчення геометрії у школі не лише забезпечує засвоєння наукових фактів, але й сприяє формуванню розуміння навколишнього світу» [9]. Основними завданнями вивчення геометрії у середній школі є наступні(рис.1.1.):

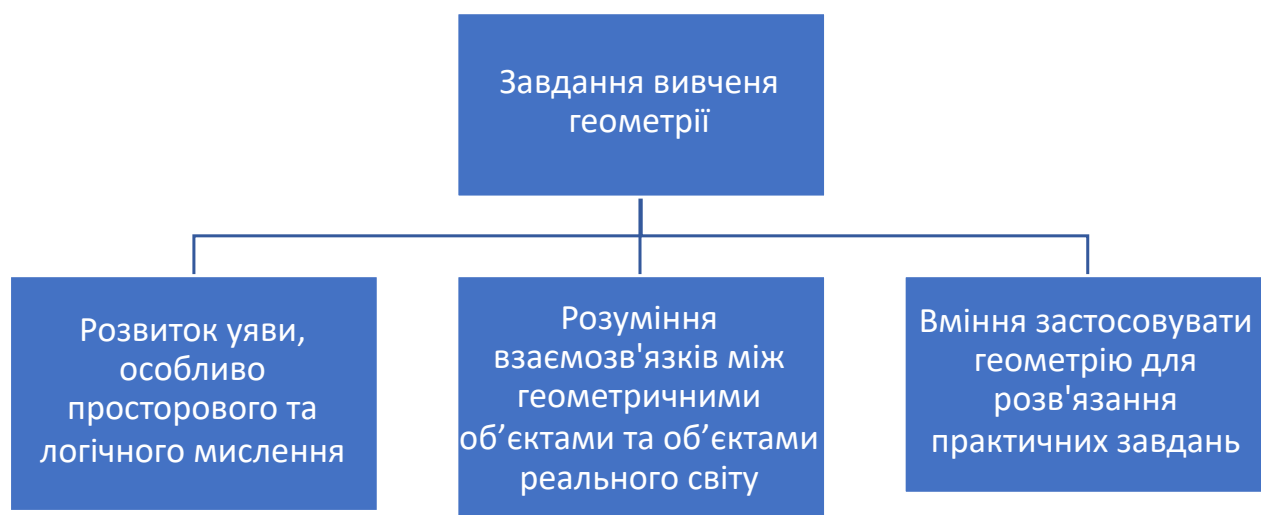


Рис.1.1. Завдання вивчення геометрії у середній школі.

Проте реалізація цих завдань на практиці стикається з численними труднощами, більшість з яких мають об'єктивний характер. Це пов'язано зі складністю предмета та видами діяльності, які необхідно освоїти учням. «Навчальна програма з математики для 5-9 класів включає базові знання про плоскі фігури (відрізки, промені, прямі, кути, трикутники, прямокутники, квадрати і кола) та об'ємні фігури (прямокутники, куби і піраміди)» [24]. Вивчення математики у 5-9 класах є хорошою підготовкою до вивчення математики у 10-11 класах. Цей курс готує учнів до вивчення геометрії в 11 класі. Його основною метою є повторення, систематизація та розширення знань про геометричні фігури в просторі, щоб учні могли обчислювати площу поверхні та об'єм об'єктів, які їх цікавлять.

Однією з ключових ідей, представлених у Концепції шкільної математичної освіти, є «гармонійний розвиток особистості та розвиток творчих здібностей для вирішення важливих життєвих проблем» [24]. Геометрія має ключове значення в цьому процесі, оскільки є важливою частиною культурної спадщини, що сприяє формуванню мислення, розвитку уяви, просторових уявлень і практичних навичок. Сучасні програми з математики для загальноосвітніх та професійних навчальних закладів розроблені відповідно до вимог Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти, які передбачають вивчення математики через кілька взаємопов'язаних розділів. Інтеграція елементів стереометрії з площинними матеріалами дозволяє формувати цілісні та стійкі знання, які сприяють розвитку просторових уявлень і інтуїції учнів. Часті переходи від двовимірних площин до тривимірного простору допомагають розвивати просторове мислення.

Проте питання щодо визначення змісту та обсягу тривимірного матеріалу на уроках математики в початковій школі, його інтеграції в навчальну програму, а також відповідність освітнім потребам учнів у контексті диференційованого навчання залишаються недостатньо

розробленими. Крім того, методологія дослідження ще потребує вдосконалення, оскільки відсутня розроблена система завдань, яка б могла забезпечити всебічне вивчення цих аспектів. Іншими словами, стереометричний матеріал природно інтегрується з поняттями і явищами планіметрії, не змінюючи суттєво внутрішню логічну структуру курсу. Планіметрія буде вивчатися на систематичному рівні відповідно до існуючих державних програм, з відповідним обґрунтуванням і доведенням розглянутих фактів [35], тоді як стереометрія розглядатиметься на ознайомчому рівні.

Стереометричний матеріал, що вивчається у 7-9 класах, має деяку схожість з матеріалом 5-6 класів за назвою, але зміст поступово збагачується новими логіко-математичними ознаками, а сформовані образи трансформуються в математичні поняття з чіткими визначеннями. Серед основних завдань стереометрії: формування понять многогранників і тіл обертання та вивчення їх властивостей; розвиток умінь застосовувати формули площ поверхонь і об'ємів для вирішення прикладних задач; розвиток конструктивних навичок і графічної грамотності учнів.

Вивчення стереометрії повинно проводитися рівномірно з 7 по 9 клас, забезпечуючи безперервність навчання. Для цього необхідно широко використовувати моделі, таблиці та малюнки, щоб забезпечити ґрунтовне і усвідомлене вивчення стереометричних понять. У 10-11 класах систематичний курс стереометрії розкриває складність систематичного вивчення стереометричного матеріалу, обґрунтовуючи теоретичні твердження на більш глибокому рівні [35]. У старшій школі, як і в початковій, геометрія має навчити учнів правильно сприймати навколишній світ. Однак стереометрія пропонує більше можливостей для цього. Вона сприяє формуванню просторової уяви, розвитку логічного мислення та навичок застосування геометрії для вирішення практичних задач. Вивчення цих завдань починається з теми «Паралельність прямих і

площин у просторі» [17]. Ця тема є основою для вивчення стереометрії, яка розглядається як просторової геометрії. Особливу увагу слід приділити проведенню прикладної орієнтації на цю тему. «Основний акцент робиться на формуванні чіткого уявлення про взаємозв'язки між геометричними об'єктами (прямими і площинами) і їх відношення до об'єктів навколишнього світу. Вивчаючи цю тему, учні вчаться зображати просторові фігури на площині та використовувати ці зображення для вирішення задач» [17].

У 10 класі курс геометрії завершується вивченням теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» [22]. «Особлива увага приділяється формуванню основних понять, таких як загальне поняття відстані, поняття кута як міри розташування прямих і площин, та двогранні кути як геометричні фігури. Введення перпендикулярності прямих і площин (математична модель поняття перпендикулярності), перпендикулярності площин та взаємозв'язків між відстанями і кутами значно покращує моделюючі можливості курсів стереометрії» [22].

Тема «Координати і вектори» надає можливість застосувати нові підходи до вивчення прямих і площин у просторі. Одним з основних завдань при вивченні теми «Координати і вектори» є узагальнення методів використання векторів і координат у просторі. В 11 класі в темах «Многогранники» та «Тіла обертання» [31] розглядаються основні види та властивості геометричних тіл. Під час вивчення цієї теми дуже важливо використовувати підхід, який сприяє розвитку навичок розпізнавання та класифікації об'єктів і їхніх поверхонь. Такий підхід повинен включати визначення композиції, які дозволяють виявити спільні риси між призмами і циліндрами, а також між пірамідами і конусами. Корисно розглядати ці групи об'єктів паралельно при аналізі їхніх властивостей.

Під час вивчення теми «Об'єм і площа поверхні геометричних тіл» [31] важливо ознайомитися з різними методами обчислення об'єму та площі

поверхні. «При вивченні площі поверхні об'єктів доцільно застосовувати концепцію розгортки, яка має природне і практичне значення» [1].

Навчальна програма з математики передбачає використання діяльнісного підходу як ключового елемента для успіху навчання [26; 27]. Вивчення математики в старшій школі розділене на чотири рівні: стандартний, профільний та поглиблене вивчення математики, кожен з яких має власну навчальну програму. «Програма стандартного рівня орієнтована на формування базових математичних знань як частини загальної культурної освіти, без акценту на подальше вивчення математики або її професійне застосування. Профільний рівень програми зосереджений на підготовці учнів до професій, тісно пов'язаних з математикою. Програма поглибленого вивчення математики забезпечує детальніше опанування предмета для учнів 8-11 класів» [27]. Розподіл годин для вивчення математики за різними рівнями змісту освіти представлений у таблиці 1.1.

Таблиця 2.1

Розподіл годин на вивчення математики за різними рівнями змісту освіти

Навчальні предмети	Кількість годин на тиждень у класах					
	Рівень стандарту		Профільний рівень		Рівень поглибленого вивчення	
	10	11	10	11	10	11
Математика	3	3	-	-	-	-
Алгебра та початки аналізу	-	-	5	5	5	5
Геометрія	-	-	4	4	4	4

У нашому дослідженні ми зосередимося на двох основних рівнях (стандартний рівень і профільний рівень), а також розглянемо особливості навчальної програми для учнів 10-11 класів ліцеїв.

Стандартний рівень. «Метою навчання математики на стандартному рівні є насамперед формування загальної математичної освіти та розвиток математичного мислення, тобто здатності класифікувати об'єкти, виявляти закономірності, визначати зв'язки між різними явищами та висловлювати обґрунтовані судження. Розвиток практичних навичок з математики є однією з основних цілей математичної освіти» [36]. Комплексне та систематичне використання математичного моделювання протягом всього курсу є ефективним способом впровадження практичної спрямованості в шкільних уроках математики. Це включає в себе впровадження основних понять, виявлення зв'язків між ними, визначення характеру прикладів і доведень, а також організацію систем вправ і контролю. Іншими словами, навчання математики повинно бути таким, щоб учні могли застосовувати її в реальних ситуаціях.

Програма дозволяє вивчення геометрії та алгебри, а також основ аналізу як разом, так і окремо. Порівняно з розділенням курсу математики на два окремих предмети («Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія»), перший підхід має певні переваги на стандартизованому рівні навчання. Він забезпечує єдність математичної освіти, дозволяє зосередитися на невеликій кількості ключових понять і фактів за певний час, оптимально розподілити час на вивчення тем з урахуванням особливостей учнів, а також підтримує природні зв'язки як всередині тем, так і між ними [27].

За навчальною програмою стандартного рівня на вивчення математики у 10 класах відводиться 105 годин. Розподіл навчального часу на вивчення окремих тем та орієнтовна кількість контрольних робіт у разі сумісного вивчення алгебри і початків аналізу та геометрії у 10-му класі подано в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Розподіл навчального часу на вивчення окремих тем з математики,
рівень стандарту у 10-му класі

№ теми	Назва теми	Кількість годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Вступ	2	Діагностична
II	Функції, їхні властивості і графіки	22	1
III	Паралельність прямих і площин у просторі	22	1
IV	Тригонометричні функції	26	1
V	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	22	1
VI	Резерв часу і повторення	9	1

При окремому вивченні алгебри, початків аналізу і геометрії в 10-му класі є сенс розглянути ці теми в однаковому обсязі. Можливий тематичний план для предмету «Геометрія» наведений у таблиці 1.3.

Таблиця 2.3

Орієнтовний тематичний план вивчення предмету «Геометрія»

№ тем и	Назва теми	Кількіст ь годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Вступ	1	
II	Паралельність прямих і площин у просторі	22	1
III	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	22	1
IV	Резерв часу і повторення	6	1

У таблиці 1.4 наведено розподіл навчального часу на вивчення тем та орієнтовну кількість контрольних робіт при інтегрованому вивченні алгебри, початків аналізу і геометрії в 11-му класі.

Таблиця 1.4

Розподіл навчального часу на вивчення окремих тем з математики, рівень стандарту в 11-му класі

№ тем и	Назва теми	Кількість годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Повторення курсу математики 10 класу	2	Діагностична
II	Показникова та логарифмічна функції	12	1
III	Координати і вектори	10	1
IV	Похідна та її застосування	14	1
V	Інтеграл та його застосування	10	1
VI	Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.	37	2
VII	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	10	1
VIII	Резервний час і повторення	10	1
	Разом	105	8

Таблиця 1.5

Орієнтовний тематичний план вивчення предмету «Геометрія»,
рівень стандарту

№ тем и	Назва теми	Кількість годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Вступ	1	
II	Координати і вектор	10	1
III	Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	37	2
IV	Резервний час і повторення	3	
	Разом	51	3

Профільний рівень підготовки має на меті забезпечення загальноосвітньої математичної підготовки, яка необхідна для успішної самореалізації особистості в сучасному соціальному середовищі, її соціалізації, а також для ефективного вивчення фізики та інших природничих дисциплін. Це також важливо для подальшого навчання у вищих навчальних закладах за спеціальностями, де математика є ключовою або використовується як інструмент для вивчення та аналізу реальних явищ і процесів [41].

Приблизний розподіл навчального часу на вивчення тем і орієнтовна кількість контрольних робіт у рамках програм профільного рівня представлені в таблицях 1.6 та 1.7.

Таблиця 1.6

Орієнтовний розподіл навчального часу з предмету «Геометрія 10-й клас»

№ тем и	Назва теми	Кількість годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	20	2
II	Вступ до стереометрії	10	1
III	Паралельність прямих і площин у просторі	30	2
IV	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	35	2
	Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час	10	1

Таблиця 2.7

Орієнтовний розподіл навчального часу «Геометрія 11-й клас».

№ тем и	Назва теми	Кількість годин	Орієнтовна кількість контрольних робіт
I	Многогранники	24	3
II	Тіла обертання	21	2
III	Об'єми многогранників	16	2
IV	Об'єми та площі поверхонь обертання	16	2
	Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час	□	□

1.2 Роль і місце елементів стереометрії в розвитку просторового мислення учнів

Навчання є складним і багатогранним процесом, основною метою якого є розвиток цілісного уявлення про матеріальний світ навколо нас. Для

досягнення цієї мети важливо враховувати фізіологічні, психологічні та педагогічні аспекти процесу. Просторове мислення є частиною чуттєво-образного мислення і не є ані вродженим, ані апріорним. Воно розвивається в процесі становлення особистості. Для правильного розвитку просторового мислення необхідно спиратися на досягнення в фізіології та психології, зокрема на відкриття асиметрії функцій півкуль головного мозку. Раніше вважалося, що півкулі головного мозку виконують однакові функції, але дослідження Р. Сперрі та його послідовників, а також вітчизняні наукові роботи, продемонстрували функціональні відмінності між півкулями в сприйнятті образів і формуванні думок.

Просторове мислення відіграє важливу роль у загальному психологічному розвитку особистості. Воно забезпечує формування загального та динамічного способу мислення про навколишній світ, його соціальні цінності, емоційне ставлення до реальних подій, а також їх етичну та естетичну оцінку. Учні розвивають навички просторової орієнтації через різні види діяльності, такі як ігри, спостереження, трудова діяльність, малювання, конструювання та моделювання. Математика відіграє ключову роль у формуванні просторового мислення, оскільки на уроках математики вивчаються такі аспекти як форма (прямокутник, квадрат, коло, овал тощо), розмір (великий, маленький), довжина (довгий, короткий), положення в просторі та просторові відношення (в центрі, праворуч, ліворуч тощо).

За визначенням Богдановича М., «математика є наукою, яка вивчає кількісні відносини і просторові форми в реальному світі» [8]. З цього визначення випливає, що однією з основних тем математики є форма і простір. «Знання про простір, набуті в курсах математики, сприяють успішному навчанню з інших предметів. Проблемі формування просторового мислення присвячено багато досліджень філософів, психологів, фізіологів, педагогів і методистів. Стереометрія допомагає розвивати мислення, пам'ять, увагу, творчу уяву та спостережливість учнів,

що є важливою передумовою для формування просторового мислення. Уроки стереометрії поєднують високий рівень абстракції з геометричною наочністю» [19]. Водночас лише невеликий відсоток учнів здатен вирішувати геометричні задачі на абстрактному рівні, що підтверджують спостереження вчителів математики. За результатами пост-тестів, тільки 28% учнів правильно розв'язували тривимірні задачі, а на іспитах з математики випускники шкіл зазвичай вирішують лише плоскі задачі або взагалі не вирішують геометричних задач [39].

Основною причиною цієї ситуації є недостатній рівень розвитку просторового мислення учнів та обмежений досвід у геометричній діяльності. Наприклад, вивчення властивостей фігур і формування початкових геометричних понять в основному орієнтоване на набуття практичних навичок, пов'язаних із розв'язуванням практичних задач. Один з найважливіших етапів у навчанні геометрії — це «створення правильних наочних малюнків (ескізів) відповідно до умови задачі» [22]. Однак, навіть ідеально виконані малюнки не мають доказової сили у процесі вивчення геометрії. Тому, якщо побудова фігури згідно з умовою задачі ґрунтується на логічній строгості та аргументах, що впливають з характеру паралельних проекцій на зображенні фігури, точний і якісний рисунок може бути важливою допомогою у розв'язанні задачі.

Як показує практика, багато учнів, які починають вивчати стереометрію, стикаються з труднощами у сприйнятті та ідентифікації об'єктів у просторі. Проблеми посилюються, коли для креслень потрібні додаткові малюнки, особливо при побудові перерізів многогранників різними способами. Побудова перерізів многогранників є важливою частиною стереометрії, роблячи предмет наочним і зрозумілим, а також сприяє формуванню конструктивного просторового уявлення у учнів [42].

Сучасні дослідження демонструють, що використання комп'ютерних засобів для вивчення геометрії підвищує зацікавленість

учнів, розвиває концептуальне розуміння і забезпечує візуальне представлення основних геометричних понять. Це стимулює творче мислення і заохочує дослідницьку діяльність. Використання сучасних інформаційних технологій дозволяє поєднувати обчислювальні навички з візуалізацією результатів на всіх етапах розв'язання задач. Завдяки комп'ютеру як інструменту моделювання учні можуть отримувати графічні образи, які сприяють розумінню нових понять, розвитку творчого мислення і формуванню просторових уявлень [43]. Цей досвід формується через активне перетворення реальних об'єктів і їх геометричних форм, а також через взаємодію в дво- та тривимірному просторах.

При розробці навчальної програми автори намагаються створити умови для узагальнення вже набутого учнями досвіду орієнтування в реальному просторі. Цей досвід допомагає отримати математичні (тривимірні) знання і забезпечує плавний перехід від візуальних уявлень до теоретичних побудов. Вміння здійснювати математичні операції, такі як симетрія і обертання, полегшить учням виконання розрахунків у старших класах. Сучасна програма з геометрії має три основні завдання, незважаючи на різноманітні освітні цілі(рис.1.2.):

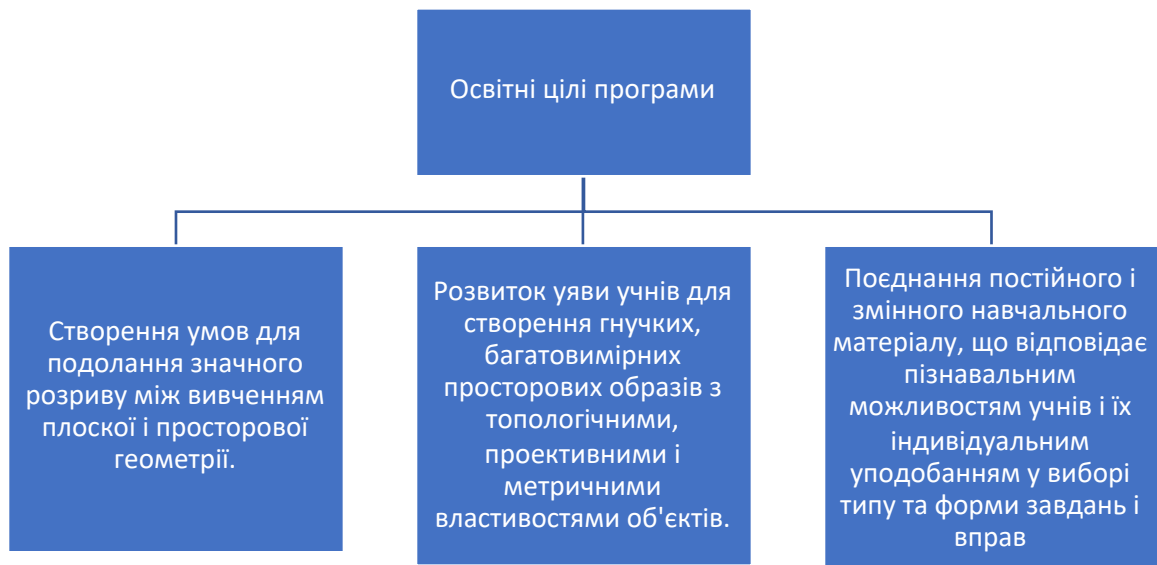


Рис.1.2. Освітні цілі програми з геометрії.

«Розвиток просторового мислення на високому рівні є необхідною умовою для успішного засвоєння загальноосвітніх і спеціальних технічних дисциплін на всіх етапах навчання». Просторове мислення є важливим аспектом підготовки до практичної діяльності в багатьох професіях. При належному навчанні діти легко справляються із завданнями, що включають трансформацію елементів зображення, добре описують геометричні фігури і можуть виконувати тривимірне сканування об'єктів на основі своїх візуальних уявлень.

Одна з ключових умов розвитку просторової уяви – це практична діяльність. Вчитель математики в старших класах стикається з певними труднощами при навчанні стереометрії з перших уроків. При ознайомленні з аксіомами стереометрії учні часто мають слабкі просторові уявлення. Початкові знання з цього розділу мають абстрактний характер, і їх засвоєння часто базується на запам'ятовуванні, що призводить до певного формалізму в знаннях.

Більшість цих труднощів можна подолати, якщо теоретичний матеріал вводиться на ранньому етапі навчання через завдання, що

вимагають побудови просторових фігур або створення їх зображень. Використання структурованих завдань є важливим для навчання стереометрії, оскільки воно не тільки формує просторові уявлення учнів, але й дозволяє візуалізувати предмет, зробити його більш зрозумілим і цікавим, систематизувати знання і підвищити ефективність навчання. Композиційні завдання є основою роботи, що сприяє розвитку навичок створення форм, читання і розуміння креслень, а також встановлення зв'язків між частинами. Найкращі результати у розвитку просторового мислення досягаються завдяки використанню таких завдань. Час, витрачений на їх виконання, оправданий, оскільки він дозволяє конкретизувати теоретичний матеріал і, як наслідок, формувати просторові уявлення учнів більш ефективно.

Практична орієнтація уроків стереометрії у школах є важливим аспектом математичної освіти і слугує основою для ефективнішого засвоєння учнями математичних знань, умінь і навичок, а також для їх застосування в практичних ситуаціях. Така орієнтація сприяє формуванню стабільної мотивації до навчання в цілому та до математики зокрема. У сучасних умовах, що постійно змінюються, важливість реалізації прикладної спрямованості в контексті модернізації якості і характеру математичної освіти зростає [32].

Прикладна спрямованість стереометрії в шкільній програмі передбачає, що цілі, зміст та методи навчання зосереджені на тому, щоб через математичне моделювання надати учням знання, уміння та навички, які можуть бути використані в різних аспектах життєдіяльності. Це забезпечує представлення стереометрії як важливого та корисного предмета, що допомагає підтримувати інтерес та зацікавленість до її вивчення [8]. «Комплексне застосування методів математичного моделювання є ефективним як у процесі навчання стереометрії, так і для формування вмінь розв'язувати прикладні задачі» [41]. Включення

дидактичного матеріалу з прикладним спрямуванням, регулярне розв'язування і створення власних прикладних задач, візуалізація тривимірних об'єктів через моделювання, наприклад, за допомогою техніки орігамі, а також використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (програмного забезпечення GRAN-3D та комп'ютерних програм «Stereometry for us») є доречними і систематичними методами.

Впровадження методу математичного моделювання, який використовує системи моделей, заснованих на реальних об'єктах з урахуванням їх форми і розмірів, сприяє легшому засвоєнню стереометрії та розвитку геометричного світогляду учнів. Система математичних моделей допомагає учням планувати, організовувати та контролювати свою навчальну діяльність. Вивчення абстрактних стереометричних концепцій і розв'язування таких задач підвищує мотивацію до освоєння математичних моделей. Одержані знання формують у учнів системність і послідовність [36].

Методи та засоби навчання, які використовують вчителі, повинні бути орієнтовані на реалізацію практичного аспекту навчання. Вчителі повинні частіше підкреслювати універсальність математичних методів і ілюструвати їх практичне застосування на конкретних прикладах. Математичний підхід до розуміння об'єктивного світу дозволяє глибше проникнути в суть явищ і відкрити приховані закономірності. Математика здатна детальніше і повніше відобразити явища і процеси матеріального світу, ніж це можна зробити тільки через безпосереднє спостереження та експеримент. Наявність знань є активним ресурсом для учнів, але не завжди вони можуть застосовувати ці знання в конкретних ситуаціях. Ця здатність формується під час відповідних освітніх впливів і забезпечує учням знання, на які вони можуть спиратися у своїй діяльності. Подібний рівень математичної освіти досягається через навчання, яке акцентує увагу на зв'язках математики з навколишнім світом і сучасним виробництвом.

Зв'язки між математикою та виробництвом встановлені через такі факти(рис.1.3.):

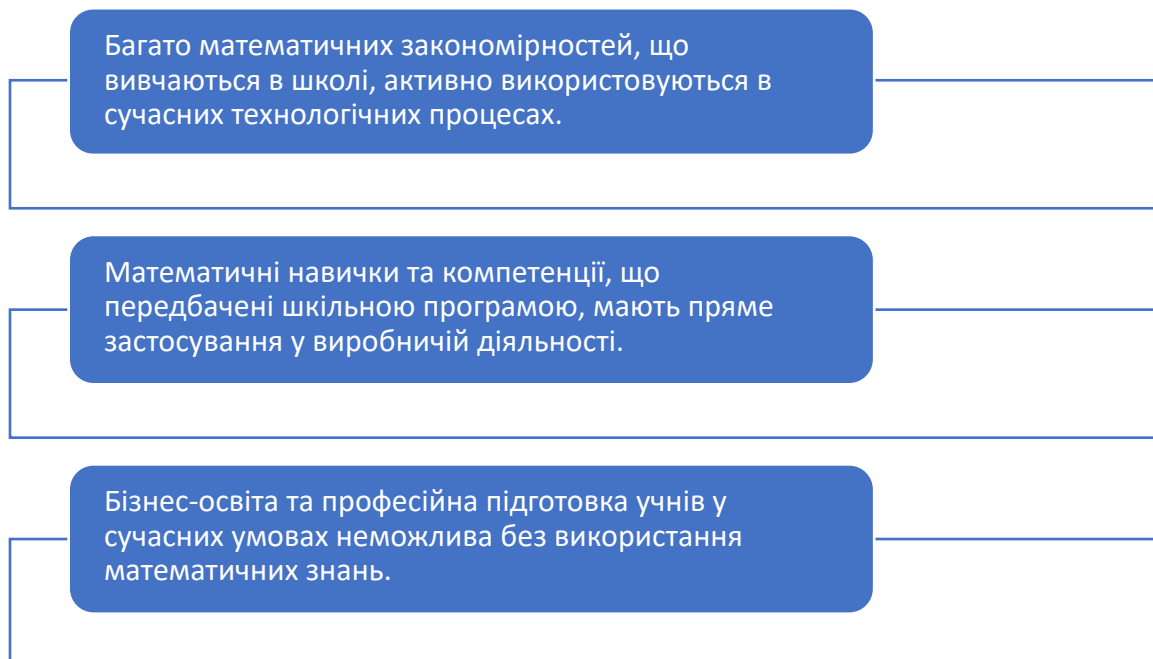


Рис.1.3. Фактори зв'язку між математикою та виробництвом.

Зв'язок між вивченням математики та виробництвом є ефективним способом реалізації принципу інтеграції теорії і практики. Це дозволяє учням конкретизувати свої знання і усвідомити їх важливість у реальному світі [41]. Актуальність проблеми та потреба її вирішення визначили створення набору практичних завдань, які можуть бути використані під час вивчення геометрії в курсах математики як стандартного, так і профільного рівня. Отже, робота над комплексними системами прикладних стереометричних задач є ефективним методом стимулювання пізнавальної активності старшокласників. Це досягається завдяки підвищенню інтересу до геометрії шляхом акцентування на реальному життєвому значенні стереометричних знань.

РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У ВИВЧЕННІ ТЕМИ «КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ»

2.1. Роль ІКТ в освітньому процесі для вивчення координат та векторів

Сучасний інформаційний потік, реклама, використання комп'ютерних технологій у телебаченні, а також поширення ігрових приставок, електронних іграшок та комп'ютерів значно впливають на виховання дітей і їх сприйняття навколишнього світу. Змінився і характер їхньої улюбленої діяльності, зокрема гри, а також захоплення та улюблені герої. Раніше діти могли отримувати інформацію через традиційні канали: підручники, довідкову літературу, лекції вчителів, конспекти уроків. Сьогодні, в умовах сучасних реалій, вчителям необхідно впроваджувати нові методи подачі інформації [43].

Дослідження показали, що кожен учень має індивідуальні особливості у засвоєнні знань. Раніше було важко знайти індивідуальний підхід до кожного учня, але з розвитком комп'ютерних мереж і онлайн-ресурсів школи отримали можливість адаптувати подачу нової інформації відповідно до потреб кожного учня. Важливо навчити дітей швидко освоювати, перетворювати та використовувати великі обсяги інформації в практичній діяльності. Для цього потрібно організувати навчальний процес так, щоб учень активно працював на уроці, з інтересом і захопленням виконував завдання, спостерігав результати своєї праці і міг їх оцінити.

Вирішення складних завдань, що постають перед вчителем, може бути значно полегшене шляхом інтеграції традиційних методів навчання з сучасними інформаційними технологіями, зокрема комп'ютерними засобами. Зокрема, використання комп'ютера в навчальному процесі робить його більш гнучким, диференційованим та індивідуально орієнтованим. Сучасний комп'ютер, поєднуючи в собі функції телевізора, відеомагнітофона, книги та калькулятора, стає універсальним

інструментом, здатним імітувати різні іграшки та ігри. Це дозволяє комп'ютеру стати активним партнером у навчанні, який тонко реагує на дії та потреби дитини. Для вчителів використання комп'ютера є привабливим, оскільки воно дозволяє краще оцінювати здібності учня, зрозуміти його потреби та стимулює пошук нових і нетрадиційних методів навчання.

Вся педагогічна технологія є інформаційною технологією, оскільки основою навчального процесу є обробка і передача інформації. Термін "комп'ютерні технології" більш точно описує технології навчання, що використовують комп'ютер. Комп'ютерні (або нові інформаційні) технології навчання включають процес підготовки і передачі інформації за допомогою комп'ютера [43].

Комп'ютер відкриває вчителям нові горизонти, надаючи можливість разом з учнями насолоджуватися захоплюючим процесом навчання. Завдяки сучасним технологіям можна розширювати межі шкільного класу і занурюватися в яскравий, барвистий світ навчання. Такі заняття підвищують емоційний настрій учнів, і навіть ті, хто відстає в навчанні, з радістю працюють з комп'ютером. Інтеграція комп'ютера в уроки дозволяє вчителю делегувати частину завдань на ПК, роблячи навчальний процес більш захоплюючим і різноманітним. Це спрощує запис визначень, теорем та інших ключових матеріалів, оскільки вчителю не потрібно повторювати текст кілька разів — він просто виводить його на екран, а учні можуть одразу бачити потрібний фрагмент без очікування.

При підготовці уроку з використанням ІКТ вчитель повинен пам'ятати, що це урок, тому потрібно скласти план уроку відповідно до його цілей. Відбір навчального матеріалу має відповідати основним дидактичним принципам, таким як систематичність, послідовність, доступність та індивідуальний підхід. Комп'ютер у цьому випадку не є заміною вчителя, а лише доповнює його. Такому уроку властиво таке(рис.2.1.):

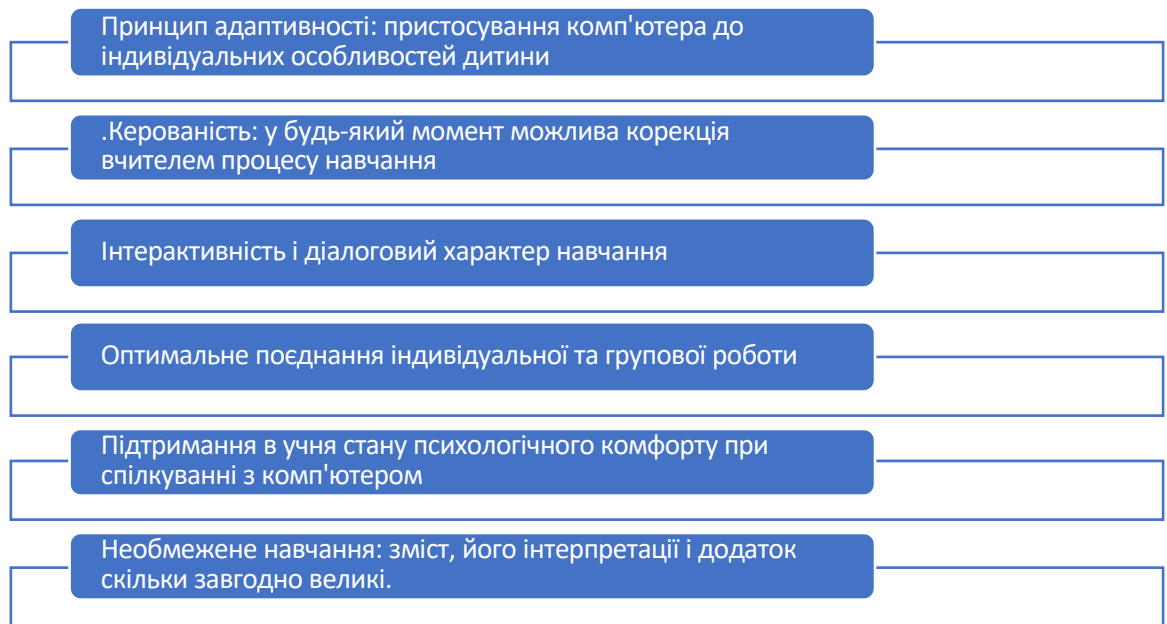


Рис.2.1. Особливості проведення уроку з використанням ІКТ.

Використання комп'ютерних тестів і діагностичних інструментів на уроках дає можливість швидко отримувати об'єктивну оцінку рівня засвоєння матеріалу кожним учнем і оперативно коригувати навчальний процес. Учні отримують миттєвий результат тестування, що дозволяє їм одразу побачити свої помилки і навчитися на них, що є суттєвою перевагою порівняно з усним опитуванням. Оволодіння сучасними інформаційними технологіями є важливим аспектом навчання. На уроках, інтегрованих з інформатикою, учні здобувають комп'ютерну грамотність і навички використання комп'ютера як універсального інструмента для різних предметів. За допомогою комп'ютера вони вирішують рівняння, створюють графіки і креслення, а також готують тексти та малюнки для своїх проєктів.

Однак, поряд з перевагами, існують також проблеми, що виникають як під час підготовки до таких уроків, так і в процесі їх проведення(рис.2.2).



Рис.2.2. Проблеми під час використання ІКТ на уроках.

Використання сучасних інформаційних технологій у навчанні є однією з найважливіших і стабільних тенденцій у розвитку освітнього процесу на глобальному рівні. В останні роки вітчизняні загальноосвітні школи все частіше впроваджують комп'ютерні технології та інші засоби інформаційних технологій у навчальний процес для різних предметів. Інформатизація значно вплинула на процес навчання, оскільки нові інформаційні та комунікаційні технології сприяють інтенсифікації

освітнього процесу, прискорюють сприйняття і розуміння матеріалу, а також підвищують глибину засвоєння великих обсягів знань [35].

Сучасний підхід до викладання неможливо уявити без інтерактивних методів навчання. Впровадження таких методів у навчально-виховний процес дозволяє вчителям реалізувати свої ідеї, мотивувати учнів та заохочувати їх до самостійного здобуття знань. Інтерактивність передбачає активну взаємодію, перебування у режимі діалогу, що, на відміну від традиційних активних методів, акцентує увагу на широкій взаємодії не лише між вчителем і учнем, але і серед учнів у класі, що підвищує їхню активність на уроці.

Комп'ютерні технології навчання забезпечують кращу запам'ятовуваність матеріалу завдяки наочності подання інформації, прискоренню сприйняття та можливості ефективного узагальнення попередньо вивченого матеріалу. При проведенні таких уроків вчитель реалізує особистісно-орієнтований підхід, формує в учнів навички самостійного навчання, аналізу і порівняння, а також удосконалює їх комп'ютерну грамотність [37].

LearningApps є онлайн-платформою, що підтримує навчальний процес за допомогою інтерактивних модулів. Ці модулі можуть використовуватися як навчальні ресурси або для самостійної роботи. Платформа створює загальнодоступну бібліотеку модулів, які можна повторно використовувати і змінювати. Модулі (називаються Вправами) не інтегровані в конкретні навчальні сценарії, а є універсальними для використання в будь-якому відповідному методичному контексті. Це конструктор для розробки інтерактивних завдань з різних предметів, які можна застосовувати як на уроках, так і в позакласній діяльності.

Вправи представлені у вигляді плиток із зображеннями, які надають коротку інформацію про тип завдання і його назву при наведенні курсора. Завдання класифікуються за категоріями, такими як створення пар,

розподіл, послідовність, заповнення, просте упорядкування, вікторини, пазли та інші. Користувач або вчитель може переглядати шаблони завдань перед створенням власної навчальної розробки. Також для зручності виконання автоматично генерується QR-код для кожної із розроблених вправ.

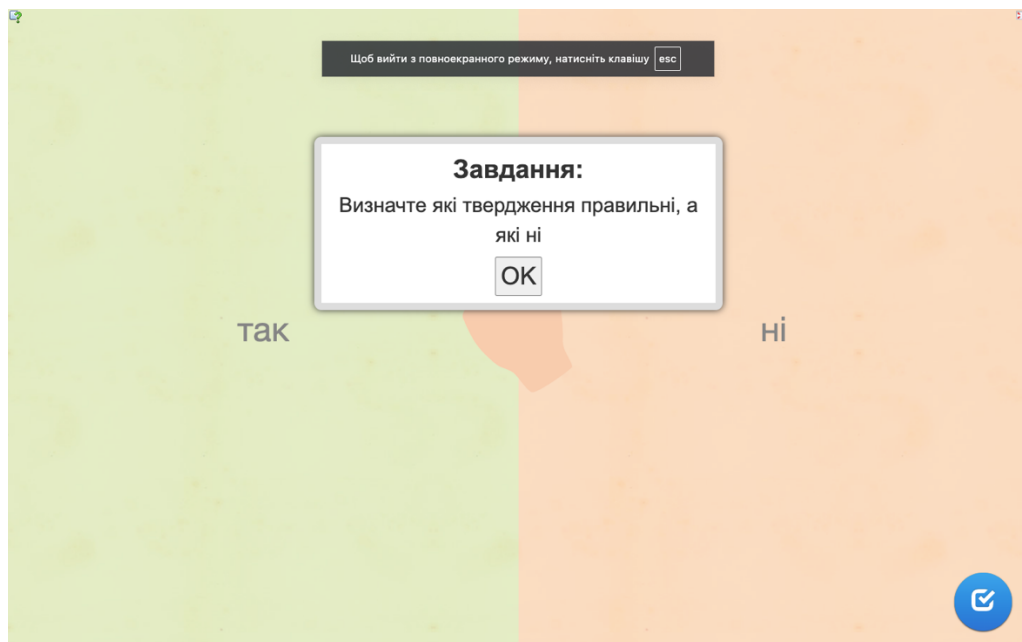


Рис. 2.3. Приклад завдання у формі вікторини.

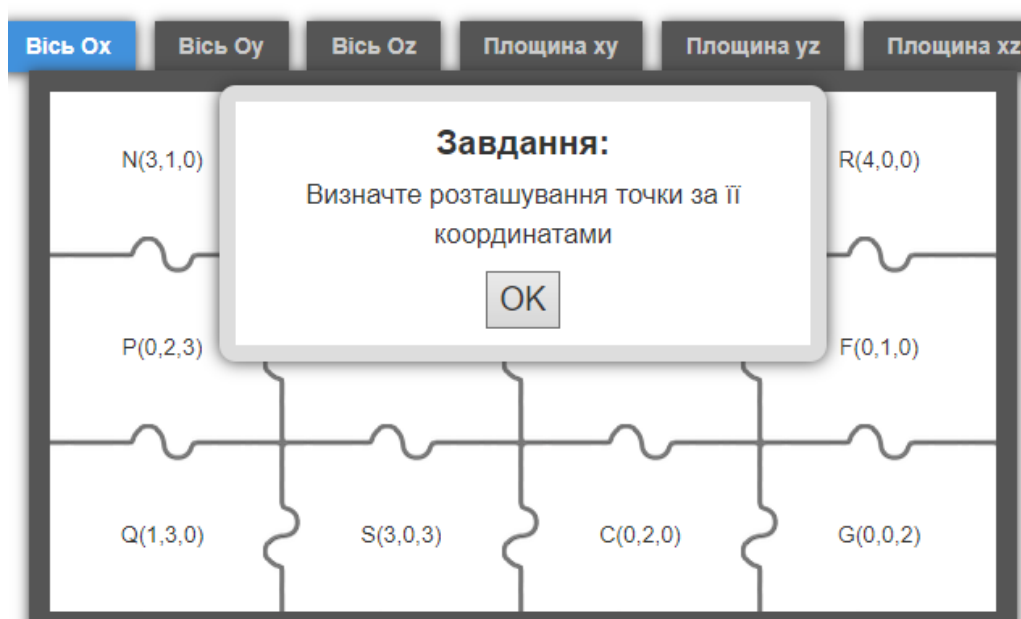


Рис. 2.4. Приклад завдання у формі пазла.



Рис.2.5. QR-код до вправи.

Переваги використання сервісу полягають у тому, що вчитель може активно та Використання сервісу LearningApps пропонує ряд переваг, серед яких можливість активної та зручної роботи вчителя з класом, а також для виконання вправ і надсилання домашніх завдань. Завдяки функції отримання гіперпосилань від учнів, вчитель може легко перевіряти виконання завдань. Створення вправ у LearningApps є простим і захоплюючим, оскільки можливе на основі готових шаблонів.

Сервіс надає широкі можливості для інтеграції інтерактивних технологій в уроки математики. Розробки інших користувачів доступні для перегляду і використання, а також можна додавати ілюстративні відео- і аудіоматеріали. Завдяки цьому, навчальний процес стає легшим і різноманітнішим, а запам'ятовування та повторення матеріалу перетворюється на захопливу гру. Такий підхід забезпечує високий рівень наочності, адже завдання є образними, яскравими і цікавими для учнів. Отже, застосування сервісу LearningApps.org дозволяє всебічно і цілеспрямовано розвивати освітні компетентності учнів і досягати запланованих результатів, залучаючи кожного учня до активної пізнавальної і творчої діяльності [18].

Нижче наведено таблицю з вправами, які можуть бути корисні для узагальнення та систематизації знань учнів при вивченні методу координат.

Таблиця 2.1.

Рекомендаційні вправи з теми «Координати і вектори»

№	Назва вправи	Покликання
1.	«Вектори на площині»	https://learningapps.org/view28124385
2.	«Початкові відомості про вектори»	https://learningapps.org/view22722513
3.	«Координати середини відрізка»	https://learningapps.org/4041947
4.	«Координати та вектори у просторі»	https://learningapps.org/13681875
5.	«Декартові координати на площині»	https://learningapps.org/3849894
6.	«Система координат на площині»	https://learningapps.org/3851406

Сучасний освітній процес активно інтегрує інформаційно-комунікаційні технології. Мережні технології стали ключовим елементом забезпечення рівного доступу до якісної освіти, адже вони дозволяють не лише користуватися інформацією з Інтернету, але й активно поповнювати глобальну мережу новими ресурсами.

Використання онлайн сервісів, хмарних технологій та дистанційних платформ робить навчання більш ефективним, захоплюючим і динамічним. Оскільки технології в освіті постійно еволюціонують, учні повинні постійно адаптуватися до нових вимог та змін у формах і методах контролю та оцінювання знань.

2.2. Розв'язання задач з теми «Координати та вектори»

Задача №1. Знайти точку K , що лежить на прямій $y = x + 1$ та рівновіддалена від точок $A(-5; 3)$, $B(2; -2)$.

Розв'язання:

Нехай точка K має координати $K(x; y)$, а оскільки вона повинна лежати на прямій $y = x + 1$, то її координати можна записати так: $K(x; x + 1)$.

1). Знайдемо квадрати відстаней від точок A та B до точки K :

$$AK^2 = (x + 5)^2 + ((x + 1) - 3)^2,$$

$$BK^2 = (x - 2)^2 + ((x + 1) + 2)^2,$$

За умовою $AK = BK$, а отже $AK^2 = BK^2$.

$$(x + 5)^2 + ((x + 1) - 3)^2 = (x - 2)^2 + ((x + 1) + 2)^2,$$

$$2x^2 + 6x + 29 = 2x^2 + 2x + 13,$$

$$4x = -16,$$

$$x = -4, y = -3.$$

Відповідь: $K(-4; -3)$.

Задача №2. При якому значенні a довжина вектора $\vec{m}$ дорівнює $\sqrt{21}$, якщо $\vec{m} = (a; 1; a + 2)$.

Розв'язання:

Знайдемо довжину вектора $\vec{m}$

$$|\vec{m}| = \sqrt{a^2 + 1^2 + (a + 2)^2} = \sqrt{a^2 + 1 + a^2 + 4a + 4} = \sqrt{2a^2 + 4a + 5}$$

За умовою $|\vec{m}| = \sqrt{21}$. Отже

$$\sqrt{2a^2 + 4a + 5} = \sqrt{21}$$

Піднесемо до квадрату ліву та праву частини рівняння і отримаємо:

$$2a^2 + 4a + 5 = 21$$

$$2a^2 + 4a - 16 = 0$$

Поділимо рівняння на 2, отримаємо:

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

Рівняння розв'яжемо за теоремою Вієта

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = -2 \\ a_1 \cdot a_2 = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = -4 \\ a_2 = 2 \end{cases}$$

Як бачимо, можливі два випадки: коли $a = -4$ або $a = 2$

Обчислимо довжину вектора $\bar{m}$ коли $a = -4$

$$|\bar{m}| = \sqrt{2 - (-4)^2 + 4 \cdot (-4) + 5} = \sqrt{32 - 16 + 5} = \sqrt{21}$$

Тепер обчислимо довжину вектора $|\bar{m}|$ коли $a = 2$

$$|\bar{m}| = \sqrt{2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 5} = \sqrt{8 + 8 + 5} = \sqrt{21}$$

Отже, вектор $\bar{m} = (-4; 1; -2)$ і $\bar{m} = (2; 1; 4)$.

Задача №3. Знайдіть координати вершини D паралелограма $ABCD$, якщо $A(1; -3; 1)$, $B(2; 4; -6)$, $C(3; -1; 1)$.

Розв'язання:

Паралелограм має рівні протилежні сторони. Знайдемо координати векторів (векторами є сторони паралелограма) $\overline{AB}$ і $\overline{DC}$.

Зауваження. Чому шукатимемо координати вектора $\overline{DC}$, а не вектора $\overline{CD}$? Тому, що вектори рівні і мають рівні відповідні координати, рівну довжину і вони однаково напрямлені.

Координати вектора $\overline{AB}$:

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1 - 1; 4 - (-3); -6 - 1) = (1; 7; -7)$$

Нехай точка D має координати (x, y, z) . Координати вектора $\overline{DC}$:

$$\overline{DC} = (x_C - x_D; y_C - y_D; z_C - z_D) = (3 - x; -1 - y; 1 - z)$$

Рівні вектори мають рівні координати:

$$\begin{cases} x_{\overline{AB}} = x_{\overline{DC}} \\ y_{\overline{AB}} = y_{\overline{DC}} \\ z_{\overline{AB}} = z_{\overline{DC}} \end{cases} \quad \begin{cases} 3 - x = 1 \\ -1 - y = 7 \\ 1 - z = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = -8 \\ z = 8 \end{cases}$$

Отже, точка D має координати $(-2; -8; 8)$.

Задача №4. Дано вектори $\bar{a} = (-1; 3; 7)$ і $\bar{b} = (6; 2; -8)$. Знайдіть $\left| 2\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b} \right|$.

Розв'язання:

Обчислимо координати вектора $2\bar{a}$:

$$2\bar{a} = 2 \cdot \overline{(-1; 3; 7)} = (2 \cdot (-1); 2 \cdot 3; 2 \cdot 7) = (-2; 6; 14).$$

Обчислимо координати вектора $\frac{1}{2}\bar{b}$:

Обчислимо координати вектора $2\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$:

$$\begin{aligned} 2\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b} &= \left(x_{2\bar{a}} + x_{\frac{1}{2}\bar{b}}; y_{2\bar{a}} + y_{\frac{1}{2}\bar{b}}; z_{2\bar{a}} + z_{\frac{1}{2}\bar{b}} \right) = (-2 + 3; 6 + 1; 14 + (-4)) \\ &= (1; 7; 10) \end{aligned}$$

Обчислимо координати вектора $2\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$:

$$\left| 2\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b} \right| = \sqrt{1^2 + 7^2 + 10^2} = \sqrt{1 + 49 + 100} = \sqrt{150}.$$

Задача №5. При яких значеннях k вектори $\bar{a} = (k; -2; -1)$ і $\bar{b} = (-3; 6; 3k)$ колінеарні.

Розв'язання:

Колінеарні вектори мають пропорційні властивості відповідно координатам, а саме:

$$\frac{x_{\bar{a}}}{x_{\bar{b}}} = \frac{y_{\bar{a}}}{y_{\bar{b}}} = \frac{z_{\bar{a}}}{z_{\bar{b}}}$$

Маємо

$$\frac{k}{-3} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3k}$$

Знайдемо k з пропорції

$$\frac{k}{-3} = \frac{-2}{6}$$

$$6 \cdot k = -2 \cdot (-3)$$

$$k = 1.$$

Знайдемо k з пропорції

$$\frac{-2}{6} = \frac{-1}{3k}$$

$$-2 \cdot 3k = -1 \cdot 6$$

$$-6k = -6$$

$$k = 1$$

Отже, $k = 1$.

Задача № 6. Знайдіть координати вектора $2 \cdot \bar{e}_1 + 3 \cdot \bar{e}_2 - \bar{e}_3$.

Розв'язання:

Скористаємось фактом – якщо $\bar{a} = (x; y; z)$, то $\bar{a} = x \cdot \bar{e}_1 + y \cdot \bar{e}_2 + z \cdot \bar{e}_3$. Отже, $x = 2, y = 3, z = -1$.

Шуканий вектор має координати $(2; 3; -1)$.

Задача №7. Знайдіть косинус кута A трикутника ABC , якщо $A(1; -3; -5), B(1; 1; -2), C(1; 3; 3)$.

Розв'язання:

Косинус кута A – це кут між векторами $\overline{AB}$ і $\overline{AC}$. Знайдемо їх координати:

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1 - 1; 1 - (-3); -2 - (-5)) \\ &= (0; 4; 3)\end{aligned}$$

$$\overline{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A) = (1 - 1; 3 - (-3); 3 - (-5)) = (0; 6; 8)$$

За означенням скалярного добутку $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos A$.

$$\text{Тому } \cos A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|}.$$

Обчислимо скалярний добуток через координати

$$\begin{aligned}\overline{AB} \cdot \overline{AC} &= x_{\overline{AB}} \cdot x_{\overline{AC}} + y_{\overline{AB}} \cdot y_{\overline{AC}} + z_{\overline{AB}} \cdot z_{\overline{AC}} = 0 \cdot 0 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 8 \\ &= 0 + 24 + 24 = 48\end{aligned}$$

Обчислимо довжини векторів $\overline{AB}$ і $\overline{AC}$:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{x_{\overline{AB}}^2 + y_{\overline{AB}}^2 + z_{\overline{AB}}^2} = \sqrt{0^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{x_{\overline{AC}}^2 + y_{\overline{AC}}^2 + z_{\overline{AC}}^2} = \sqrt{0^2 + 6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\text{Отже, } \cos A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{48}{5 \cdot 10} = \frac{24}{25}.$$

Задача №8. Знайдіть $|\vec{a} + \vec{b}|$, якщо, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3\sqrt{3}$ а кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює 30° .

Розв'язання:

Оскільки $|\vec{a}| = \sqrt{(\vec{a})^2}$, то

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b}| &= \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{(\vec{a})^2 + 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} \\ &= \sqrt{|\vec{a}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 30^\circ + |\vec{b}|^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 18 + 27} = \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

Задача №9. При яких значеннях x вектори $\vec{m} = (x - 3; x; 1)$ і $\vec{n} = (4; x; -3x)$ перпендикулярні.

Розв'язання:

Скалярний добуток двох перпендикулярних векторів дорівнює нулю. Виразимо скалярний добуток векторів $\vec{m}$ і $\vec{n}$ через координати

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = (x - 3) \cdot 4 + x \cdot x + 1 \cdot (-3x) = 4x - 12 + x^2 - 3x = x^2 + x - 12$$

Прирівнюємо до 0:

$$x^2 + x - 12 = 0$$

Розв'яжемо за допомогою теореми Вієта:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = -12 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Отже, $x = -4$ і $x = 3$.

Задача № 10. Знайдіть координати вектора $\vec{a}$, якщо його довжина дорівнює $2\sqrt{3}$ і він перпендикулярний до векторів $\vec{m} = (1; -2; 1)$, $\vec{n} = (2; 1; -3)$.

Розв'язання:

Нехай вектор $\vec{a} = (x; y; z)$. Тоді скалярний добуток двох перпендикулярних векторів дорівнює:

$$\bar{a} \cdot \bar{m} = x \cdot 2 + y \cdot (-2) + z \cdot 1 = x - 2y + z = 0$$

Обчислимо скалярний добуток двох перпендикулярних векторів $\bar{a}$ і $\bar{n}$

$$\bar{a} \cdot \bar{n} = x \cdot 2 + y \cdot 1 + z \cdot (-3) = 2x + y - 3z = 0$$

Обчислимо довжину вектора $\bar{a}$

$$|\bar{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{3}$$

Отримали систему:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Виразимо з першого рівняння x і підставимо у друге і третє рівняння, маємо

$$\begin{cases} x = 2y - z \\ 2 \cdot (2y - z) + y - 3z = 0 \\ \sqrt{(2y - z)^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - z \\ 4y - 2z + y - 3z = 0 \\ \sqrt{(2y - z)^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 2y - z \\ 5y &= 5z \\ \sqrt{(2y - z)^2 + y^2 + z^2} &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2y - z \\ y &= z \\ \sqrt{(2y - z)^2 + y^2 + z^2} &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Підставимо у у перше та третє рівняння, отримаємо

$$\begin{aligned}
 x &= 2z - z \\
 y &= z \\
 \sqrt{(2z - z)^2 + z^2 + z^2} &= 2\sqrt{3} \\
 x &= z \\
 y &= z \\
 \sqrt{z^2 + z^2 + z^2} &= 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= z \\
 y &= z \\
 \sqrt{3z^2} &= 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= z \\
 y &= z \\
 3x^2 &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= z \\
 y &= z \\
 x &= \pm 2
 \end{aligned}$$

Отже, вектор $\bar{a} = (-2; -2; -2)$ або $\bar{a} = (2; 2; 2)$.

РОЗДІЛ 3. РЕСУРС «ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ»

3.1. Розробка ресурсу

У сучасній освіті інтерактивні технології відіграють ключову роль у підвищенні якості навчання, особливо коли йдеться про активне залучення учнів до процесу засвоєння матеріалу. Враховуючи це, створення веб-ресурсу "Досліджуючи координати" для вивчення координат і векторів у шкільному курсі математики має значний потенціал (рис.3.1.).

По-перше, розробка такого ресурсу забезпечує інтерактивне навчальне середовище, яке активно залучає учнів до вивчення теми координат і векторів. Завдяки веб-технологіям, навчання може проходити у форматі гри, що значно підвищує інтерес учнів до теми. По-друге, ресурс дозволяє індивідуалізувати процес навчання: кожен учень може обирати завдання відповідно до свого рівня знань і працювати у своєму темпі. Додатковою перевагою є доступність ресурсу — учні можуть використовувати його з будь-якого пристрою, підключеного до Інтернету, що надає їм можливість навчатися в зручний для них час та у зручному місці, забезпечуючи таким чином гнучкість навчального процесу.



Рис.3.1. Веб-ресурс "Досліджуючи координати".

Розробка будь-якого ресурсу починається з етапу його проєктування. На цьому етапі важливо врахувати всі вимоги до ресурсу, а також передбачити можливі виклики та способи їх подолання. Крім того, ретельне проєктування дозволяє уникнути багатьох проблем на наступних етапах розробки, що суттєво економить час та ресурси(рис.3.2).



Рис.3.2. Ієрархія ресурсу.

Сторінка «Головна» - центральна сторінка ресурсу, яка вітає користувачів та надає їм огляд усіх доступних розділів. На головній сторінці представлено ключові теми, які висвітлюються на сайті, включаючи координати і вектори. Тут користувачі можуть знайти кнопки для швидкого доступу до інших розділів, а також коротку інформацію про мету та можливості ресурсу. Також на головній сторінці виведені актуальні оновлення, новини або анонси нових матеріалів.

Сторінка «Пригадай!»(Рис.3.3.) призначена для повторення та закріплення основних теоретичних знань з теми координат і векторів. Тут зібрані найважливіші формули, визначення та ключові поняття, необхідні для розуміння матеріалу. Інформація на цій сторінці структурована так, щоб користувачі могли швидко знайти потрібний матеріал та відновити свої знання. Зокрема вони містить і розроблену презентацію по темі(рис.3.4.) та вбудовану веб-сторінку «Myclass» із основними поняттями.

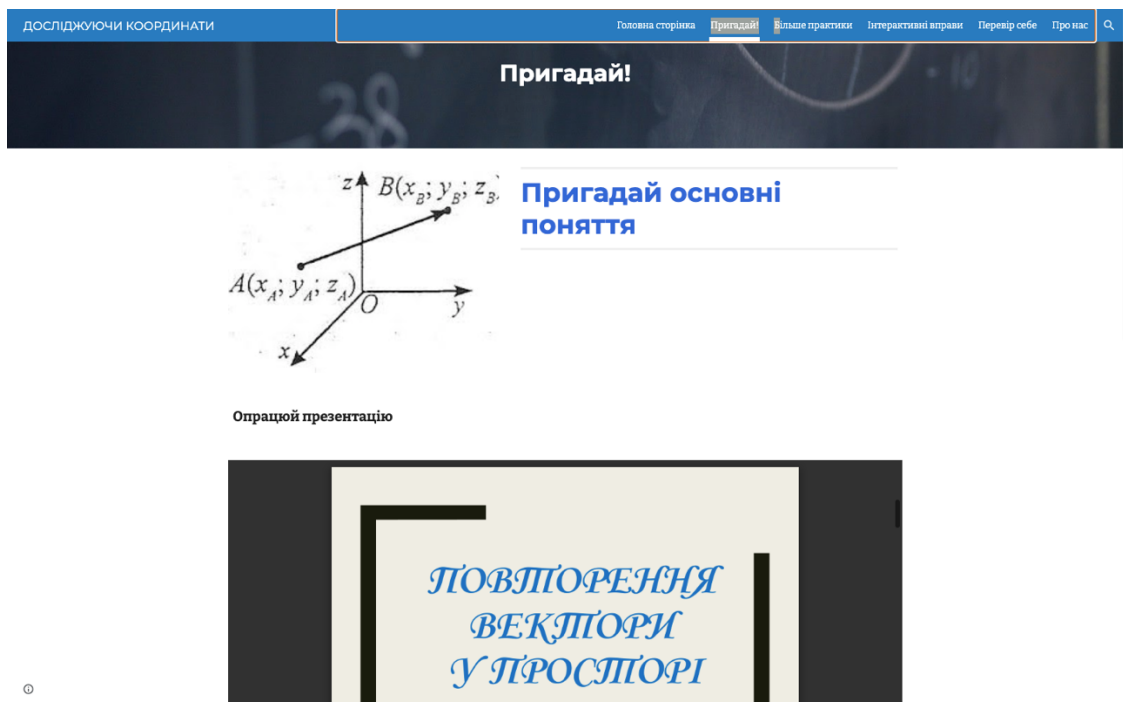


Рис.3.3. Сторінка «Пригадай!».

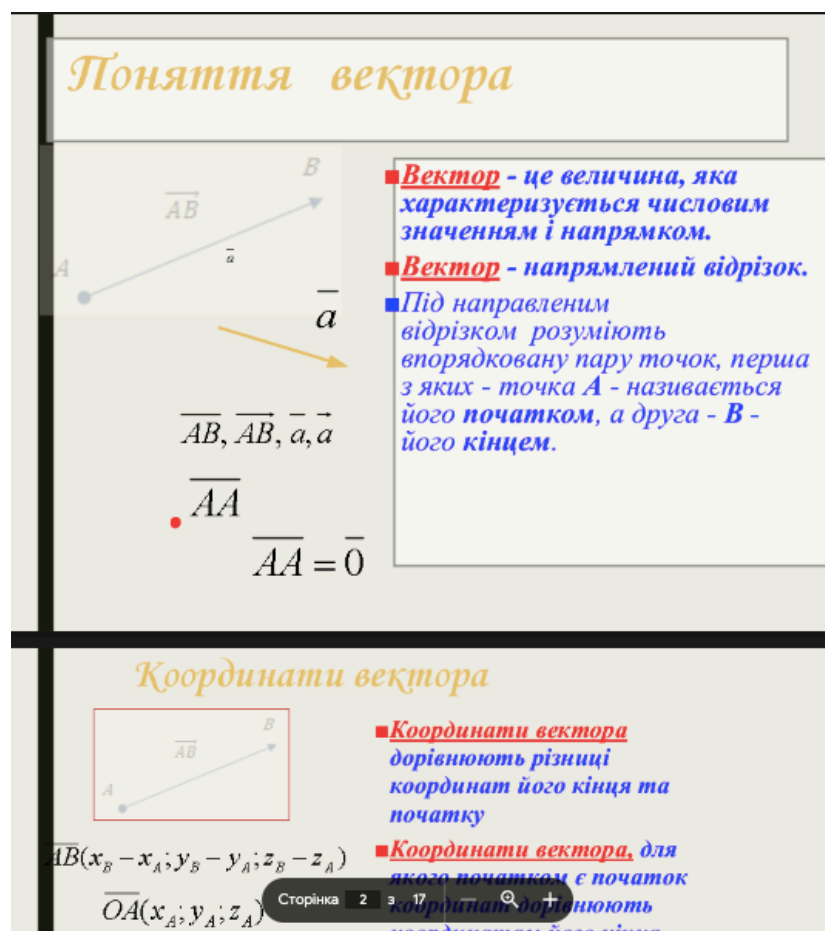
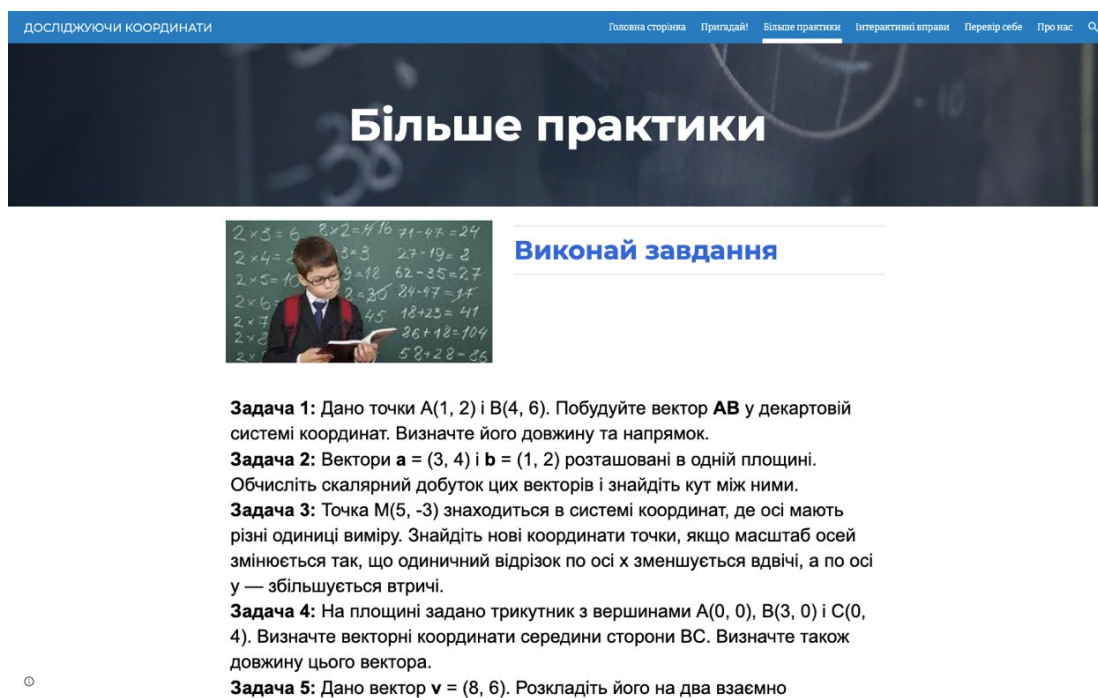


Рис.3.4. Презентація на сторінці «Пригадай!».

Сторінка «Більше практики»(рис. 3.5.) містить додаткові практичні завдання для закріплення навичок роботи з координатами і векторами. Завдання розподілені за категоріями, і користувачі можуть вибирати ті, які відповідають їхньому рівню підготовки. Також є можливість отримати підказки або переглянути рішення задач, щоб краще зрозуміти методику розв'язання.



Більше практики

Виконай завдання

Задача 1: Дано точки $A(1, 2)$ і $B(4, 6)$. Побудуйте вектор $\overrightarrow{AB}$ у декартовій системі координат. Визначте його довжину та напрямок.

Задача 2: Вектори $\mathbf{a} = (3, 4)$ і $\mathbf{b} = (1, 2)$ розташовані в одній площині. Обчисліть скалярний добуток цих векторів і знайдіть кут між ними.

Задача 3: Точка $M(5, -3)$ знаходиться в системі координат, де осі мають різні одиниці виміру. Знайдіть нові координати точки, якщо масштаб осей змінюється так, що одиничний відрізок по осі x зменшується вдвічі, а по осі y — збільшується втричі.

Задача 4: На площині задано трикутник з вершинами $A(0, 0)$, $B(3, 0)$ і $C(0, 4)$. Визначте векторні координати середини сторони BC . Визначте також довжину цього вектора.

Задача 5: Дано вектор $\mathbf{v} = (8, 6)$. Розкладіть його на два взаємно

Рис.3.5. Сторінка «Більше практики».

Сторінка «Додаткові ресурси» (Рис.3.6) містить розроблені 5 інтерактивних вправ за допомогою сервісу LearningApps. Інтерактивні вправи включають в себе роботу з графіками, побудову векторів, визначення координат та інші завдання, що вимагають активної участі користувача. Вони розроблені таким чином, щоб забезпечити практичну взаємодію з матеріалом та допомогти краще засвоїти знання.

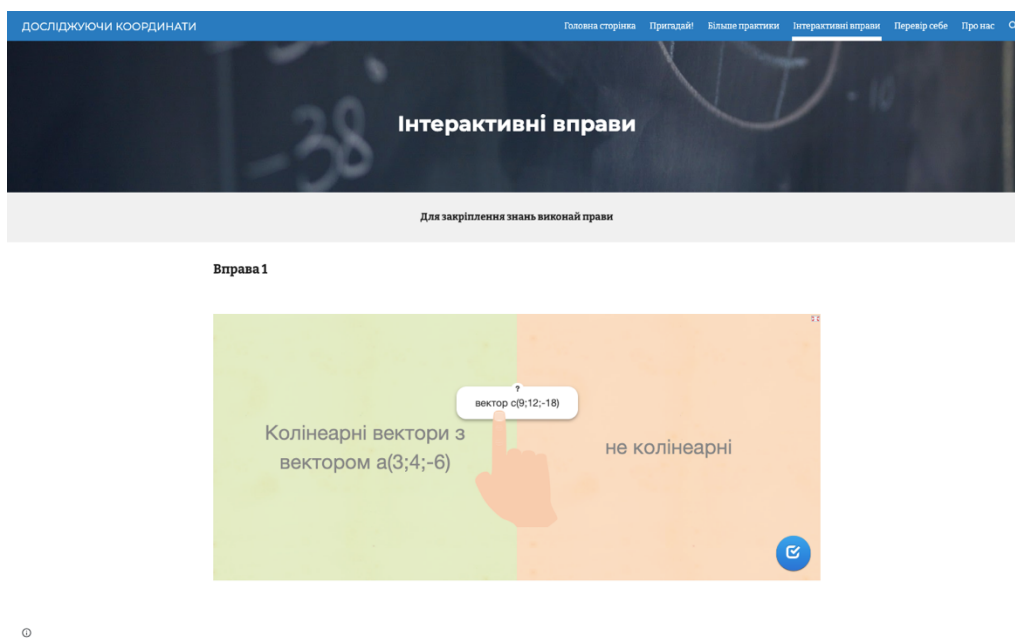


Рис.3.6. Сторінка «Інтерактивні вправи».

Сторінка «Перевір себе»(Рис.3.7) надає можливість користувачам самостійно перевірити свої знання та навички з теми координат і векторів. На сторінці розміщені тести, після виконання яких, користувачі можуть отримати миттєвий зворотний зв'язок, який включає правильні відповіді та пояснення до них, що допомагає не лише оцінити рівень знань, але й виправити можливі помилки.

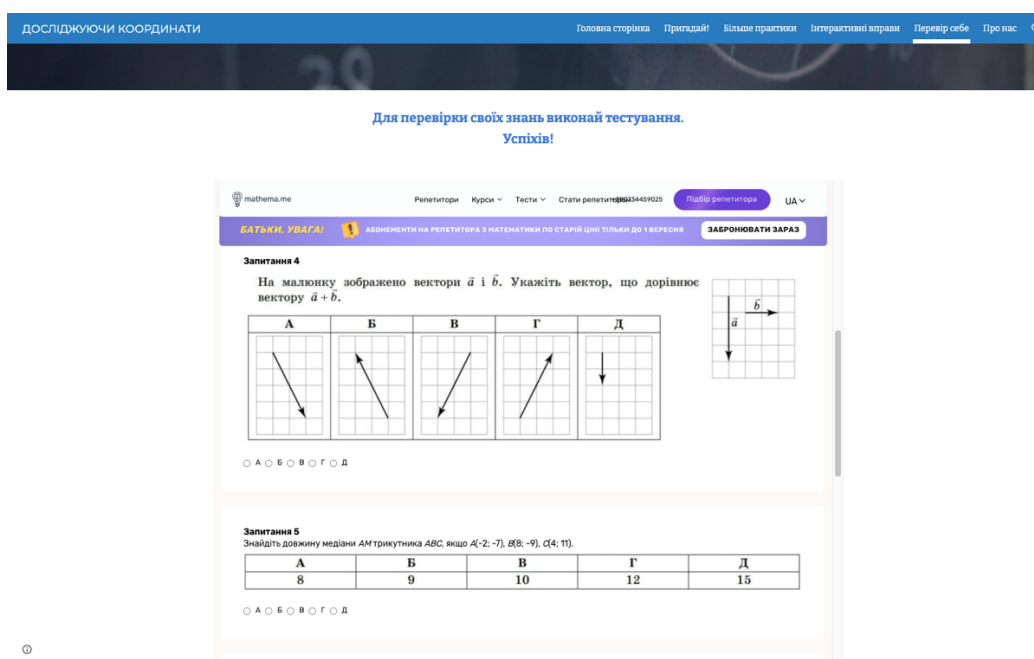


Рис.3.7. Сторінка «Перевір себе».

Сторінка "Про нас"(рис.3.8.) розповідає про команду, що стоїть за створенням ресурсу.

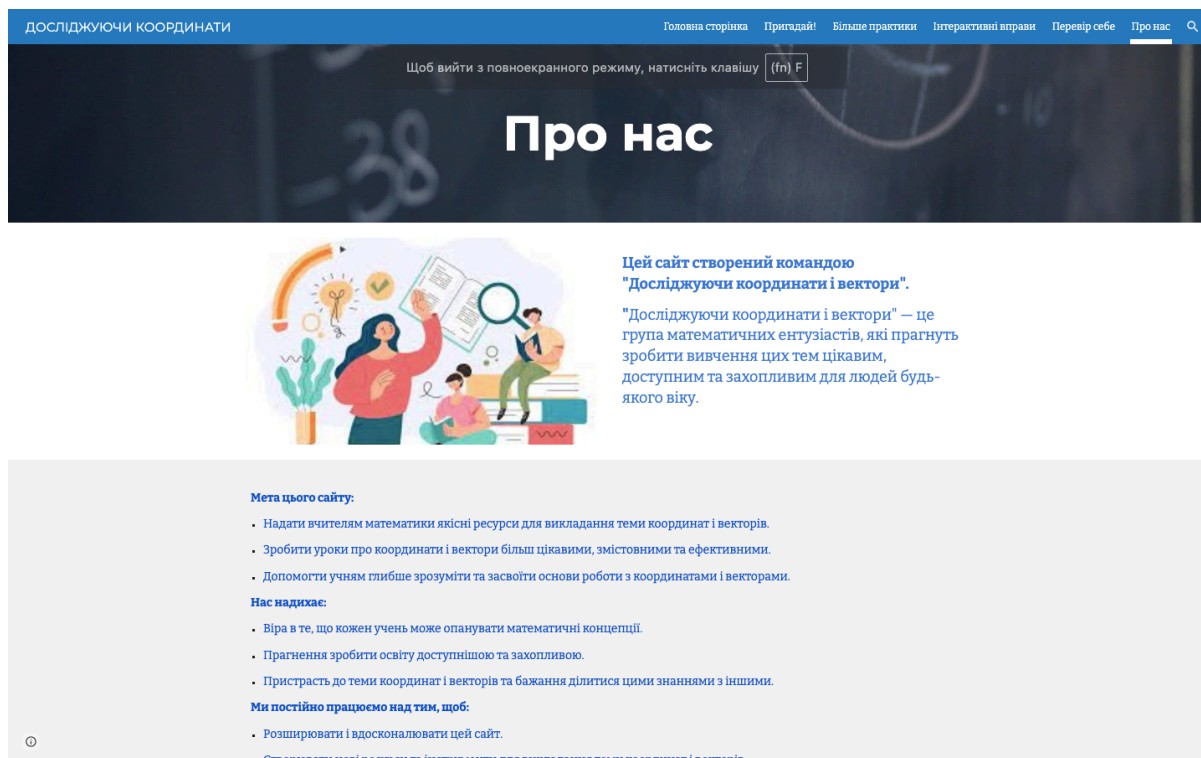


Рис.3.8. Сторінка «Про нас».

Для зручності переходу на ресурс було створено QR-код(рис. 3.9), використання якого дозволяє користувачам миттєво перейти на сайт за допомогою смартфона або іншого пристрою з камерою.

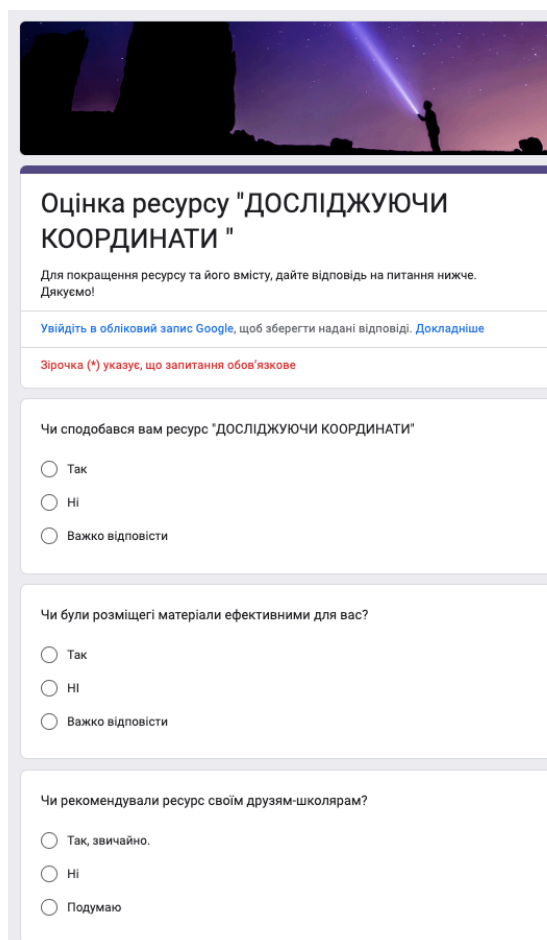


Рис.3.9. QR-код до сайту.

3.2. Апробація розробки

Апробація дослідження була здійснена під час педагогічної практики у Верховинському коледжі туризму і готельного господарства(сmt. Верховина), матеріали з практики подано у додатку 1. Для оцінки ресурсу студентам було запропоновано відповісти на питання в анкеті. Опитування було реалізоване за допомогою Google Forms(рис. 3.10) і включало такі питання:

- «Чи сподобався вам ресурс "ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ"?»
- «Чи були розміщені матеріали ефективними для вас?»
- «Чи рекомендували ресурс своїм друзям-школярам?»
- «Оцініть за шкалою від 1 до 5 ефективність ресурсу»



The image shows a Google Form titled "Оцінка ресурсу "ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ"". The form includes an introductory text: "Для покращення ресурсу та його вмісту, дайте відповідь на питання нижче. Дякуємо!". Below this is a link: "Увійдіть в обліковий запис Google, щоб зберегти надані відповіді. Докладніше". A red note states: "Зірочка (*) указує, що запитання обов'язкове". The form contains three questions, each with radio button options:

- Question 1: "Чи сподобався вам ресурс "ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ"". Options: ☐ Так, ☐ Ні, ☐ Важко відповісти.
- Question 2: "Чи були розміщені матеріали ефективними для вас?". Options: ☐ Так, ☐ Ні, ☐ Важко відповісти.
- Question 3: "Чи рекомендували ресурс своїм друзям-школярам?". Options: ☐ Так, звичайно., ☐ Ні, ☐ Подумаю.

Рис. 3.10. Опитування для оцінки ресурсу.

Результати опитування щодо ресурсу "Досліджуючи координати" показали, що більшість респондентів позитивно оцінили цей ресурс. З 11 учасників опитування 90,9% (10 осіб) відповіли "Так", підтверджуючи, що ресурс їм сподобався(рис.3.11). Ніхто не відповів "Ні", що свідчить про відсутність негативних відгуків серед опитаних. Лише одна людина (9,1%) зазначила, що їй важко відповісти. Ці результати свідчать про високу ефективність та привабливість ресурсу для користувачів. Переважна більшість учасників задоволена матеріалами, що свідчить про успішність реалізації основних цілей ресурсу. Відсутність негативних відгуків і лише один нейтральний свідчить про те, що ресурс здатен залучити й утримати увагу користувачів, задовольняючи їхні навчальні потреби.

Чи сподобався вам ресурс "ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ"
11 відповідей

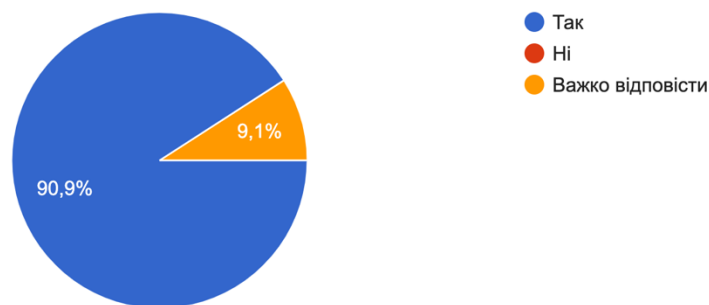


Рис.3.11. Діаграма відповідей до питання «Чи сподобався вам ресурс "ДОСЛІДЖУЮЧИ КООРДИНАТИ"».

На питання «Чи були розміщені матеріали ефективними для вас?»(рис.3.12) свідчать про позитивну оцінку більшістю респондентів. Із 11 учасників опитування 81,8% (9 осіб) зазначили, що матеріали були ефективними для них. Жоден із респондентів не відповів "Ні", що вказує на відсутність негативного сприйняття матеріалів. Двоє людей (18,2%) обрали варіант "Важко відповісти", що може свідчити про те, що вони не змогли чітко визначити ефективність матеріалів або не мали достатньо часу для

оцінки їхньої корисності. Відсутність негативних відгуків та значна частка позитивних відповідей свідчить про те, що ресурс успішно виконує свої функції, а матеріали, які на ньому розміщені, дійсно допомагають користувачам у вивченні теми координат і векторів. Водночас, наявність відповідей "Важко відповісти" може підказати, що є простір для подальшого вдосконалення або адаптації матеріалів для ще ширшого кола користувачів.

Чи були розміщені матеріали ефективними для вас?

11 відповідей

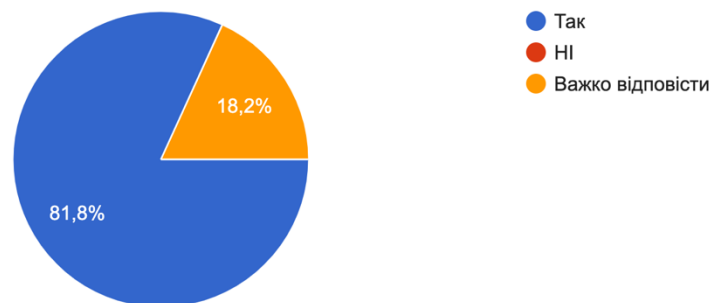


Рис.3.12. Діаграма відповідей до питання «Чи були розміщені матеріали ефективними для вас?».

Результати опитування щодо готовності користувачів рекомендувати ресурс "Досліджуючи координати" своїм друзям-школярам показують високу ступінь задоволеності та довіри до ресурсу. З 11 опитаних 81,8% (9 осіб) відповіли "Так, звичайно", що свідчить про їхню впевненість у якості та корисності матеріалів ресурсу(рис.3.13). Ніхто з респондентів не обрав варіант "Ні", що означає відсутність негативних вражень щодо ресурсу. Двоє осіб (18,2%) відповіли "Подумаю", що вказує на те, що вони поки що не готові однозначно рекомендувати ресурс, можливо, через потребу в більшому досвіді використання або через деякі сумніви.

Чи рекомендували ресурс своїм друзям-школярам?

11 відповідей

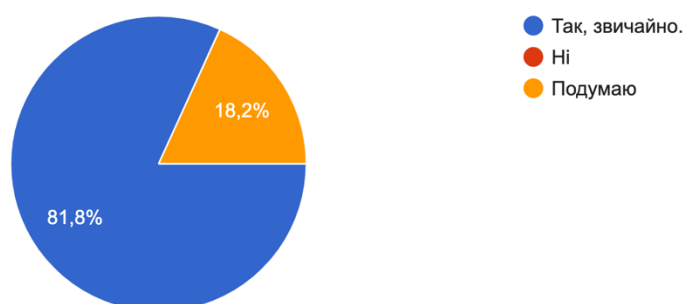


Рис.3.13. Діаграма до питання «Чи рекомендували ресурс своїм одногрупникам?».

Велика частина респондентів оцінила ресурс на 4 або 5, що вказує на переважно позитивне сприйняття(рис.1.14). Зокрема, 54.5% оцінили ресурс на 5, що є найвищою оцінкою. Ніхто не оцінив ресурс на 1 або 2, що означає відсутність негативних відгуків або серйозних зауважень. 36.4% респондентів оцінили ресурс на 4, що також свідчить про позитивну оцінку, але з можливими невеликими зауваженнями.

Оцініть за шкалою від 1 до 5 ефективність ресурсу.

11 відповідей

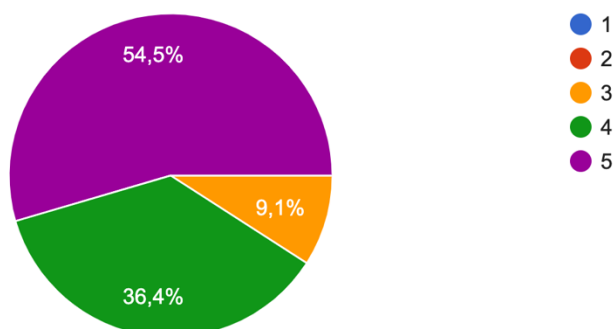


Рис.3.14. Діаграма до питання «Оцініть за шкалою від 1 до 5 ефективність ресурсу».

ВИСНОВКИ

Сучасний підхід до викладання неможливо уявити без інтерактивних методів навчання. Впровадження таких методів у навчально-виховний процес дозволяє вчителям реалізувати свої ідеї, мотивувати учнів та заохочувати їх до самостійного здобуття знань. Інтерактивність передбачає активну взаємодію, перебування у режимі діалогу, що, на відміну від традиційних активних методів, акцентує увагу на широкій взаємодії не лише між вчителем і учнем, але і серед учнів у класі, що підвищує їхню активність на уроці. Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в навчальному процесі з математики, зокрема в темі «Координати і вектори», суттєво підвищує ефективність навчання. ІКТ дозволяють візуалізувати складні геометричні поняття та спростити процес розв'язання задач, що підтверджує, що інтеграція ІКТ в навчальний процес є актуальною та необхідною для сучасної освіти.

ІКТ грають ключову роль у розвитку математичного мислення учнів, забезпечуючи інтерактивність та доступ до різноманітних навчальних ресурсів. Вони сприяють кращому розумінню матеріалу, підвищують мотивацію та зацікавленість учнів. Використання комп'ютерних програм та онлайн-інструментів дозволяє зменшити складність сприйняття абстрактних математичних концепцій, що особливо важливо для теми «Координати і вектори». Розроблені методичні рекомендації підтверджують ефективність використання ІКТ для покращення навчальних досягнень учнів у вивченні координатної та векторної тематики. Інтерактивні інструменти, такі як симуляції, відеоуроки та онлайн-завдання, можуть суттєво покращити навчальний процес, надаючи учням можливість самостійного дослідження та глибшого засвоєння матеріалу.

Розроблений ресурс «Досліджуючи координати» продемонстрував свою ефективність у навчальному процесі. Апробація показала, що ресурс

сприяє глибшому розумінню теми «Координати і вектори», підвищує активність учнів та забезпечує інтерактивний підхід до вивчення матеріалу. Відгуки користувачів свідчать про високу якість та корисність розробки: 90.9% учасників підтвердили, що ресурс їм сподобався, а 81.8% вважають матеріали ефективними.

Подальше дослідження передбачає вивчення впливу інших типів інформаційно-комунікаційних технологій на навчання математики, що включатиме вивчення ефективності нових програмних засобів, мобільних додатків та інтерактивних платформ, що можуть бути інтегровані у навчальний процес.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Антоненко М. І. Розв'язування геометричних задач: Книжка для вчителя. Київ : Рад. шк., 1991. 128 с.
2. Апостолова Г. В. Стереометрія в опорних схемах. Київ : Факт, 2000. 68 с.
3. Бевз Г. П. Математика: проб. підруч. для 11 кл. серед. шк. Київ : Освіта, 1995. 191 с.
4. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник. 3-тє вид., перероб. і допов. К.: Вища школа, 1989. 367 с.
5. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач : посібник для вчителя. Київ : Рад. шк., 1988. 192 с.
6. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Вивчення елементів стереометрії в основній школі. Математика. 2002. № 13. С. 7.
7. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г. Підручник для учнів 10–11 класів з поглибленим вивченням математики в середніх загальноосвітніх закладах. Київ: Освіта, 2000. 239 с.
8. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах. Навч. Посібник. Київ : Навчальна книга Богдан, 2006. 336 с.
9. Бондар С. П. Методи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів як важливий компонент особистісно-орієнтованого навчання. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Київ, 2011. № 26. С. 184–189.
10. Бурда М. І., Дубинчук О. С., Мальований Ю. І. Математика 10–11: проб. навч. посібник для шк., ліцеїв та гімназій гуманітар. профілю. Київ : Освіта, 1997. 224 с.
11. Бурда М. І., Мальований Ю. І., Колесник Ю. І., Тарасенкова Н. А. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту):

підруч. Для 10 класу закладів загальної середньої освіти К: УОВЦ «Оріон», 2018. 288 с.: іл. Київ: Освіта, 1997. 224 с.

12. Генденштейн Л. Е., Єршова А. П. Наочний довідник з геометрії. Харків. Тернопіль : Гімназія Підручники і посібники, 1997. 96 с.

13. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти Нелін Є. П., Долгова О. Є. Харків : Вид-во «Ранок», 2019. 208 с.

14. Геометрія: (профіль. рівень): підруч. для 11 кл. закл. заг. серед. освіти/ Олександр Істер, Оксана Єргіна. Київ : Генеза, 2019. 288 с.

15. Геометрія: початок вивч. на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Хврків : Гімназія, 2019. 240 с.

16. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Харків: Гімназія, 2018. 240 с. : іл.

17. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / Жалдак М.І. // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. Наук праць / Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3-16.

18. Занкович Н. М. Використання сервісу LearningApps при вивченні математики. URL: <https://naurok.com.ua/metodichniy-posibnik-vikoristannya-servisu-learningapps-pri-vivchenni-matematiki-19885.html>

19. Коломієць О. М., Сільченко А. М. Застосування програми GeoGebra у навчанні учнів геометрії. Проблеми математичної освіти : матер. міжнар. наук.- метод. конф., м. Черкаси, 26-28 жовтня 2017 р. Черкаси : ФОП Гордиенко, 2017. С. 219-221.

20. Красницький М. П. Просторова уява та уявлення особистості й асоціативне мислення. Актуальні проблеми теорії і методики навчання

математики : матер. міжнар. наук.-практ. конф., м. Київ, 11-13 травня 2017 р. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. С. 59-61.

21. Кушнір І. А. Трикутник і тетраедр у задачах: Для ст. шк. віку. Київ : Рад. шк., 1991. 208 с.

22. Лов'янова І.В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: Теоретичний аспект: Монографія/ І. В. Лов'янова Черкаси: видавець Чабаненко Ю.А.; 2014. 354 с.

23. Математика: підруч. для 6 класу загальноосвіт. навч. закл. Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М., Коломієць О. М., Сердюк З. О. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2017. 304 с.

24. Межейнікова Л. С. Про визначення активізація пізнавальної діяльності учнів в процесі навчання. Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 30. Вид-во ДонНУ, 2008, с. 248.

25. Мізенко Г. Задачі з геометрії для розвитку математичних здібностей дітей. Математика. 2001. № 1. С. 23-27.

26. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

27. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

28. О. М. Геометрія. 11 клас: Плани-конспекти уроків. Харків: Веста: Видавництво «Ранок», 2003. 256 с.

29. Осіпов О., Вербівський Д. С. (2021). Використання ІКТ на уроках інформатики в закладах загальної середньої освіти. Актуальні питання сучасної інформатики: Матеріали доповідей VI Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю" Сучасні інформаційні технології в освіті та науці"(18-19 листопада 2021 р.).

30. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підручник для 10–11 кл. серед. шк. 6-те вид. Київ : Освіта, 2001. 128 с.

31. Прокопенко Н. С., Щекань Н. П. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків. Математика. Київ: Навчальна книга, 2003. 302 с.

32. Прус А. В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 «Теорія і методика навчання математики». Київ, 2007. 23 с.

33. Руденко Н. М., Антипова, С. О. (2021). Застосування інтерактивних технологій та ІКТ на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. Молодий вчений, 89(1), 271-276.

34. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. Київ : Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с.

35. Слєпкань З. І. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика : навч. посіб. для студ. спец. «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» за ред. З. І. Слєпкань. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. 292 с.

36. Слєпкань З. І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи. Математика в школі. 2003. № 9. С. 3-4.

37. Танабаш Л. Ю. Креативність, або творчі здібності. Математика в школах України. 2004. № 11. С. 8-10

38. Терех О. Я. Навчальні задачі на уроках геометрії. Проблеми математичної освіти : матер. міжнар. наук.-метод. конф., м. Черкаси, 26-28 жовтня 2017 р. Черкаси : ФОП Гордиенко, 2017. С. 88-90.
39. Тесленко І. Ф. Питання методики геометрії (в IX-XI класах): посібник для вчителів І.Ф. Тесленко. Київ : Рад. шк., 1962. 151 с.
40. Чеберніна Г. М., Сліпович Н. М. Математика в житті людини. Збірка задач., 2011.
41. Чернега Н. С. Розвиток логічного мислення учнів. Наукові записки. 2002. № 45. С.158-160.
42. Швець В.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії. Математика в школі 2009. № 4. с. 17-24.
43. Щоголева Т., Заболотня А. (2021). Застосування ІКТ на уроках математики, як спосіб розвитку пізнавального інтересу учнів. 2021. URL: <http://dspace.idgu.edu.ua/xmlui/bitstream/handle/.pdf>.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Матеріали з практики

Фотозвіт



Довідка про впровадження