

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему **“Формування ключових компетентностей учнів при вивченні
об’ємів та площ поверхонь геометричних тіл”**

Виконала:

магістрантка групи СОМ(М)-2

спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Сметанюк М. В.

(прізвище та ініціали студента)

Керівник

Кульчицька Н. В.

(прізвище та ініціали)

Рецензент

Заторський Р. А.

(прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ОБ'ЄМІВ ТА ПЛОЩ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ.....	6
1.1 Поняття про ключові компетентності	6
1.2 Математична компетентність та її складові	11
1.3 Аналіз навчальних програм для вивчення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл.....	13
1.4 Використання задач компетентнісного змісту на уроках математики ...	16
1.5 Розвиток просторового мислення та уяви учнів	18
Висновки до розділу 1	22
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКИ НАВЧАЛЬНО-ДИДАКТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ОБ'ЄМІВ ТА ПЛОЩ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ, ЯКІ СПРИЯЮТИМУТЬ РОЗВИТКУ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ	24
2.1 Задачі за готовими малюнками	24
2.1.1 Особливості використання задач за готовими малюнками для учнів із кліповим мисленням	24
2.1.2 Розробка гри "Математичне доміно" з використанням задач за готовими малюнками.....	29
2.2 Розробка позаурочного практико-орієнтованого заняття для учнів 11 класу	31
2.2.1 Проектування розробки.....	31
2.2.2 Модель розробки.....	32
2.3 Задачі компетентнісного змісту з теми "Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл"	39
2.4 Апробація розроблених матеріалів.....	45
Висновки до розділу 2	49
ВИСНОВКИ	50
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	52
ДОДАТКИ.....	55

ВСТУП

Актуальність теми. Сьогодні у будь-якій сфері діяльності особливу увагу приділяють фаховій компетентності працівника. Для успішного життя сучасній людині потрібно мати не лише якісні знання, а ще й практичні навички. Саме тому навчання у школі повинно враховувати особливості формування ключових компетентностей, які затверджено у Держстандарті. Для рівня конкурентоспроможності людини важливу роль відіграють критичне та логічне мислення, математична грамотність.

У багатьох сферах діяльності (будівництво, інженерія, архітектура, дизайн та інші) дуже важливими є знання з теми "Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл". Однак традиційні методи викладання математики часто орієнтовані на запам'ятовування формул, тоді як сучасні учні потребують інтерактивних, практико-орієнтованих методик. Це дослідження спрямоване на пошук та впровадження таких методик, які сприятимуть формуванню ключових компетентностей і глибшому розумінню матеріалу.

Вивчення об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл у школі сприяє розвитку просторового мислення, яке є необхідним не тільки для розв'язування математичних завдань, але й для інших освітніх галузей та життєвих ситуацій. Інтеграція у навчальний процес компетентнісно орієнтованих завдань сприяє розвитку критичного мислення, вмінню досліджувати ситуації, створювати математичні моделі.

Компетентнісний підхід до навчання, який акцентує увагу саме на практичному застосуванні знань, допомагає здобувачам освіти побачити де математику можна використовувати у повсякденному житті, що підвищує їхню мотивацію і зацікавленість до вивчення цього предмету.

Об'єкт дослідження: процес формування у здобувачів освіти ключових компетентностей під час вивчення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл у шкільному курсі стереометрії.

Предмет дослідження: методи та педагогічні засоби формування ключових компетентностей в процесі вивчення тем курсу геометрії старшої школи, які стосуються площ поверхонь та об'ємів геометричних тіл.

Мета дослідження: сприяти підвищенню рівня сформованості ключових компетентностей здобувачів освіти, зокрема при вивченні у школі об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл.

Відповідно до перелічених вище об'єкту, предмету та мети кваліфікаційної роботи було поставлено такі **завдання**:

1. Проаналізувати інформаційні джерела з обраної теми дослідження.
2. Сформулювати поняття про ключові компетентності та шляхи їх формування, зокрема особливу увагу акцентувати на математичній компетентності та її складових.
3. Здійснити аналіз чинних навчальних програм з математики для вивчення тем, які стосуються теми дослідження.
4. Проаналізувати роль задач компетентнісного змісту на уроках математики.
5. Проаналізувати ефективність використання задач за готовими малюнками для учнів із кліповим мисленням та розробити відповідний дидактичний матеріал.
6. Розробити модель практико-орієнтованого позаурочного заняття відповідно до теми дослідження.
7. Розробити власні задачі компетентнісного змісту відповідно до теми дослідження.
8. Здійснити апробацію результатів дослідження.

Практичне значення одержаних результатів. Під час виконання кваліфікаційної роботи було розроблено компетентнісно-орієнтовані задачі та дидактичні матеріали, які можна використовувати на уроках математики у старшій школі. Також розроблено модель позаурочного заняття, яке сприяє формуванню ключових компетентностей здобувачів освіти.

Апробація результатів роботи. Матеріали розробок кваліфікаційної роботи було апробовано під час проходження виробничої педагогічної практики у Гутівському ліцеї. Також матеріали дослідження оприлюднено на науково-практичній конференції "Історія науки – майбутньому вчителів ' 2024 "Становлення та розвиток науки на теренах незалежної України".

Структура роботи. Кваліфікаційна робота складається із вступу, двох розділів (теоретичного та дослідницько-творчого) та висновків до них, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ОБ'ЄМІВ ТА ПЛОЩ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

1.1 Поняття про ключові компетентності

Основною характеристикою ХХІ століття, у якому ми перебуваємо зараз, можна вважати стрімке зростання цифровізації та інформатизації суспільства. Сьогодні фактично повсюди домінують цифрові навички, знання та інформація. За останні декілька років практично всі сфери діяльності були автоматизовані. Світ змінюється надзвичайно швидко, тож навчання впродовж всього життя – це чи не найважливіший навик, якого потрібно формувати сьогодні у закладах освіти.

В силу різних обставин життя та нестабільної ситуації в Україні на даний час люди різного віку (а особливо молодь) змушені часто змінювати місця роботи або й загалом сферу діяльності. Ситуація на сучасному ринку праці потребує від працівників не лише фахових знань, а ще й набір певних якостей (наприклад: креативність, комунікабельність, ініціативність, здатність швидко приймати рішення, генерувати ідеї, працювати в команді і т.д.).

Розглянемо детальніше деякі із них:

- Креативність – вміння людини сприймати речі по-новому, проявляти свою фантазію для вирішення різних завдань, не застрягаючи лише на старих підходах. Креативні люди завжди зуміють висловити власну думку оригінальним, ненав'язливим способом. Саме ця риса цінується сьогодні у працівників у будь-якій сфері діяльності.
- Комунікація – необхідна риса для успішної співпраці з колегами. Без комунікації з різними людьми практично неможливо самовдосконалюватись та всебічно розвиватись.
- Критичне мислення – один із основних чинників розвитку професіоналізму у різних напрямках діяльності. Людина, яка здатна критично мислити, розуміє суть проблеми, вміє встановити причинно-

наслідкові зв'язки, проводить аналогії, класифікує, узагальнює та робить правильні висновки. Працівники з добре розвинутим критичним мисленням дуже цінні, адже вони зможуть побудувати ефективну методику, власну стратегію розвитку тощо.

- Робота у команді – навик, напряду пов'язаний із комунікацією, без якого сьогодні не обійтися. Навіть якщо ваша команда складатиметься із 2-3 людей. У професійній діяльності командна робота сприяє розвитку управлінських здібностей, лідерських якостей, міжособистісного спілкування, вмінню вирішувати конфлікти тощо.

Що б там не було, у школі потрібно формувати ці та інші навички у підростаючого покоління, що зумовлює потребу реформування організації освітнього процесу. Це забезпечить становлення конкурентоспроможної особистості, підготовленої до життя та праці у суспільстві, яке постійно змінюється [4].

Широкий набір знань та вмінь – це потреба кожної людини. Іншими словами, світу необхідні компетентні особистості.

Варто не плутати поняття "компетентність" та "компетенція".

В. О. Калінін вважає, що рівень професіоналізму працівника характеризується його компетентністю. А вона у свою чергу досягається завдяки здобуттю необхідних компетенцій [11]. Тобто компетентність є ширшим поняттям. Натомість М. С. Головань стверджує, що "компетентність" характеризує здатність особи якісно виконувати роботу, тобто стосується людини, а "компетенція" зазвичай пов'язана зі сферою діяльності та її змістом [6].

Визначаючи зв'язок між поняттями «компетентність» та «компетенція», слід розуміти необхідність їх розмежування. Компетенція встановлюється певною організацією, установою або державою як заздалегідь визначена вимога до знань, умінь і навичок, якими повинна володіти людина для успішної діяльності у певній сфері. Компетентність же є здобутком самої людини, що відображає якісний рівень засвоєння знань, умінь і навичок внаслідок навчання,

а також здатність застосовувати їх на основі власного досвіду у процесі виконання певних завдань. Компетенція стосується конкретного виду діяльності, тоді як компетентність пов'язана з особистістю, її внутрішніми якостями.

Компетенція безпосередньо пов'язана з компетентністю, оскільки конкретно визначає коло питань і сферу діяльності, в яких людина повинна бути добре обізнана, тобто компетентна. Іншими словами, компетенція є заздалегідь визначеним набором знань, умінь і навичок, а компетентність – це якісна характеристика їх засвоєння, що виявляється в процесі активної самостійної діяльності людини [2].

Якщо поглянути із освітньої точки зору, то можемо сказати, що компетентність – це готовність здобувачів освіти застосовувати свої знання, вміння та навички для вирішення теоретичних і практичних задач, а також для аналізу ситуацій та прийняття відповідних рішень [8].

Проаналізувавши літературу [3, 7, 12, 31], можна звернути увагу на виокремлення трьох рівнів ієрархії освітніх компетентностей (рис.1.1).

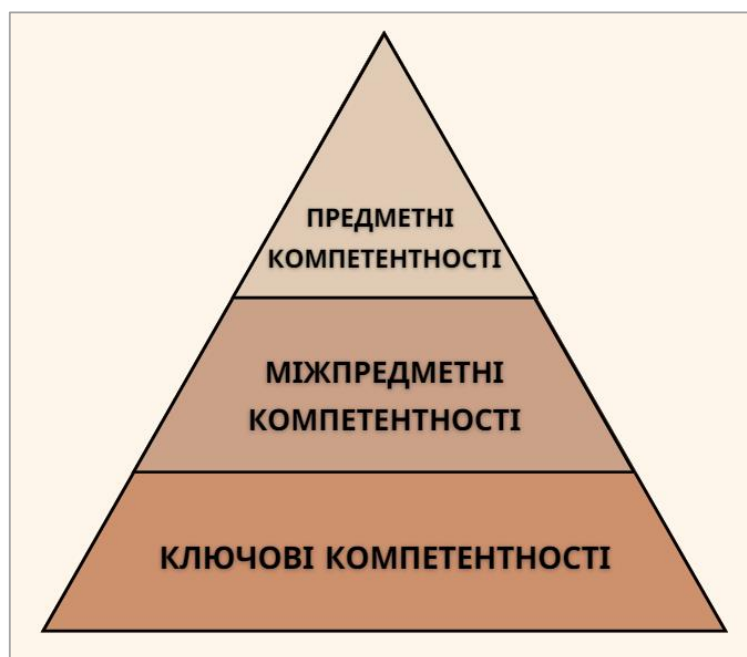


Рис. 1.1. Ієрархія компетентностей

Зазначимо, що ключові компетентності – це ті, які потрібні для розвитку та збільшення особистого потенціалу людини, соціальної інтеграції, активного громадського життя, покращення можливостей працевлаштуватися. Ці

компетентності формуються впродовж усього життя, починаючи з раннього дитинства через формальне та неформальне навчання.

Всі ключові компетентності є однаково важливими для побудови успішного життя в суспільстві. Вони можуть бути застосовані у різних контекстах і в різних комбінаціях, переплітаючись і поєднуючись одна з одною. Розвиваючи компетентності, важливі для однієї сфери життя, ми одночасно покращуємо і ті, що є пріоритетними для іншої. [4]

У 2006 році Європейським Союзом було оприлюднено перелік восьми ключових компетентностей. А у 2018 році цей перелік було оновлено. На рис. 1.2 можемо побачити зміни.



Рис. 1.2. Ключові компетентності Європейського Союзу

Для України ніколи не були байдужими тенденції європейців. Однак наша освіта, в силу вітчизняних традицій та обставин, завжди обирала "свій шлях". Останнім часом ми все більшу увагу зосереджуємо на формуванні

компетентностей в учнів, що закладено Концепцією нової української школи. Зокрема у Державному стандарті базової середньої освіти ми можемо ознайомитись із чітким переліком одинадцяти ключових компетентностей (рис. 1.3) , а також із спільними для них наскрізними вміннями учнів (рис. 1.4) [7].

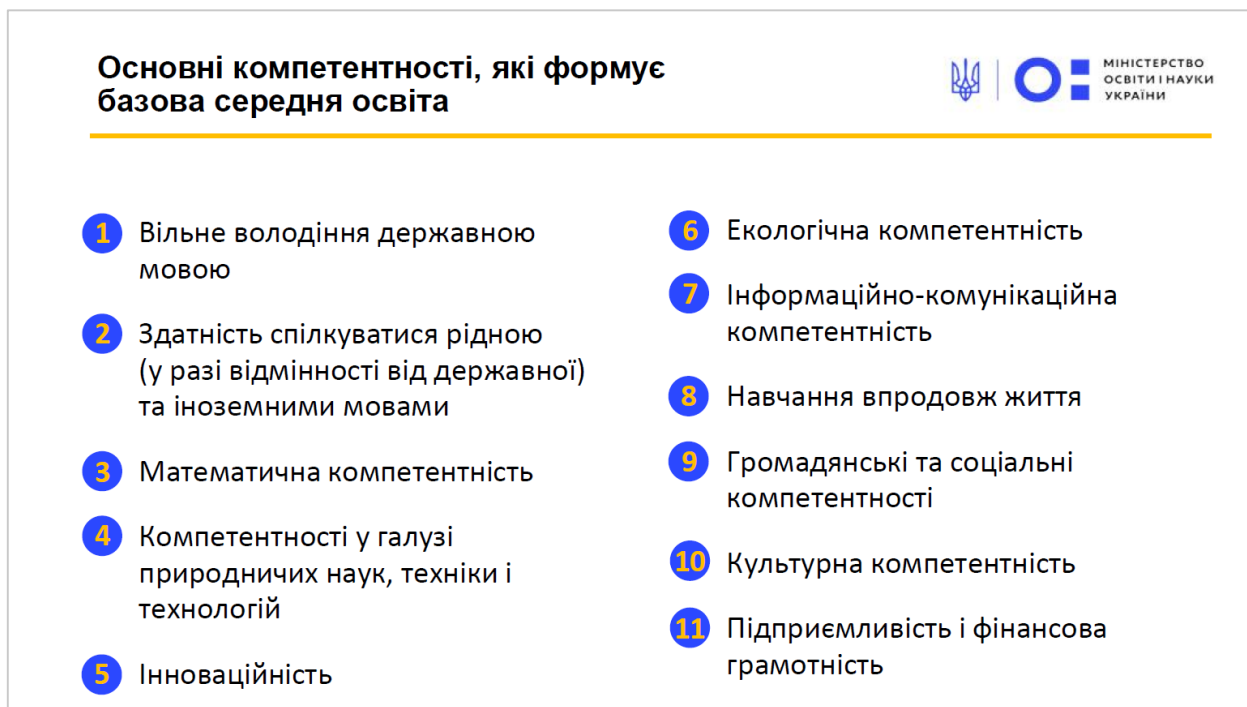


Рис. 1.3. Ключові компетентності

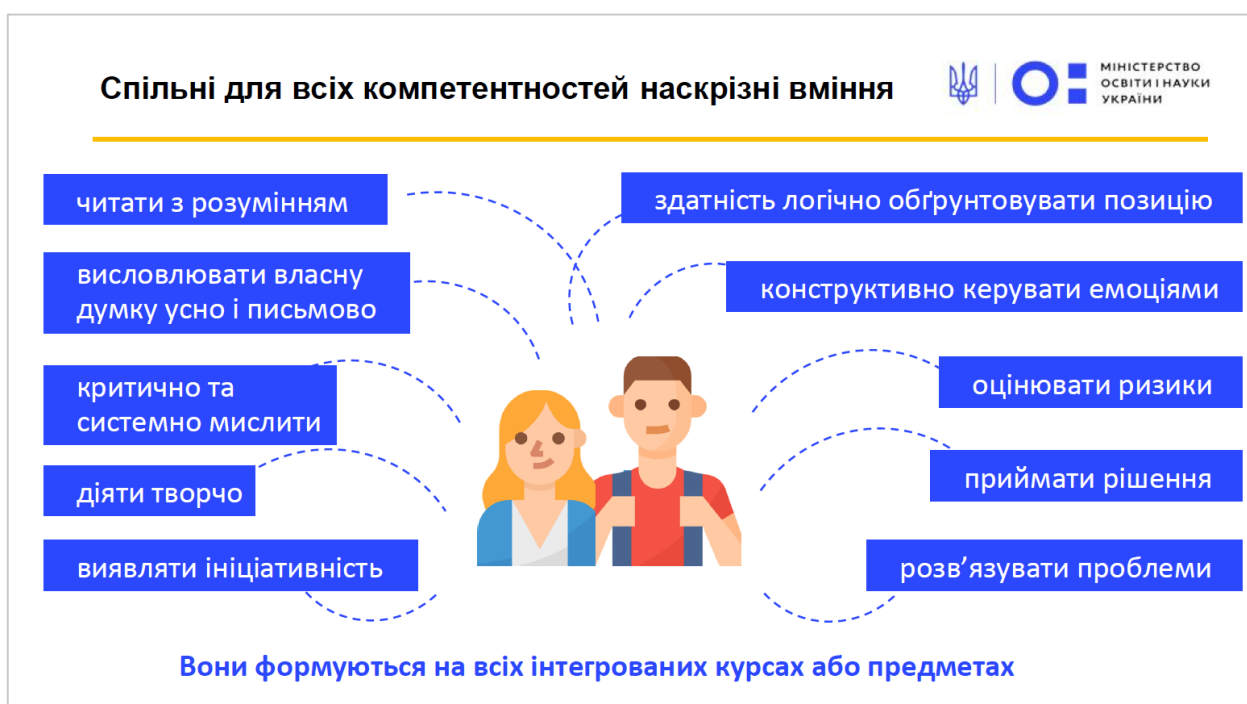


Рис. 1.4. Наскрізні вміння

1.2 Математична компетентність та її складові

Серед вищезгаданих компетентностей важливу роль відіграє математична компетентність, адже вона є як ключовою, так і предметною водночас. В процесі її засвоєння учні розвивають логічне та абстрактне мислення, уяву, наполегливість та систематичність.

Математика – це така наука, яка вимагає високої концентрації уваги, мотивації, просторової уяви, часом відволікання від реального світу в процесі її освоєння. Важливим завданням вчителя математики є не тільки передати знання, а й навчити "відчувати" цю науку, насолоджуватись володінням математичними здібностями.

За словами відомого науковця та дослідника С. А. Ракова математичну компетентність учня слід розуміти як здатність бачити та використовувати математику у своєму житті, розуміти зміст і основні принципи математичного моделювання, вміти будувати математичну модель певного процесу, аналізувати її та узагальнювати отримані результати [26]. Тож умовно математичну компетентність можна інтерпретувати так, як на рис.1.5.

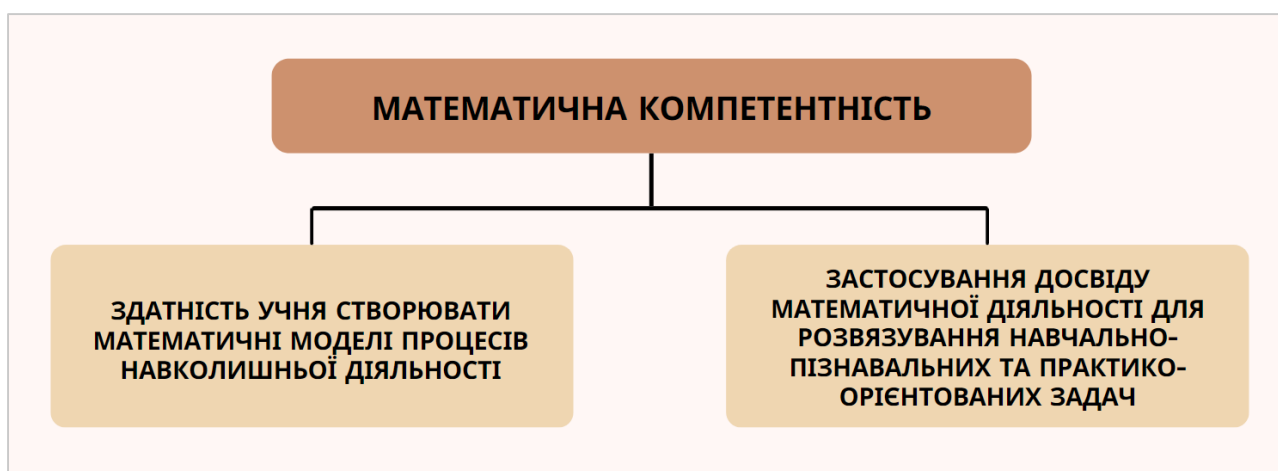


Рис. 1.5. Інтерпретація математичної компетентності

Результатом розвитку в учнів математичної компетентності повинна бути сформованість певних вмінь, які пригодяться як у щоденному житті, так і в професійній діяльності. А саме, вміння:

- здійснювати обчислювальні операції, використовувати формули і правила для обчислень;
- користуватися інформацією, яка представлена графічно, у вигляді таблиць, діаграм і схем тощо;
- будувати логічні та причинно-наслідкові зв'язки, аналізувати, синтезувати та узагальнювати дані, доводити чи спростовувати істинність тверджень;
- обчислювати геометричні міри різних об'єктів.

Згідно з цим переліком, математичну компетентність поділяють на такі складові:

- обчислювальна;
- інформаційно-графічна;
- логічна;
- геометрична (рис. 1.6) [24].



Рис. 1.6. Складові математичної компетентності

Оволодіння учнями вищевказаними складовими є основою знань з математики в цілому. Особливі труднощі виникають із опануванням геометричною складовою, оскільки тут необхідна просторова уява та мислення, вміння співвідносити, навички вимірювання та конструювання, а також вміння логічно мислити [22].

1.3 Аналіз навчальних програм для вивчення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл

Вивчення об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл є важливим компонентом шкільного курсу математики. Цей розділ не лише закладає основи для розуміння багатьох інших дисциплін, але й формує в учнів навички логічного та просторового мислення, які необхідні для вирішення завдань у реальному житті.

На пропедевтичному рівні у 5 або 6 класі (залежно від модельної навчальної програми) здобувачі освіти вчаться обчислювати об'єм куба та прямокутного паралелепіпеда, використовуючи для цього готову формулу, без доведення.

Пропедевтикою вивчення площ бічної і повної поверхонь геометричних тіл є вивчення площ плоских фігур у курсі геометрії 8 та 9 класів. Зокрема у восьмому класі учні знайомляться з поняттям площі многокутника, її властивостями. Вивчають формули для обчислення площ паралелограма, ромба, трикутника (як половину добутку основи на висоту) та трапеції. У дев'ятому класі продовжується вивчення площі трикутника (чотирьох інших формул: формула Герона, половина добутку двох сторін на синус кута між ними, формули, де використовують радіуси вписаного і описаного кіл), а також площі круга та його частин (сектора і сегмента). [21]

Для вивчення математики у 10 та 11 класах на сайті Міністерства освіти і науки України оприлюднено навчальні програми трьох рівнів:

- 1) рівень стандарту (3 години на тиждень, у I семестрі – 1 година алгебри і 2 години геометрії, у II семестрі – навпаки) [18];
- 2) профільний рівень (6 годин алгебри і 3 год геометрії на тиждень) [20];
- 3) поглиблений рівень (для учнів з поглибленим рівнем вивчення математики від 8 класу, кількість годин на тиждень, зміст та наповнення матеріалу аналогічне профільному рівню) [19].

Проаналізувавши вищезгадані навчальні програми, бачимо, що геометричні тіла, які вивчаються у старшій школі як на рівні стандарту, так і на профільному рівні, поділяють на многогранники та тіла обертання (рис. 1.7).

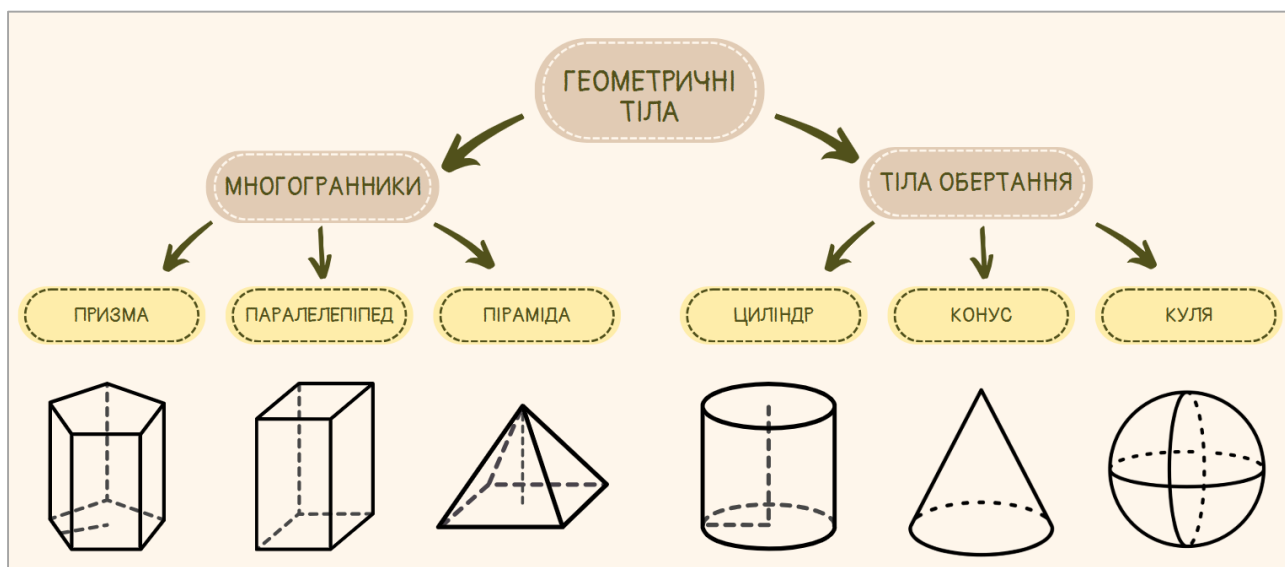


Рис. 1.7. Геометричні тіла

Крім цього, учні профільного рівня вивчають за програмою також зрізану піраміду та зрізаний конус.

На рівні стандарту здобувачі освіти в 11 класі знайомляться з основними геометричними тілами, їхніми елементами та властивостями, вчать будувати ці тіла та їхні перерізи.

У темі "Многогранники" учні вчать обчислювати площі бічної та повної поверхонь призми та піраміди (паралелепіпед розглядають як різновид призми). У темі "Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл" вводять поняття про об'єм тіла та його властивості. Вивчають формули для обчислення об'ємів призми, піраміди, циліндра, конуса та кулі. А також, обчислюють площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса та площу сфери.

На профільному рівні вивчення математики учні знайомляться з просторовими геометричними фігурами, зокрема з деякими многогранниками, ще у 10 класі в темі "Вступ до стереометрії". Після цієї теми вже розрізняють та вміють будувати зображення призми і піраміди.

Пізніше, в 11 класі у темі "Многогранники" більш ґрунтовно вивчаються різновиди многогранників, їх елементів та властивостей. В цій темі здобувачі освіти вчаться формулювати і доводити формули площ бічної і повної поверхонь призми, піраміди і зрізаної піраміди.

Вивчення об'ємів многогранників відбувається в окремій однойменній темі. Учні формулюють основні властивості об'ємів многогранників та доводять формули, за якими обчислюються ці об'єми. В ході розв'язування прикладних задач здобувачі освіти вчаться будувати модель конкретної задачі, перекладаючи її мовою математики, складають поетапний план розв'язку задачі, шляхи пошуку невідомих величин, використовуючи вже відомі формули.

Остання тема геометрії одинадцятого класу – це "Об'єми та площі поверхонь тіл обертання". Спершу учні вчать об'єми циліндра, конуса, зрізаного конуса, а також кулі та її частин. Після цього програмою запропоновано вивчати площі бічних та повних поверхонь вище перелічених тіл обертання, а також площу сфери.

Важливу роль відіграє вивчення розгорток як многогранників, так і тіл обертання, адже при обчисленні площ поверхонь саме розгортки фігур дають уявлення чому саме ту, а не якусь іншу формулу слід застосовувати. Також це допомагає розвивати просторову уяву та критичне мислення.

На поглибленому рівні вивчення математики здобувачі освіти знайомляться з просторовими фігурами ще у дев'ятому класі у темі "Вступ до стереометрії". Програма поглибленого рівня в 11 класі відрізняється від програми профільного рівня незначною зміною розподілу годин між темами, хоча вчитель має право коригувати це, враховуючи потреби свого класу. Також є теми, які здобувачі освіти вивчають тільки на поглибленому рівні, а на профільному їх немає. Наприклад: об'єм тіла як визначений інтеграл площі його перерізу, площі поверхонь тіл за Мінковським.

Серед переліку очікуваних результатів вивчення кожної з тем у навчальній програмі акцентується увага на вмінні застосовувати вивчені формули для розв'язування задач прикладного змісту.

1.4 Використання задач компетентнісного змісту на уроках математики

Розв'язування вправ і задач на уроках математики повинно спонукати учнів думати, обирати оптимальний метод розв'язування, сприяти розвитку різних видів мислення (творчого, критичного, просторового) та інтуїції – вмінню передбачати імовірний результат виконання певних дій, а часом навіть "думати на декілька кроків вперед".

Для того, щоб сформувати математичну чи будь-яку іншу ключову компетентність вчителю перш за все слід зацікавити, вмотивувати учнів. А це реально тільки у випадку, коли математика у очах дітей буде "живою", а не заформалізованою, як більшість звикли собі уявляти. Учні повинні бачити прямий зв'язок між "скучними" формулами та їх застосуванням у житті. Саме тому сучасна освіта дедалі більше уваги приділяє впровадженню компетентнісного підходу у навчанні, який власне зорієнтований на формування не тільки знань учнів, але й практичних навичок.

На уроках математики ключовим інструментом впровадження такого підходу є розв'язування задач компетентнісного змісту, тобто задач які виникають за межами математики, однак для їх розв'язання необхідно використовувати знання насамперед з цього предмету. Зміст таких задач здебільшого поєднує одразу декілька шкільних дисциплін, тому вони і сприяють розвитку різних ключових компетентностей.

На відміну від "традиційних" задач, якими зазвичай наповнені шкільні підручники, компетентнісні задачі мають на меті показати учням користь математичних знань у їхньому житті. Часто такі задачі стосуються фінансової сфери, інженерії, екології, побутових ситуацій, будівництва тощо.

Компетентнісно-орієнтовані завдання умовно поділяються на три рівні:

1) **Рівень відтворення.** На цьому рівні здобувачі освіти вміють використовувати базові знання з математики у чітко сформульованих ситуаціях; відтворюють математичні факти та методи для обчислень; розв'язують

однокрокові задачі; вміють читати та інтерпретувати дані, які представлені графічно.

2) **Рівень встановлення зв'язків.** Учні можуть встановити зв'язки та інтегрувати матеріал різних тем з математики, які потрібні для вирішення певного завдання; вміють застосувати свої знання у доволі складних ситуаціях; розв'язують багатокрокові задачі, співвідносять і упорядковують дані та виконують обчислення; без труднощів інтерпретують інформацію, подану у таблицях і графіках.

3) **Рівень міркування.** На цьому рівні учні можуть зібрати та узагальнити інформацію, розв'язати нестандартні завдання, робити висновки та обґрунтовувати їх. Перш за все завданням цього рівня притаманне те, що здобувачам освіти потрібно самостійно виділити яку саме проблему можна і потрібно вирішити засобами математики у конкретній ситуації та скласти відповідну математичну модель.

Методи впровадження компетентнісних задач:

- **Робота в групах чи командах.** Такий метод дозволяє учням обмінюватися ідеями, знаходити компроміси та разом досягати результату.
- **Проектна діяльність.** Сприяє глибшому засвоєнню матеріалу та дозволяє не обмежуватись часовими рамками уроку.
- **Інтерактивні технології.** Допомагають візуалізувати процес розв'язування задач та полегшують роботу з даними.

Нажаль, на даний час у шкільних підручниках з математики є недостатня кількість компетентнісних завдань. Однак на базі змісту підручника і уже наявних задач вчитель має можливість створювати власні, які допоможуть формувати ключові компетентності. Не потрібно сприймати матеріал підручника як такий, що мусить бути засвоєний учнями що б там не сталося, а скоріше – як середовище для творчої праці вчителя. Я вважаю, що якість знань учнів більшою мірою залежить від компетентності та творчого підходу вчителя, а не від авторів підручників.

1.5 Розвиток просторового мислення та уяви учнів

Одне з головних завдань на уроках геометрії, зокрема під час вивчення геометричних тіл – це розвиток просторового мислення та просторової уяви. Це важливо не тільки для зображення фігур та розв'язування задач, а і для орієнтування у навколишньому світі. Навіть в майбутньому керувати автомобілем без просторової уяви фактично неможливо. Що вже і казати про вплив просторового мислення на якість формування більшості ключових компетентностей.

Отож, просторове мислення – це здатність уявляти, створювати тривимірні образи об'єктів (фігур) та оперувати ними при розв'язуванні задач чи моделей ситуацій із життя. Ключовим для просторового мислення є образ, характеристиками якого є: величина, форма, взаємне розташування елементів об'єкта та їхнє розташування на площині чи у просторі [29]. Часто поняття "просторове мислення" і "просторова уява" прирівнюють між собою. Однак це не зовсім правильно, бо уявити собі певну об'ємну фігуру – це одне, а оперувати нею залежно від поставленого завдання, щоб отримати потрібний результат – це зовсім інше.

У шкільному віці просторова уява виконує ряд функцій: (рис. 1.8).

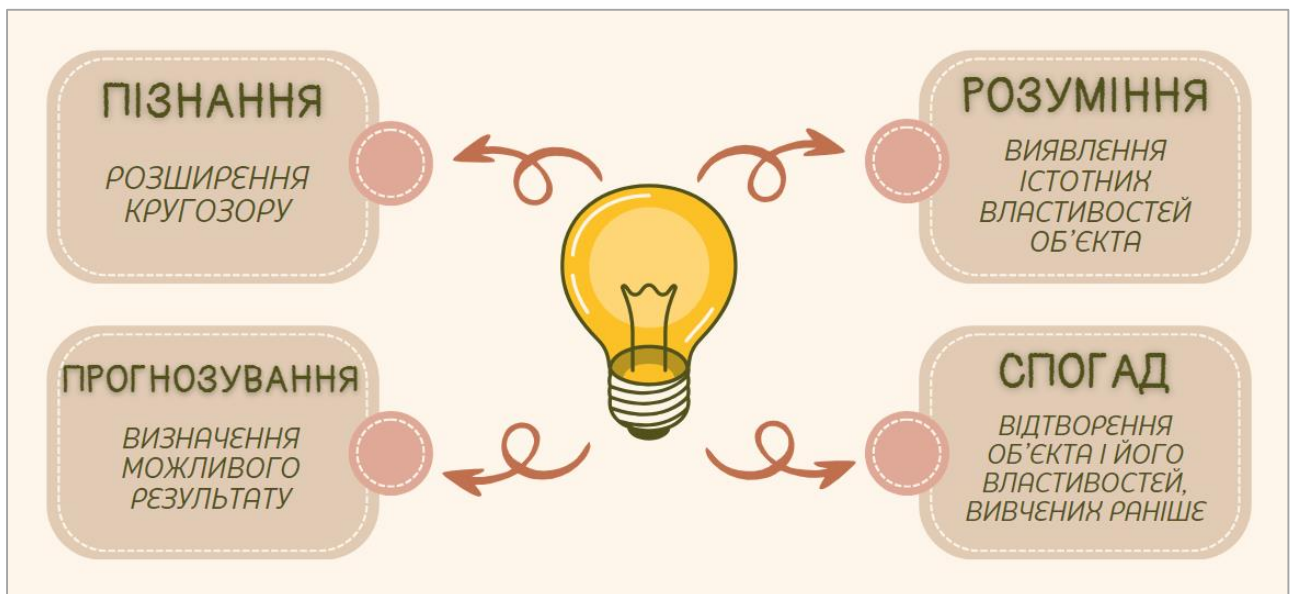


Рис. 1.8. Функції просторової уяви

Дослідники стверджують, що просторову уяву легше розвинути у молодшому віці. А найкращий вік – 10-12 років (5-6 класи). Тому не даремно саме в цих класах учні пропедевтично вивчають деякі об'ємні фігури (наприклад: куб, прямокутний паралелепіпед, піраміда).

Розвитку просторового мислення сприятимуть такі види завдань: (рис. 1.9).



Рис. 1.9. Види завдань

При розв'язуванні стереометричних задач побудова рисунка – вагома частина розв'язку. Однак через недостатньо розвинене просторове мислення для багатьох учнів цей етап вже є проблемою. Про це свідчать результати ЗНО та НМТ з математики. Учні можливо і знають означення, властивості, теореми, правила, але не вміють застосувати їх на практиці, особливо коли трапляються компетентнісні задачі.

Проаналізувавши тексти ЗНО та НМТ за останні роки, можемо виокремити ряд завдань, які спрямовані на діагностику розвитку просторового мислення випускників. Наприклад:

Завдання 1 (НМТ 2024 р.)

У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осевим перерізом якого є квадрат $ABCD$. Точки $K(3; -5; 7)$ і $M(11; 1; -3)$ є серединами сторін AD і CD відповідно. Обчисліть площу S бічної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь: ,

Рис. 1.10. Завдання 1

Завдання 2 (НМТ 2023 р.)

Укажіть геометричне тіло, яке утвориться внаслідок обертання прямокутника з меншою стороною 8 см навколо прямої (див. рисунок).

- А циліндр, діаметр основи якого 8 см
- Б конус, висота якого дорівнює 8 см
- В куля, радіус якої дорівнює 8 см
- Г циліндр, висота якого 8 см
- Д циліндр, радіус основи якого 8 см

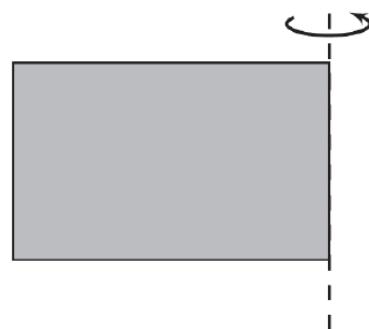
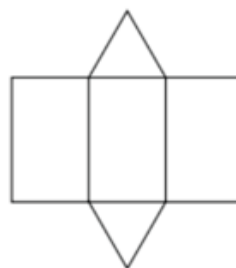


Рис. 1.11. Завдання 2

Завдання 3 (ЗНО 2019 р.)

Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?



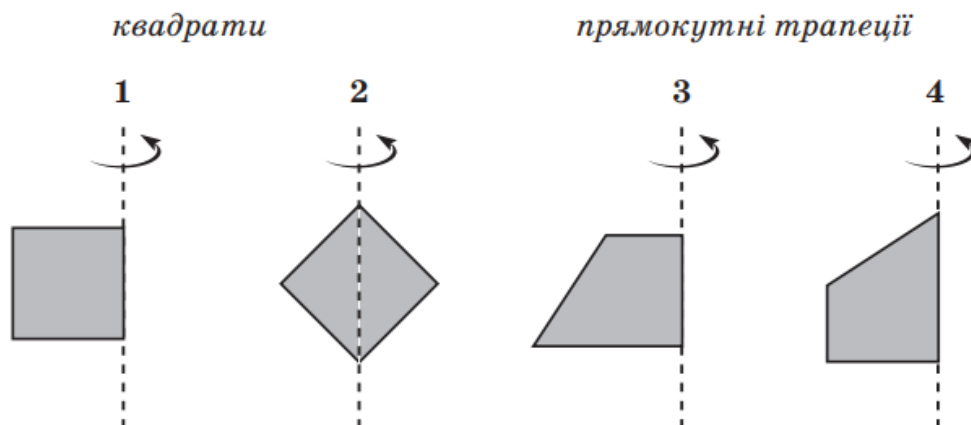
А	Б	В	Г	Д

Рис. 1.12. Завдання 3

Завдання 4 (ЗНО 2017 р. додаткова сесія)

Установіть відповідність між фігурою (1–4) і тілом обертання (А–Д), утвореним унаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром.

Фігура



Тіло обертання

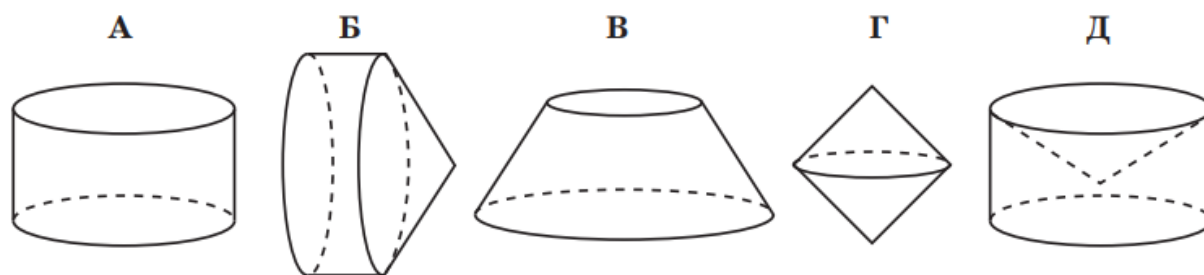


Рис. 1.13. Завдання 4

Отже, на уроках геометрії вчитель повинен створити умови для ефективного розвитку просторового мислення, а саме:

- спонукати учнів подумки уявляти геометричні тіла;
- використовувати ІКТ для побудови та демонстрації просторових фігур;
- опрацьовувати геометричні тіла різного рівня складності, а також комбінації цих тіл;
- розв'язувати задачі, у яких потрібно відокремлювати певні частини або перерізи геометричних тіл;
- схематично будувати розгортки геометричних тіл. [28]

Висновки до розділу 1

У сучасному світі кожного дня виникають нові виклики. Суспільство змінюється дуже швидкими темпами. Це породжує нові запити та потребує, насамперед, новітнього підходу до викладання. У зв'язку з цим у школах України вже активно впроваджується компетентнісний підхід до навчання з багатьох предметів, зокрема математики. Насамперед, він спрямований на формування ключових компетентностей, затверджених Держстандартом, та всебічному розвитку дітей, їх конкурентоспроможності.

Математична компетентність є однією з найважливіших, адже логічне та критичне мислення дітей, вміння розв'язувати задачі сприяє також розвитку інших ключових компетентностей. Очевидно, що математична компетентність найкраще формується на уроках чи позакласних заняттях з математики. Ефективність засвоєння залежить, в першу чергу, від правильної організації роботи вчителем. Хороший вчитель – це той, хто вміє виховати в учнів любов до свого предмету.

Розв'язування задач компетентнісного змісту на уроках математики є чудовим інструментом для розвитку в учнів практичних навичок і глибшого розуміння матеріалу. Такі задачі допомагають перейти від механічного запам'ятовування формул до осмисленого використання знань з математики у різних життєвих ситуаціях. А також покращують мотивацію учнів до навчання, зацікавлюючи їх.

У ході дослідження було виявлено, що особливі труднощі у старшокласників виникають із геометричною складовою математичної компетентності. Адже, під час вивчення стереометрії ключову роль відіграє розвиток просторової уяви учнів. Результати ЗНО та НМТ показують, що у випускників шкіл є значні прогалини у знаннях зі стереометрії. Тож вчителям слід створювати на уроках умови для кращого формування просторового мислення в учнів.

Аналіз навчальних програм для вивчення площ поверхонь та об'ємів геометричних тіл показав, що на всіх рівнях вивчення математики у 10-11 класах (стандарт, профільний та поглиблений) особливу увагу слід акцентувати на вмінню застосовувати теоретичні знання та вивчені формули для розв'язування задач прикладного змісту. Тому у завданнях ЗНО та НМТ можна побачити значну кількість практико орієнтованих задач.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКИ НАВЧАЛЬНО-ДИДАКТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ОБ'ЄМІВ ТА ПЛОЩ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ, ЯКІ СПРИЯЮТИМУТЬ РОЗВИТКУ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ

2.1 Задачі за готовими малюнками

2.1.1 Особливості використання задач за готовими малюнками для учнів із кліповим мисленням

Практично кожен сьогодні може підтвердити, що діти почали мислити якимось по-іншому. Часом вони проявляють унікальні вміння, можуть швидко схоплювати нову інформацію, з легкістю опановують техніку (смартфони, планшети, ноутбуки, ігрові приставки тощо). В той же час з навчанням виникають труднощі і рівень знань учнів падає. Свідченням цього є результати НМТ за минулі роки. Чому так?

Річ у тім, що ці діти ніколи не бачили світу без інтернету, цифрових технологій, мобільного зв'язку і планшетів. Вони вже від народження постійно перебувають у перенасиченому інформаційному середовищі, де більшість інформації подається маленькими уривками, картинками, відеороликами, дуже часто майже не пов'язаними між собою. Діти пристосовуються до необхідності опрацьовувати велику кількість інформації, відкидаючи непотрібне. Внаслідок цього у сучасних дітей формується принципово новий спосіб мислення, який називають кліповим мисленням.

Особливістю кліпового мислення є те, що дитина сприймає довколишній світ, як набір коротких яскравих образів, фрагментів картинок чи відео. Навіть саме слово "clip", від якого походить назва даного типу мислення, в перекладі з англійської означає "фрагмент"; "відсікання"; "нарізка". Володимир Литвиненко, директор Центру комунікацій КНУ ім. Тараса Шевченка, пояснює, що в умовах практично постійного оновлення інформації все швидко втрачає актуальність, тому людина нудиться від великих текстів і все менше вмикає уяву чи рефлексує

[14]. Основними причинами формування такого способу мислення є необхідність сприймати інформацію у великих обсягах, мультизадачність, прискорений ритм життя та проведення часу у соцмережах, що призводить до потреби якомога швидшої актуалізації новин. Погодьтеся, не тільки діти, а навіть більшість дорослих сьогодні люблять гортати стрічку Facebook чи TikTok, зовсім не задумуючись про зміст тих коротких відео, які нам пропонує мережа.

У школі, по суті, також деякою мірою формується кліпове мислення, незважаючи на те, що підручники містять досить багато текстової інформації. А все це через те, що великий обсяг інформації подавати детально просто нема часу, тому це роблять, як правило, уривками, вирваними із контексту. Дітям не під силу засвоїти колосальний обсяг знань, докопуючись до суті. Тож вони засвоюють матеріал дуже поверхнево, що властиво саме для кліпового мислення [13].

Варто зазначити, що кліпове мислення має свої переваги та недоліки (рис. 2.1).



Рис. 2.1. Переваги та недоліки кліпового мислення

Кліпове мислення не є "чимось поганим", як нам це здається. Однак потрібно розуміти, що це інше мислення, до якого, ймовірно, не звикли дорослі. Молоді та дітям із кліповим мисленням притаманна прискорена реакція і багатозадачність. Вони легко роблять одразу декілька дій: пишуть домашнє завдання, переписуються з друзями у соцмережах і "на фоні" переглядають новини.

Через те, що швидкість реакції відіграє ключову роль, якість переходить на другий план [17]. Саме тому починає знижуватись рівень знань учнів. Дуже часто маємо у школах проблему з тим, що дітям неважлива правильність виконання завдань. Головне – швидко їх зробити і мати час для соцмереж. Через зниження здатності до аналізу, молоді люди мислять переважно тактично, а не стратегічно.

Щоб навчання було ефективним, сучасному педагогу потрібно шукати баланс між кліповістю і зосередженістю. Інформацію слід подавати стисло, фрагментально, візуалізуючи відповідними картинками. Методи навчання потрібно підбирати таким чином, щоб швидко сконцентрувати увагу школярів і задіяти якомога більше учнів.

Через особливості кліпового мислення, на уроках геометрії, особливо при вивченні просторових фігур, часто виникає така проблема: прочитавши текст задачі, учням важко зрозуміти її зміст і встановити логічні зв'язки. Це дуже сильно знижує мотивацію до навчання. Один із методів збільшення інтересу учнів до геометрії – використання задач за готовими малюнками [30]. Побачивши всю задачу на малюнку, діти мають можливість одразу "зачепитися за потрібну ниточку" і лише потім почати копати вглиб.

Задачі за готовими малюнками можна використовувати для активізації пізнавальної діяльності на початку вивчення нової теми, для роботи у групах, а також для узагальнення та систематизації знань. Це дозволяє значно економити час. На малюнках можна зобразити модель певного геометричного тіла, або ж реальний об'єкт певної форми. Однак потрібно пам'ятати, що це тільки один із методів навчання. Самостійна побудова рисунку до задачі – не менш важливе і потрібне завдання на уроках геометрії.

Розглянемо декілька прикладів задач за готовими малюнками при вивченні об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл:

- задачі із рисунком комбінації геометричних тіл (рис. 2.2) та (рис. 2.3)

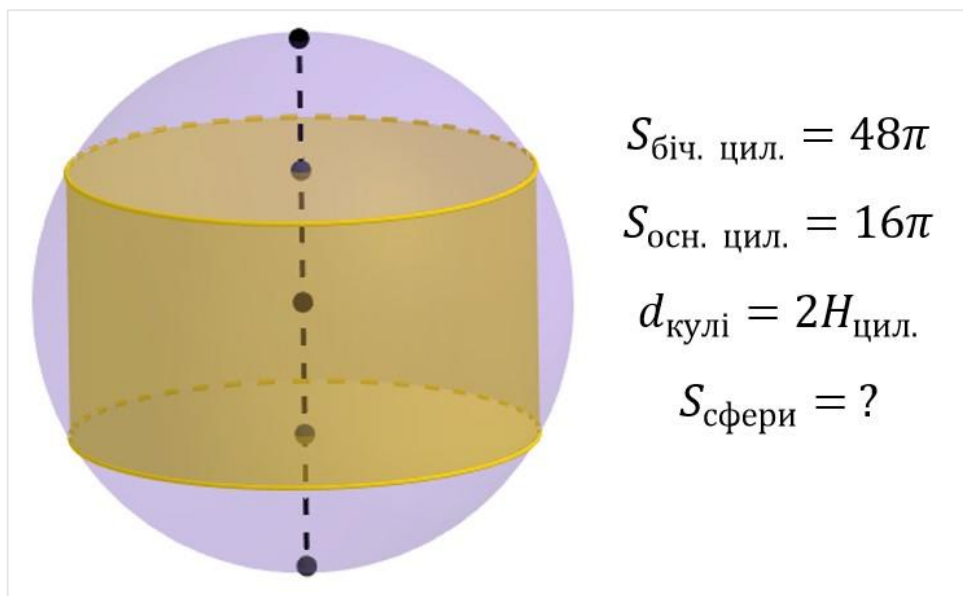


Рис. 2.2. Задача 1

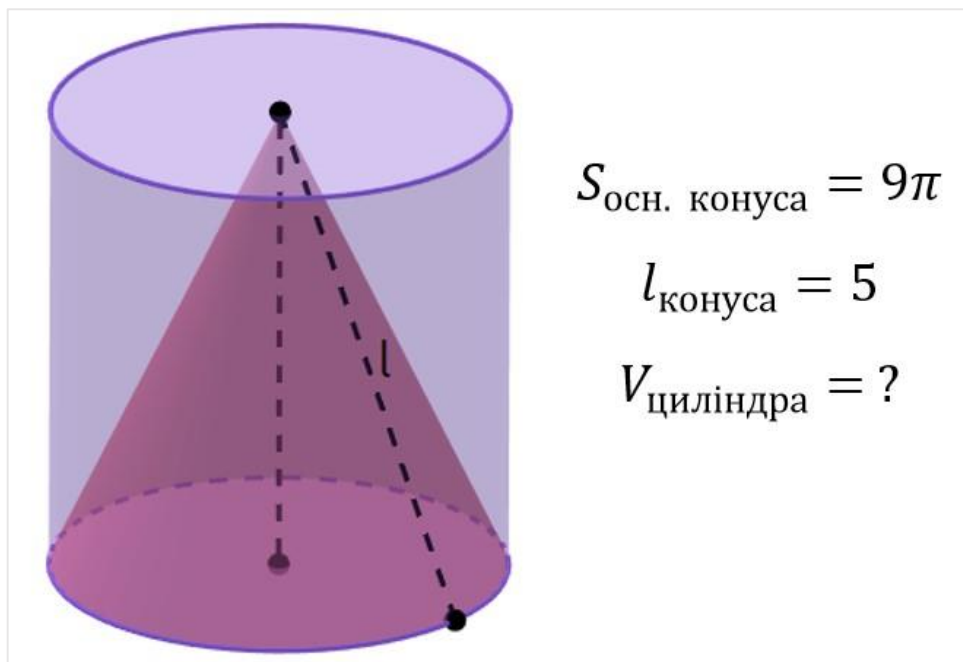


Рис. 2.3. Задача 2

- задачі, у яких зображені реальні об'єкти, вказані лінійні розміри, але питання сформульовані так, що учням самим потрібно визначити яку геометричну величину слід шукати (рис. 2.4) та (рис. 2.5)



Рис. 2.4. Задача 3



Рис. 2.5. Задача 4

2.1.2 Розробка гри "Математичне доміно" з використанням задач за ГОТОВИМИ МАЛЮНКАМИ

Щоб зосередити увагу учнів, на уроках потрібно використовувати різні види діяльності. Звичайні картки із задачами за готовими малюнками – це хороший варіант, але його можна урізноманітнити, застосувавши діяльнісний підхід. У ході цього дослідження було прийнято рішення створити гру "Математичне доміно" на тему "Об'єми геометричних тіл" (рис. 2.6). Це один із видів навчальної діяльності на уроці геометрії. Мета цієї гри – узагальнення та систематизація знань з теми.

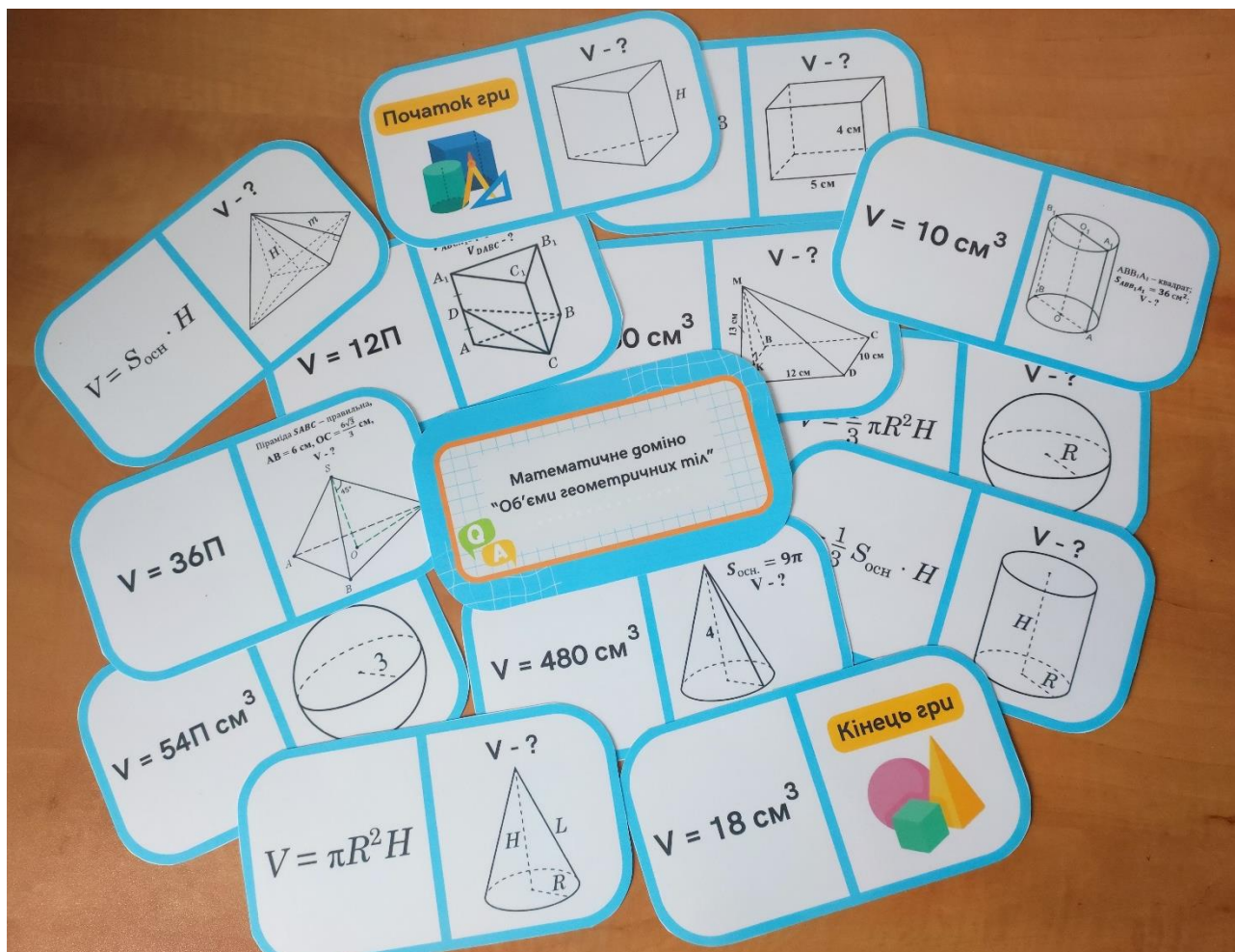


Рис. 2.6. Гра "Математичне доміно"

Правила гри: "Математичне доміно" складається з прямокутників, розділених на дві частини, схожих на кісточки доміно. Грати в доміно можуть 2, 3, 4 учні (і навіть увесь клас). Прямокутники можна розподілити порівну між

учасниками чи командами. Або ж можна грати всім разом, не поділяючись на команди. Починає гру той учень, у кого є карточка зі словами "Початок гри".

На другій половині доміно є запитання (малюнок задачі із вказаними необхідними для розв'язання лінійними вимірами). Всі інші учасники шукають серед своїх прямокутників правильну відповідь на нього. Коли покласти правильну відповідь до запитання, то на другій половині прямокутника з'явиться нове запитання і т.д. Грають здобувачі освіти доти, поки на останньому прямокутнику не буде написано "Кінець гри".

Для організації гри, картки слід заздалегідь роздрукувати. Зі зворотного боку картки можна приклеїти шматок магнітної стрічки і під час гри розміщувати їх на дошці. Також можна паралельно демонструвати на екрані інтерактивної дошки, або презентувати за допомогою проектора. Все залежить від матеріального забезпечення школи.

Гра побудована таким чином, що на перші задачі орієнтовані на те, щоб пригадати формули об'ємів різних геометричних тіл. Учням потрібно впізнати, яке саме тіло зображено та знайти потрібну формулу. Далі задачі поступово стають складнішими, потребують виконати певні обчислення письмово.

У задачах гри учням потрібно використати не тільки свої знання із стереометрії, а також і матеріал планіметрії. Наприклад, властивості рівнобедреного чи прямокутного трикутника, квадрата тощо. Тому це є чудовою можливістю підготуватися до складання НМТ.

Гра "Математичне доміно" допомагає не тільки покращити знання з математики, але і розвивати навички командної роботи та комунікації. А також сприяє розвитку просторового мислення.

За допомогою цієї гри можна розв'язати досить багато завдань за невеликий проміжок часу. До переваг можна додати також те, що одночасно зосереджується увага цілого класу.

Всі завдання відповідають програмі з математики на рівні стандарту. Переглянути картки гри можна у Додатку А.

2.2 Розробка позаурочного практико-орієнтованого заняття для учнів 11 класу

2.2.1 Проектування розробки

На уроках математики здобувачі освіти часто розв'язують велику кількість прикладів та задач. Однак у більшості з них виникає питання: "Навіщо нам цього всього?". Також значна кількість дітей не вміють застосувати свої знання на практиці, тобто бути компетентними у тій чи іншій сфері діяльності. Нажаль, через велику кількість матеріалу у навчальних програмах вчителям просто не вистачає часу проводити практичні заняття. На мою думку, у таких випадках потрібно створювати позаурочні чи факультативні заняття, формат проведення яких повністю відрізнявся би від звичайних нудних уроків.

Щоб показати учням, що математика – це не тільки формули, зміст позаурочних занять можна поєднувати з іншими предметами (наприклад, з історією чи природничими науками).

Можна помітити, що від початку повномасштабного вторгнення росії в Україну, українці більше почали цікавитись нашою історією та відчужуватись від усього, що стосується країни агресора. І це хороша тенденція, яку слід пропагувати і у школах.

На Прикарпатті, де я проживаю, у багатьох закладах освіти облаштовані народознавчі світлиці чи кабінети українознавства, де знаходяться речі побутового вжитку наших бабусь і дідусів. Особливо такі світлиці можна побачити у сільській місцевості. Це спонукало мене створити позаурочне заняття для учнів 11 класу, в ході якого діти б дізнавалися більше про предмети, які були в побуті наших предків, і водночас вчилися обчислювати їх об'єми та площі поверхонь.

Багато речей, представлених у розробці, мають форму циліндра або зрізаного конуса. Тому заняття більше орієнтовне для профільного рівня вивчення математики. Інформацію про використання даних речей зібрано із розповідей моєї бабусі Марії Пилипівни Микитюк та односельчан.

2.2.2 Модель розробки

Тема заняття: "Вимірювання об'ємів речей побутового вжитку наших предків".

Мета:

- ✓ Формувати вміння використовувати на практиці знання з математики;
- ✓ Розвивати творче мислення та логіку в учнів;
- ✓ Виховувати патріотизм до рідного краю, звичаїв та традицій;
- ✓ Виховувати любов та повагу до своїх предків.

Форма проведення: позаурочне практико-орієнтоване заняття.

Місце проведення: кабінет українознавства (народознавча світлиця).

Хід заняття

I. Вступна частина

Вітаю вас, дорогі здобувачі освіти! Сьогодні у нас з вами буде захоплююче та пізнавальне заняття, яке поєднує математику та історію повсякденного життя наших предків. Час невинно летить і речі, якими, здавалось би, зовсім недавно користувалися ваші бабусі і дідусі у побуті, сьогодні лежать тут – у кабінеті українознавства. Вони знаходяться тут не просто так, а для того, щоб ми не забували свою історію. Бо хто не знає своєї історії, хто не знає ким були його предки, де вони жили і що робили – той є людиною неосвіченою, він не має світла в собі. І тільки освічена людина може передати знання своїм дітям, щоб і вони мали те світло в собі. І так з покоління в покоління ми будемо передавати світло знань, щоб гордо жити на нашій славній, гуцульській землі!

Сьогодні наше завдання на цьому занятті – ознайомитися з речами побутового вжитку, які є у цьому кабінеті (рис. 2.7) та виміряти їх об'єм, використовуючи, здобуті на уроках математики знання.



Рис. 2.7. Кабінет українознавства

II. Основна частина

Вчитель по-черзі демонструє предмети та розповідає про їхнє призначення. Опісля учні мають обговорити яку форму має той чи інший предмет, яку формулу використати для знаходження його об'єму, які елементи слід виміряти і яким способом та порахувати результати обчислень.

1) Діжа - це традиційна посудина для замішування тіста для хліба, яка широко використовувалася на території України з давніх часів (рис. 2.8).



Рис. 2.8. Діжа

Найчастіше виготовлялася із дубу або липи, що забезпечувало необхідну міцність і довговічність посудини, а також сприяло підтриманню оптимальної температури для бродіння тіста.

Діжі займали особливе місце у багатьох українських обрядах і звичаях. Наприклад, під час весільних церемоній хліб, спечений у діжі, мав особливе значення і символізував достаток та добробут молодої родини. Крім того, діжа часто передавалася у спадок від матері до дочки, символізуючи зв'язок поколінь.

Сьогодні використання дерев'яних діж зменшилося через появу сучасного кухонного обладнання, але вони залишаються важливою частиною української культурної спадщини.

(Діжа має форму зрізаного конуса, тож учням потрібно виміряти діаметри основ, твірну та висоту).

2) **Коновка** – посудина для зберігання та транспортування рідин, найчастіше молока. Є різні види коновок (рис. 2.9), які відрізняються формою, наявністю кришки чи ручки.



Рис. 2.9. Види коновок

Коновки традиційно виготовлялися з дерева, найчастіше з дуба, сосни або липи. Дерев'яні коновки зберігали рідину свіжою та прохолодною. В пізніші часи почали використовувати металеві коновки, виготовлені з алюмінію або оцинкованої сталі, що підвищувало їх довговічність та полегшувало догляд.

Коновка була важливим елементом у багатьох обрядах та звичаях. Наприклад, під час святкування Різдва коновку з молоком ставили на покуті як символ достатку і благополуччя. У весільних обрядах коновка також використовувалася як символ плодючості та здоров'я майбутньої родини.

Сьогодні коновки можна побачити у селах як декоративні елементи чи пам'ятки, однак їх уже практично не використовують у побуті. Натомість зараз в активному вжитку пластикові чи металеві посудини.

(Найчастіше форма коновки циліндрична або конусоподібна).

3) Масничка – посудина, у якій селяни збивали масло (рис. 2.10). Ще її називають маслобійкою.



Рис. 2.10. Маснички

На вигляд масничка нагадувала маленьку діжечку, яка складалася із металевих клепок або була суцільно виточена з дерева (бука, клена або липи). Для виготовлення маснички не можна було використовувати дуб, оскільки речовини з його складу могли дати забарвлення маслу.

Для збивання масла у масничку слід було налити сметану і збивати її палицею, кінець якої був кульової форми з кількома дірками. Цю палицю

називали калатушкою. Щоб під час збивання сметана не вихлюпувалась, калатушка мала проходити крізь невеликий отвір у кришці маслобійки.

Сьогодні маснички залишаються нашою культурною спадщиною та використовують тільки в декоративних цілях.

(Маснички найчастіше мають форму циліндра або зрізаного конуса).

4) **Решето** – інструмент, у вигляді дерев'яної обичайки (обода), з сіткою, натягнутою з одного боку (рис. 2.11). Призначене для просіювання або зберігання зерна, борошна та інших сипких речовин.



Рис. 2.11. Решето

Основний робочий елемент решета — сітка, яка могла бути виготовлена з металевого дроту чи рослинних волокон. Розмір отворів у сітці залежав від призначення решета. Для зручності його виготовляли круглої форми. А от щоб дерев'яну обичайку можна було зігнути у форму кільця, її попередньо слід було розпарити у гарячій воді або над вогнем.

У сучасності антикварні решета можуть мати високу цінність як предмети колекціонування. Вони зберігаються в музеях та приватних колекціях як зразки народного мистецтва та побуту.

(Решето має форму циліндра).

5) **Сито** (рис. 2.12) – традиційний інструмент для просіювання борошна та інших сипучих матеріалів, який широко використовувався в українському побуті.



Рис. 2.12. Сито

Сито схоже до решета, але призначене для дрібніших матеріалів. Його сітку виготовляли із металевого дроту або з тканини. Розміри сита можуть бути різними, все залежить від потреб.

Сито досі використовують у побуті багато господинь. Ним просіюють борошно, щоб видалити грудочки і домішки, а також для насичення киснем, завдяки чому борошно стає пухким.

(Сито, як і решето, циліндричної форми).

б) **Скриня** – глибока дерев'яна посудина, у якій зберігали одяг, полотна та інші цінні речі (рис. 2.13).



Рис. 2.13. Скриня

Скриню найчастіше виготовляли з дерева твердої породи (дуб, сосна чи ялина). Рідше з липи. Для збільшення міцності її оздоблювали металевими кутниками, замками та іншими декоративними елементами. Скрині часто

прикрашали різьбленням, яке відображало регіональні традиції та майстерність ремісників. Це могли бути геометричні орнаменти, рослинні мотиви або сцени з народного життя.

Зазвичай у скрині дівчина зберігала своє придане, як правило власноруч виготовлене. Це були вишиті сорочки, рушники, блузки, наволочки, домоткане полотно тощо. Наповнення скрині було свідченням працьовитості та таланту нареченої. Пізніше до приданого додавались весільне плаття та вінець, різноманітні прикраси та цінні речі. Скриню молода забирала із собою до нової домівки, зберігала та передала у спадок. Тож недарма кажуть, що скриня є скарбницею жінки та берегинею родинних традицій.

Сьогодні деякі люди використовують скриню як елемент інтер'єру чи навіть зберігають старовинні речі в ній. Однак найчастіше ви можете побачити її в музеях або в старовинних приватних будинках.

(Скриня має форму прямокутного паралелепіпеда).

III. Підбиття підсумків (проведення рефлексії)

Друзі, всі ці речі – це наша культурна цінність. Ви сьогодні не тільки мали можливість дізнатися про них, але і навчитися застосовувати свої знання з математики. Ви на порозі дорослого життя, де вам часто потрібно буде самим обмірковувати ситуацію та алгоритм своїх дій. Завжди пам'ятайте свою історію та не цурайтеся її. Тільки так ви зможете бути справжніми, не фальшивими.

Дякую за вашу активну роботу і чудову атмосферу! А зараз прошу поділитися своїми враженнями *(можна використати такий план, як на рис.2.14)*

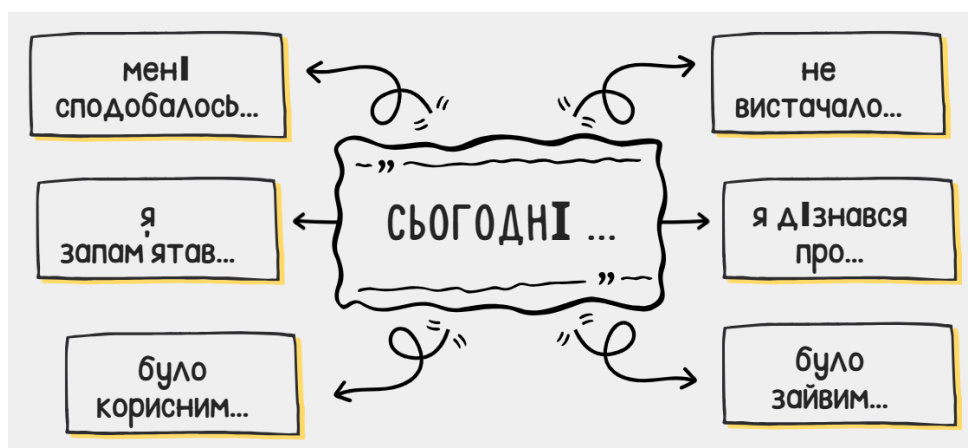


Рис. 2.14. Рефлексія

2.3 Задачі компетентнісного змісту з теми "Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл"

Задача 1.

Скільки потрібно придбати банок фарби, місткістю 0,8 кг, щоб пофарбувати в два шари 4 закриті металеві бочки циліндричної форми з діаметром дна 60 см і висотою 90 см, якщо для пофарбування 1 м² металевої поверхні в один шар витрачається 130 г фарби?

Розв'язання.

Щоб знати, скільки фарби знадобиться, потрібно знайти загальну площу поверхні, яку фарбуватимуть. Врахуємо, що бочки закриті, тобто фарбувати потрібно повну поверхню. Зобразимо модель однієї циліндричної бочки з її лінійними вимірами (рис. 2.15).

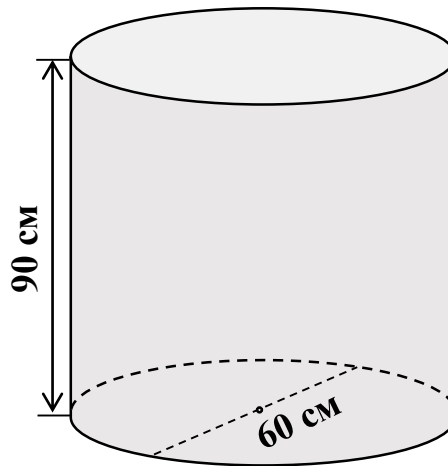


Рис. 2.15. Модель бочки циліндричної форми

Площу повної поверхні однієї бочки обчислимо за формулою:

$$S_{\text{п}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{б}} = 2 \cdot \pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R(R + h),$$

де R – радіус основи циліндра, $R = \frac{d}{2} = \frac{60}{2} = 30$ (см) = 0,3 (м); h – висота циліндра, $h = 90$ см = 0,9 м. Отже,

$$S_{\text{п}} = 2 \cdot \pi \cdot 0,3(0,3 + 0,9) = 0,72\pi \approx 0,72 \cdot 3,14 = 2,2608 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Таких бочок є 4 штуки, кожен з них фарбуватимуть у два шари, тому загальна площа поверхні, яку потрібно пофарбувати:

$$S = 4 \cdot 2 \cdot S_{\text{п}} = 8 \cdot 2,2608 = 18,0864 \text{ (м}^2\text{)}.$$

На фарбування 1 м^2 металевої поверхні витрачається 130 г фарби, то на всю площу витратиться $18,0864 \cdot 130 = 2351,232 \text{ (г)} = 2,351232 \text{ (кг)} \approx 2,35 \text{ (кг)}$ фарби.

Місткість однієї банки фарби 0,8 кг, тому таких банок потрібно буде $[2,35 : 0,8] + 1 = [2,9375] + 1 = 2 + 1 = 3 \text{ (шт.)}$.

Відповідь. Потрібно придбати 3 банки фарби.

Задача 2.

Зоомагазин замовив виготовлення акваріума для великої риби у формі прямокутного паралелепіпеда. Довжина акваріума 120 см, ширина 80 см, а висота – 1 м. Скільки м^2 скла знадобиться для виготовлення стінок, якщо верхня частина акваріума має бути відкритою (товщиною скла можна знехтувати)? Скільки літрів води потрібно буде для наповнення акваріума на 90% від його загального об'єму?

Розв'язання.

Зобразимо модель акваріума з його лінійними вимірами (рис. 2.16).



Рис. 2.16. Модель акваріума у формі прямокутного паралелепіпеда

Спочатку обчислимо скільки м^2 скла буде потрібно для виготовлення бічних стінок:

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot h = (a + b) \cdot h,$$

де h – висота акваріума, $h = 1$ м; a – довжина акваріума, $a = 120$ см = 1,2 м; b – ширина акваріума, $b = 80$ см = 0,8 м. Отже,

$$S_{\text{б}} = (1,2 + 0,8) \cdot 1 = 2 (\text{м}^2)$$

Обчислимо об'єм акваріума:

$$V = a \cdot b \cdot h = 1,2 \cdot 0,8 \cdot 1 = 0,96 (\text{м}^3).$$

Водою потрібно заповнити 90% від його загального об'єму, тобто $90\% \cdot 0,96 = 0,9 \cdot 0,96 = 0,864 (\text{м}^3) = 864$ (л).

Відповідь. Потрібно буде 2 м^2 скла та 864 л води.

Задача 3.

Будівельна компанія вирішила встановити у внутрішньому дворі житлового комплексу декоративний фонтан у формі кулі, з якого вода витікатиме рівномірно через отвори на поверхні. Скільки води потрібно буде для того, щоб повністю наповнити кулю, якщо її діаметр становить 1,8 м?

Розв'язання.

Зобразимо модель фонтану, у формі кулі (рис. 2.17).

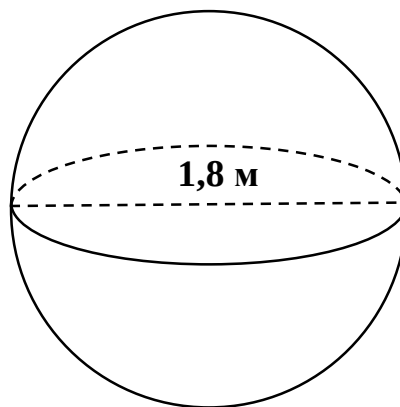


Рис. 2.17. Модель фонтану у формі кулі

Обчислимо об'єм кулі за формулою: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, де R – радіус кулі, $R = \frac{d}{2} = \frac{1,8}{2} = 0,9$ (м).

Отже, $V = \frac{4}{3}\pi 0,9^3 = 0,972\pi \approx 0,972 \cdot 3,14 \approx 3,052 \text{ (м}^3\text{)}$.

Конвертуємо м³ у літри: $3,052 \text{ м}^3 = 3052 \text{ л}$.

Відповідь. Потрібно буде 3052 л води.

Задача 4.

Під час проєктування будівництва нового собору дизайнери вирішили створити купол, у вигляді півсфери діаметром 6 м. Обчисліть, скільки потрібно купити покрівельного матеріалу, враховуючи запас 10% , який піде на витрати. Якою буде вартість покупки, якщо ціна матеріалу становить 800 грн за 1 м².

Розв'язання.

Зобразимо модель куполу собору у вигляді півсфери (рис. 2.18).

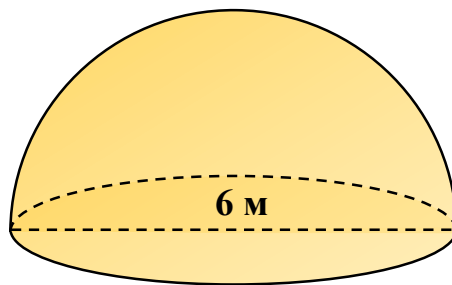


Рис. 2.18. Модель куполу

Площа поверхні куполу – це половина площі поверхні кулі діаметром 6 м, тобто $S_{\text{п}} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \frac{d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{2} = \frac{36\pi}{2} = 18\pi \approx 18 \cdot 3,14 = 56,52 \text{ (м}^2\text{)}$.

Враховуючи 10% запасу, площа матеріалу, що потрібно купити:

$$S = S_{\text{п}} + 10\% \cdot S_{\text{п}} = S_{\text{п}} + 0,1S_{\text{п}} = 1,1S_{\text{п}} = 1,1 \cdot 56,52 = 62,172 \approx 62,2 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Якщо ціна матеріалу 800 грн/м², то вартість покупки буде:

$$62,2 \cdot 800 = 49\,760 \text{ (грн)}.$$

Відповідь. Потрібно 62,2 м² покрівельного матеріалу. Вартість покупки 49 760 грн.

Задача 5.

Відомо, що каструля має форму циліндра, висота якого 30 см, а внутрішній діаметр дна 26 см. Скільки порцій бульйону, місткістю 300 мл, можна зварити у такій каструлі?

Розв'язання.

Щоб дізнатися скільки порцій бульйону можна зварити у такій каструлі потрібно обчислити внутрішній об'єм каструлі і отримане число поділити на об'єм однієї порції.

Зобразимо модель каструлі циліндричної форми з її лінійними вимірами (рис. 2.19).

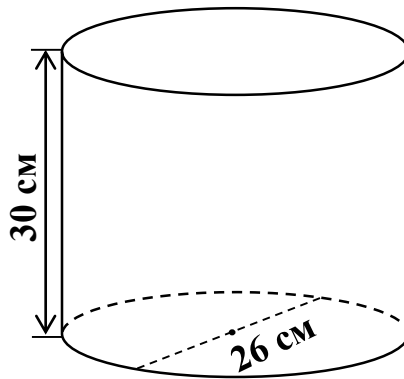


Рис. 2.19. Модель каструлі циліндричної форми

Об'єм каструлі обчислимо за формулою: $V = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 h$, де R – внутрішній радіус дна, $R = \frac{d}{2} = \frac{26}{2} = 13$ (см); h – висота каструлі, $h = 30$ см.

Отже, $V = \pi \cdot 13^2 \cdot 30 = 5070\pi \approx 5070 \cdot 3,14 = 15919,8$ (см³)

Оскільки $1 \text{ см}^3 = 1 \text{ мл}$, то об'єм каструлі дорівнює 15919,8 мл.

Обчислюємо кількість порцій: $15919,8 : 300 = 53,066$, тому можна зварити 53 повних порцій.

Відповідь. 53 порцій бульйону.

Задача 6.

Для будівництва фундаменту власного будинку Іванові потрібно 56,5 т піску. Він замовив доставку піску від будівельного магазину по ціні 600 грн за тонну. Коли пісок привезли на об'єкт і висипали на землю він набув форми конуса діаметром 6 м і висотою 4 м (рис 2.20). Перевірте чи вистачить придбаного піску, якщо він має щільність приблизно 1,5 т/м³. Якою буде вартість покупки піску?



Рис. 2.20. Купа піску у формі конуса

Розв'язання.

Зобразимо модель купи піску у формі конуса з лінійними вимірами (рис. 2.21).

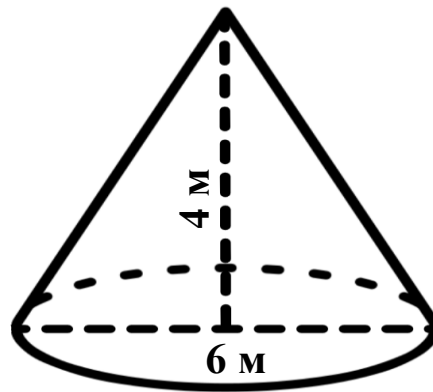


Рис. 2.21. Модель купи піску у формі конуса

Обчислимо об'єм конуса за формулою: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, де R – радіус конуса, $R = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (м); h – висота конуса, $h = 4$ м.

Отже, $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi \approx 12 \cdot 3,14 = 37,68$ (м³).

Щільність піску приблизно 1,5 т / м³, тому маса всього піску буде:

$$m = 1,5 \cdot V = 1,5 \cdot 37,68 = 56,52 \text{ (т)}$$

Маса піску на 0,02 т більша, ніж було потрібно Іванові, тому цього піску вистачить для будівництва фундаменту будинку.

Обчислимо вартість покупки: $56,52 \cdot 600 = 33\,912$ (грн).

Відповідь. Придбаного піску вистачить, вартість покупки 33 912 грн.

2.4 Апробація розроблених матеріалів

Під час проходження виробничої педагогічної практики у Гутівському ліцеї Солотвинської селищної ради Івано-Франківського району Івано-Франківської області я мала можливість працювати із учнями 11 класу та здійснити апробацію розробок магістерського дослідження.

11 березня 2024 року під час проведення факультативного заняття з математики було впроваджено розробку гри "Математичне доміно" на тему "Об'єми геометричних тіл" (рис. 2.22).



Рис. 2.22. Апробація розробки "Математичне доміно"

Ціль цієї гри – актуалізація знань учнів з теми та підготовка до складання НМТ. А також активізація навчальної діяльності.

Всі завдання учні розв'язували колективно. За потреби деякі записи виконували на дошці. Це сприяло активній участі всіх учнів класу. Кожне завдання додатково демонструвалось на екрані ноутбуку, оскільки можливості використати проектор не було. Після розв'язання і отримання відповіді учні по черзі підходили, щоб закріпити потрібну картку гри на дошці.

Здобувачам освіти сподобався формат гри, атмосфера на занятті була дружньою та невимушеною. Учні ділилися усними позитивними відгуками і майже всі підтверджували, що картки гри посприяли швидкій систематизації знань. Найбільшою перевагою гри було те, що ми встигли зробити велику кількість задач за готовими малюнками за порівняно невеликий проміжок часу.

12 березня 2024 року з учнями 11 класу я здійснила апробацію позакласного практико-орієнтованого заняття "Вимірювання об'ємів речей побутового вжитку наших предків". На занятті було поєднано математику та історію повсякденного життя наших предків. Учні ознайомилися з речами побутового вжитку, які є у народознавчій світлиці (діжа, коновка, масничка, решето, сито, скриня) та виміряли їх об'єм, використовуючи, здобуті на уроках математики знання. (рис. 2.23 – рис. 2.25)



Рис. 2.23. Апробація позакласного заняття



Рис. 2.24. Апробація позакласного заняття



Рис. 2.25. Апробація позакласного заняття

Після заняття здобувачі освіти поділилися своїми враженнями. Вони стверджували, що матеріал і форма роботи були цікавими для них. Хоч можливість завітати у народознавчу світлицю є у них завжди, вони не надавали цьому значення. А на уроках математики часто буває нудно від одноманітних завдань із підручника. Тож позакласне заняття надихнуло їх по-новому поглянути на математику як науку і полюбити її.

Розроблені задачі компетентнісного змісту з теми "Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл" я використовувала під час проведення уроків з геометрії відповідно до теми. Це сприяло розвитку критичного та творчого мислення учнів, кращому запам'ятовуванню та формуванню ключових компетентностей та вміння аналізувати і приймати рішення.

18 квітня 2024 року я взяла участь у Всеукраїнській студентській науково-практичній конференції ІСТОРІЯ НАУКИ – МАЙБУТНЬОМУ ВЧИТЕЛЕВІ ' 2024 "СТАНОВЛЕННЯ ТА РОЗВИТОК НАУКИ НА ТЕРЕНАХ НЕЗАЛЕЖНОЇ УКРАЇНИ", яка відбулася на базі факультету фізики, математики та інформатики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини. Про це свідчить сертифікат учасника конференції (рис. 2.26).



Рис. 2.26. Сертифікат участі у конференції

У збірнику матеріалів конференції опубліковано тези на тему "Використання задач за готовими малюнками як метод навчання дітей з кліповим мисленням". Переглянути їх можна за QR-кодом на рис. 2.27.



Рис. 2.27. QR-код публікації

Висновки до розділу 2

Вивчення об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл у курсі математики старшої школи є дуже важливим. Ці теми тісно пов'язані з фінансовою грамотністю, розвитком просторового та критичного мислення, формуванням ключових компетентностей учнів, що на даний час є дуже затребуваними у суспільстві. Також матеріал тем дозволяє створити велику кількість задач компетентнісного чи прикладного змісту. Їх використання у освітньому процесі значно покращує мотивацію учнів та зацікавленість у предметі, а також сприяє розвитку навичок математичного моделювання та критичного аналізу ситуації.

Завдяки стрімкому розвитку сучасних технологій, вчителі зараз мають ґрунтовну базу завдань та цифрових платформ для створення цікавих уроків. Однак школярів тепер важко чимось здивувати. Тож потрібен особливий підхід до кожного здобувача освіти. Креативність та професійність вчителя є запорукою успіху дитини.

Апробація матеріалів кваліфікаційної роботи показує, що з учнями варто проводити більше практико-орієнтованих занять. Також, діти з більшою цікавістю та натхненням розв'язують задачі компетентнісного змісту. Впровадження таких завдань на уроках математики сприяє підготовці успішних та конкурентоспроможних громадян.

ВИСНОВКИ

Одне із найважливіших завдань сучасної школи – формувати компетентну та всесторонньо розвинену особистість. Без математичних обчислень та вміння аналізувати ситуації сьогодні не обійтися практично в жодній із сфер діяльності. Саме тому ґрунтовні знання з математики завжди повинні бути в пріоритеті.

Математична компетентність учнів є основою для формування та розвитку інших ключових компетентностей. Знання з геометрії просто необхідні для вирішення різних життєвих ситуацій. Саме тому важливо не тільки дати учням знання, а й навчити використовувати їх у конкретних ситуаціях. На уроках математики хорошим інструментом для цього є розв'язування задач компетентнісного змісту.

Основною метою мого дослідження було посприяти формуванню ключових компетентностей здобувачів освіти при вивченні об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл. Для цього було зроблено наступне:

- детально описано що таке ключові компетентності, їх роль у житті та що впливає на ефективність формування їх у школярів. Зокрема особливу увагу зосереджено на математичній компетентності та її складових;
- проведено аналіз навчальних програм з математики для вивчення об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл;
- проаналізовано ефективність використання компетентнісних задач на уроках математики;
- проаналізовано важливість розвитку просторового мислення учнів 10-11 класів;
- розроблено та апробовано дидактичний матеріал, а саме гру "Математичне доміно" з використанням задач за готовими малюнками з теми "Об'єми геометричних тіл" для учнів із кліповим мисленням;

- розроблено та апробовано модель позакласного практико-орієнтованого заняття "Вимірювання об'ємів речей побутового вжитку наших предків" для учнів 11 класу;
- розроблено та апробовано задачі компетентнісного змісту відповідно до теми дослідження.

За матеріалами дослідження було опубліковано тези на Всеукраїнській студентській науково-практичній конференції Історія науки – майбутньому вчителів ' 2024 "СТАНОВЛЕННЯ ТА РОЗВИТОК НАУКИ НА ТЕРЕНАХ НЕЗАЛЕЖНОЇ УКРАЇНИ" на тему "Використання задач за готовими малюнками як метод навчання дітей з кліповим мисленням".

Апробація розробок кваліфікаційної роботи проводилась у Гутівському ліцеї Солотвинської селищної ради Івано-Франківського району Івано-Франківської області під час проходження виробничої педагогічної практики. Апробація підтвердила ефективність використання розробок у навчальному процесі. Навчально-дидактичні матеріали та заняття зацікавлюють здобувачів освіти та сприяють формуванню ключових компетентностей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Canva [Електронний ресурс] URL: https://www.canva.com/uk_ua/.
2. Бібік Н. В. Компетентнісний підхід: рефлексивний аналіз // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики / За загальною редакцією О. В. Овчарук. – К.: «К.І.С.», 2004.
3. Бродський Я. Компетентнісний підхід у навчанні математики / Я. Бродський, С. Великодний, О. Павлов // Математика в школі. – 2011. – №10.
4. Васильєва Д. В., Вашуленко О. П., Волошена В. В. Методика компетентнісно орієнтованого навчання математики в ліцеї на рівні стандарту. [Електронне видання]. Київ : КОНВІ ПРИНТ, 2021. – 175 с.
5. Васильєва Д. В. Збірник задач з математики. 5-9 класи: Наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація / Д. В. Васильєва, Н. І. Василюк. – К. : Видавничий дім "Освіта", 2017. – 112 с.
6. Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять / М. С. Головань // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2011. – №8.
7. Державний стандарт базової середньої освіти, затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. №898.
8. Закон України "Про освіту". URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>.
9. Істер О. С. Геометрія : (профіл. рівень) : підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. – Київ : Генеза, 2019. – 288с.
10. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти / Олександр Істер. – Київ : Генеза, 2019. – 304 с.
11. Калінін В. О. Формування професійної компетентності майбутнього вчителя засобами діалогу культур: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня

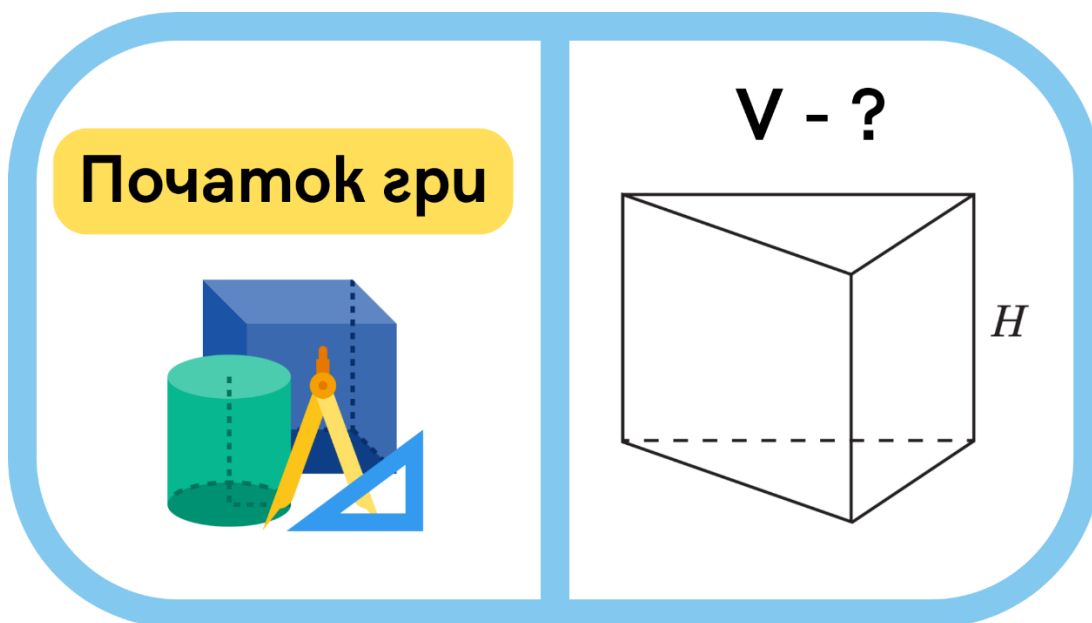
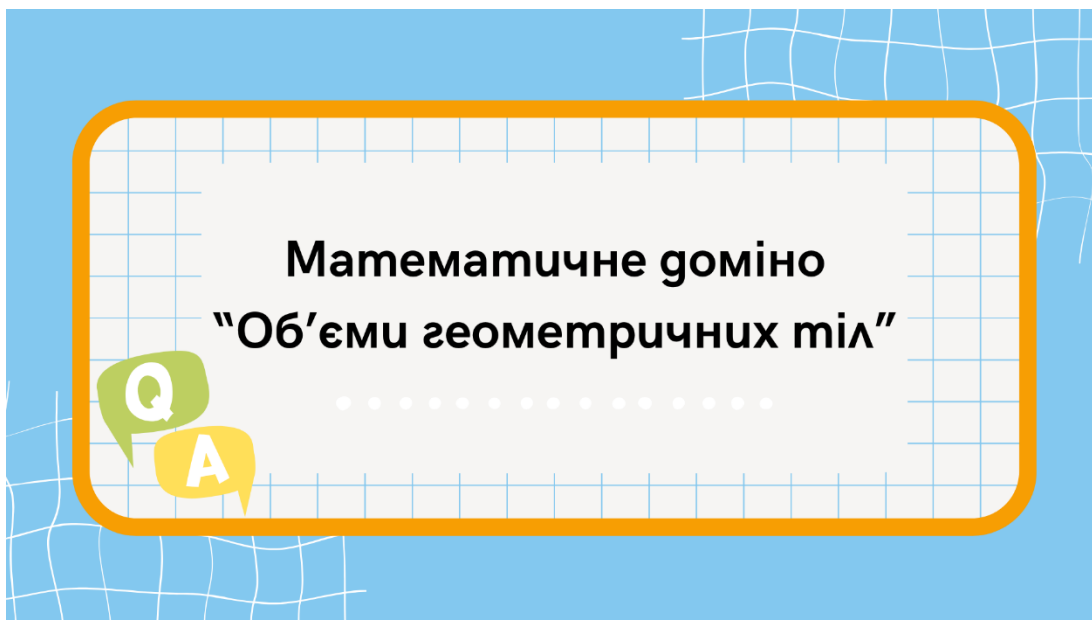
- канд. пед. наук: 13.00.04 «Теорія та методика професійної освіти» / В. О. Калінін. – Житомир, 2005.
12. Компетентнісний підхід до професійного розвитку вчителя. URL: <https://zakinppo.org.ua/2010-01-18-13-44-15/233-2010-08-25-07-10-49>
 13. Корольчук М. Чим небезпечне кліпове мислення. URL: <https://learning.ua/blog/201902/chym-nebezpechne-clipove-myslennia/>
 14. Кузьменко Ю. "Це вже наша реальність – як електрика". На що впливає кліпове мислення та як з ним жити. URL: <https://suspilne.media/702970-ce-vze-nasa-realnist-ak-elektrika-na-so-vplivae-clipove-mislenna-ta-ak-z-nim-ziti/>
 15. Мерзляк А. Г. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. : Гімназія, 2019. – 204 с.
 16. Мерзляк А. Г. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. : Гімназія, 2019. – 208 с.
 17. Моїсєєва Тетяна. Тактика проти стратегії. URL: <https://ukurier.gov.ua/uk/articles/taktika-proti-strategiyi/>
 18. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL : <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
 19. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Поглиблений рівень. URL : <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>
 20. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL : <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

21. Навчальні програми з математики для 5-9 класів. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>
22. Нагорна Н. В. Формування у студентів понять компетентності й компетенції / Н. В. Нагорна // Виховання і культура. – 2007. – №1-2.
23. Олейніченко І. Навчаємо для життя. Підготовка та проведення уроку математики в системі компетентнісного навчання. URL: <https://osvitaua.com/2020/04/89279/>.
24. Онопрієнко О. В. Предметна математична компетентність як дидактична категорія. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/84273723.pdf>.
25. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ / С. А. Раков – Х: Факт, 2005.
26. Раков С. А. Три виміри логіко-математичної компетентності / С. А. Раков, О. П. Вашуленко, В. П. Горох // Вісник тестування і моніторинг в освіті. – 2009. - №12.
27. Розвиток ключових компетентностей учнів у сучасній школі URL: <https://www.slideshare.net/slideshow/ss-66070201/66070201>
28. Саніна Є. І. Розвиток просторового мислення в процесі навчання стереометрії / Є. І. Саніна, О. А. Гришина // Вісник РУДН, серія Психологія та педагогіка. – 2013. – №4.
29. Сафонова І. Я. Формування математичної компетентності у старшокласників / І. Я. Сафонова // Актуальні проблеми державного управління, педагогіки та психології. – 2013. – Вип. 2.
30. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. 582 с.
31. Тарасенкова Н. А. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів / Н. Тарасенкова, В. Кірман // Математика в школі. – 2008. – №6.

ДОДАТКИ

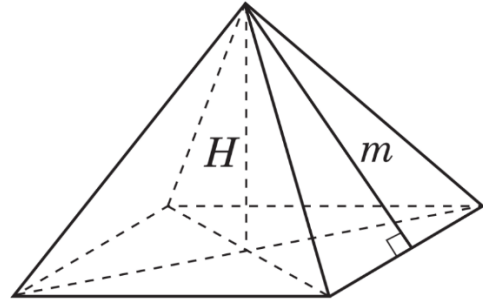
Додаток А

Картки гри "Математичне доміно".



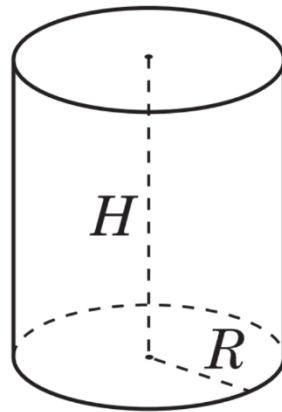
$$V = S_{\text{OCH}} \cdot H$$

V - ?



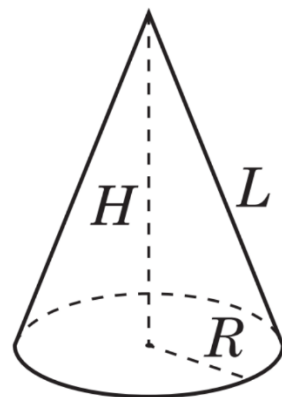
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{OCH}} \cdot H$$

V - ?



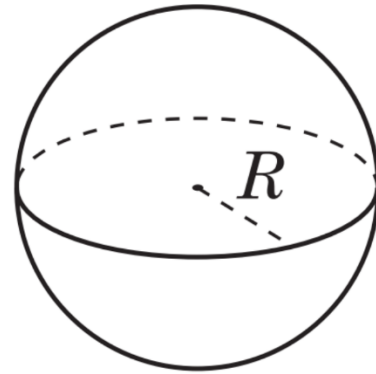
$$V = \pi R^2 H$$

V - ?



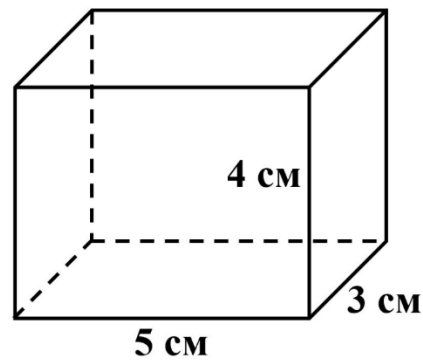
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

V - ?



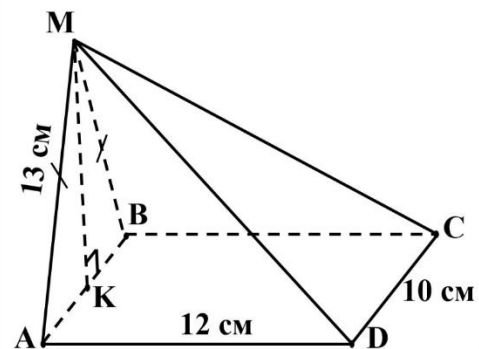
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

V - ?

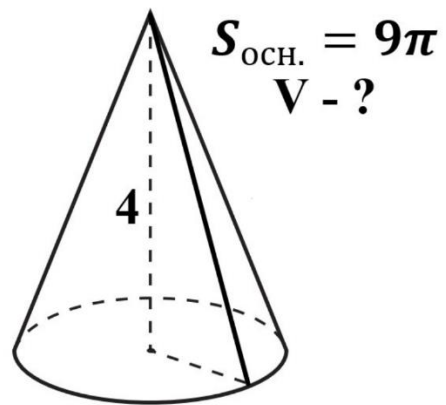


$$V = 60 \text{ cm}^3$$

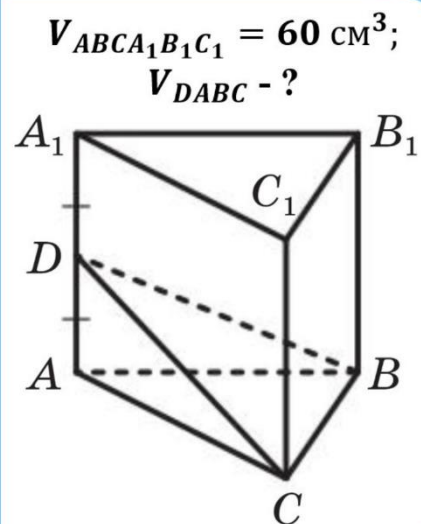
V - ?



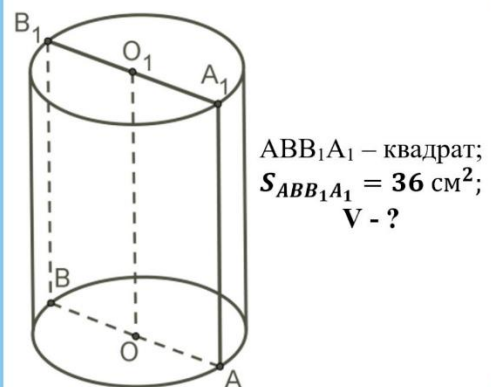
$$V = 480 \text{ см}^3$$



$$V = 12\pi$$

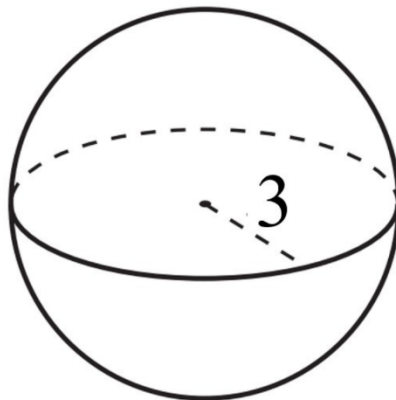


$$V = 10 \text{ см}^3$$



$$V = 54\pi \text{ см}^3$$

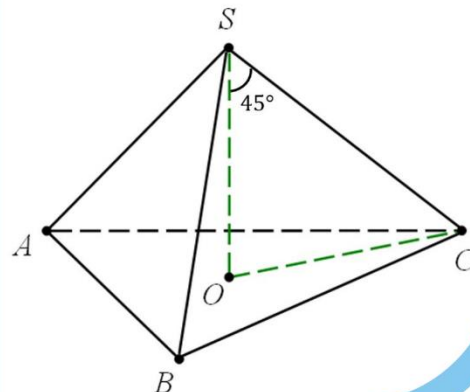
$V - ?$



$$V = 36\pi$$

Піраміда $SABC$ – правильна,
 $AB = 6 \text{ см}$, $OC = \frac{6\sqrt{3}}{3} \text{ см}$,

$V - ?$



$$V = 18 \text{ см}^3$$

Кінець гри

